

Força Aérea Brasileira

FAB

Curso de Formação de Sargentos- CFS

JN071-N9

Todos os direitos autorais desta obra são protegidos pela Lei nº 9.610, de 19/12/1998.
Proibida a reprodução, total ou parcialmente, sem autorização prévia expressa por escrito da editora e do autor. Se você conhece algum caso de "pirataria" de nossos materiais, denuncie pelo sac@novaconcursos.com.br.

OBRA

Força Aérea Brasileira – FAB

Curso De Formação De Sargentos

Portaria DIRENS nº 218-T/DPL de 17 de julho de 2019.

AUTORES

Língua Portuguesa - Profª Zenaide Auxiliadora Pachegas Branco

Língua Inglesa - Profª Katiuska W. Burgos General

Matemática - Profº Bruno Chierigatti e João de Sá Brasil

Física - Profº Bruno Chierigatti e João de Sá Brasil

PRODUÇÃO EDITORIAL/REVISÃO

Elaine Cristina

Érica Duarte

Leandro Filho

Christine Liber

DIAGRAMAÇÃO

Thais Regis

Renato Vilela

CAPA

Joel Ferreira dos Santos



www.novaconcursos.com.br

sac@novaconcursos.com.br

APRESENTAÇÃO

PARABÉNS! ESTE É O PASSAPORTE PARA SUA APROVAÇÃO.

A Nova Concursos tem um único propósito: mudar a vida das pessoas.

Vamos ajudar você a alcançar o tão desejado cargo público.

Nossos livros são elaborados por professores que atuam na área de Concursos Públicos. Assim a matéria é organizada de forma que otimize o tempo do candidato. Afinal corremos contra o tempo, por isso a preparação é muito importante.

Aproveitando, convidamos você para conhecer nossa linha de produtos "Cursos online", conteúdos preparatórios e por edital, ministrados pelos melhores professores do mercado.

Estar à frente é nosso objetivo, sempre.

Contamos com índice de aprovação de 87%*.

O que nos motiva é a busca da excelência. Aumentar este índice é nossa meta.

Acesse **www.novaconcursos.com.br** e conheça todos os nossos produtos.

Oferecemos uma solução completa com foco na sua aprovação, como: apostilas, livros, cursos online, questões comentadas e treinamentos com simulados online.

Desejamos-lhe muito sucesso nesta nova etapa da sua vida!

Obrigado e bons estudos!

*Índice de aprovação baseado em ferramentas internas de medição.

CURSO ONLINE



PASSO 1

Acesse:

www.novaconcursos.com.br/passaporte



PASSO 2

Digite o código do produto no campo indicado no site.

O código encontra-se no verso da capa da apostila.

*Utilize sempre os 8 primeiros dígitos.

Ex: JN001-19



PASSO 3

Pronto!

Você já pode acessar os conteúdos online.



SUMÁRIO

LÍNGUA PORTUGUESA

TEXTO: Interpretação de textos literários ou não-literários.....	01
GRAMÁTICA: Fonética.....	11
Acentuação gráfica.....	14
Ortografia.....	18
Morfologia: Estrutura e formação de palavras;.....	20
Classes de palavras (classificação, flexão e emprego).....	22
Sintaxe: Período simples (termos essenciais, integrantes e acessórios da oração; vocativo); Período composto (orações coordenadas e subordinadas);.....	64
Concordâncias verbal e nominal;.....	73
Regências verbal e nominal;.....	79
Crase;.....	84
Pontuação.....	86
ESTILÍSTICA: Figuras de linguagem. Tipos de discurso.....	89

LÍNGUA INGLESA (EXCETO PARA A ESPECIALIDADE CONTROLE DE TRÁFEGO AÉREO – BCT)

LÍNGUA INGLESA - NÍVEL BÁSICO (PARA OS CANDIDATOS QUE OPTAREM PELOS DEMAIS GRUPOS DE ESPECIALIDADES) GRAMÁTICA: Artigos: definido e indefinido.....	01
Substantivos: gênero, singular e plural, composto, contável e incontável e forma possessiva.....	03
Adjetivos: posição, formação pelo gerúndio e pelo particípio, e grau de comparação.....	05
Pronomes: pessoal do caso reto e do oblíquo, indefinidos (pronomes substantivos e adjetivos), relativos, demonstrativos (pronomes substantivos e adjetivos), possessivos (pronomes substantivos e adjetivos), reflexivos e relativos; Pronomes e advérbios interrogativos.	08
Advérbios: formação, tipos e uso.....	12
Numerais: cardinal e ordinal.....	15
Preposições.....	16
Conjunções.....	19
Verbos: regulares, irregulares e auxiliares; Tempos verbais: Simple present, Present progressive, Simple past, Past progressive, Future e Present perfect; Modal verbs; Infinitivo e gerúndio; Modos imperativo e subjuntivo. Orações condicionais. Voz Passiva.....	21
Phrasal Verbs.....	29
Question Tags.....	29
COMPREENSÃO DE TEXTOS: Textos de assuntos técnicos e gerais.....	30

SUMÁRIO

MATEMÁTICA

ÁLGEBRA I: Funções: definição de função; funções definidas por fórmulas; domínio, imagem e contradomínio; gráficos; funções injetora, sobrejetora, bijetora, crescente, decrescente, inversa, polinomial do 1º grau, quadrática, modular, exponencial e logarítmica; resolução de equações, inequações e sistemas. Sequências: progressões aritmética e geométrica.....	01
GEOMETRIA PLANA: Ângulos. Polígonos: definição; elementos; nomenclatura; propriedades; polígonos regulares; perímetros e áreas. Triângulos: condições de existência; elementos; classificação; propriedades; congruência; mediana; bissetriz, altura e pontos notáveis; semelhança; relações métricas e áreas. Quadriláteros notáveis: definições; propriedades; base média e áreas. Circunferência: definições; elementos; posições relativas de reta e circunferência; segmentos tangentes; potência de ponto; ângulos na circunferência e comprimento da circunferência. Círculo e suas partes: conceitos e áreas.....	12
TRIGONOMETRIA: Razões trigonométricas no triângulo retângulo; arcos e ângulos em graus e radianos; relações de conversão; ciclo trigonométrico; arcos côngruos e simétricos; funções trigonométricas; relações e identidades trigonométricas; fórmulas de adição, subtração, duplicação e bissecção de arcos; equações e inequações trigonométricas; leis dos senos e dos cossenos.....	31
ÁLGEBRA II: Matrizes: conceitos, igualdade e operações. Determinantes. Sistemas lineares. Análise combinatória: princípio fundamental da contagem; arranjos, combinações e permutações simples; probabilidades.....	36
ESTATÍSTICA: Conceitos; população; amostra; variável; tabelas; gráficos; distribuição de frequência; tipos de frequências; histograma; polígono de frequência; medidas de tendência central: moda, média e mediana.....	44
GEOMETRIA ESPACIAL: Poliedro: conceitos e propriedades. Prisma: conceitos, propriedades, diagonais, áreas e volumes. Pirâmide, cilindro, cone e esfera: conceitos, áreas e volumes.....	61
GEOMETRIA ANALÍTICA: Estudo Analítico: do Ponto (ponto médio, cálculo do baricentro, distância entre dois pontos, área do triângulo, condição de alinhamento de três pontos); da Reta (equação geral, equação reduzida, equação segmentária, posição entre duas retas, paralelismo e perpendicularismo de retas, ângulo entre duas retas, distância de um ponto a uma reta); e da Circunferência (equações, posições relativas entre ponto e circunferência, entre reta e circunferência, e entre duas circunferências).....	66
ÁLGEBRA III: Números Complexos: conceitos; conjugado, igualdade; operações; potências de i ; representação no plano de Argand-Gauss; módulo; argumento; forma trigonométrica e operações na forma trigonométrica. Polinômios: conceito; grau; valor numérico; polinômio nulo; identidade e operações. Equações Polinomiais: conceitos; teorema fundamental da Álgebra; teorema da decomposição; multiplicidade de uma raiz; raízes complexas e relações de Girard.....	86

SUMÁRIO

FÍSICA

ESTÁTICA: Noções de cálculo vetorial: conceito e operações com vetores; composição e decomposição de vetores; conceito de força e suas unidades, sistemas de unidades; sistemas de forças; momento de uma força em relação a um ponto; equilíbrio de ponto material e de corpo extenso; centro de gravidade e centro de massa; plano inclinado, e formas de equilíbrio.....	01
CINEMÁTICA: Conceitos básicos de repouso e movimento de ponto material e corpo extenso: referencial, trajetória, deslocamento, velocidade e aceleração; Movimento Retilíneo Uniforme (M.R.U.): conceito, equação horária e gráficos; Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.): conceito, equações horárias e de Torricelli e gráficos; aceleração da gravidade, queda livre e lançamento de projéteis; Movimento Circular Uniforme (M.C.U.): conceito e aplicações.....	18
DINÂMICA: Leis de Newton: aplicações; massa e peso dos corpos; Lei de Hooke; atrito e aplicações; trabalho mecânico, trabalho de forças dissipativas; potência mecânica e rendimento; energias cinética, potencial gravitacional e potencial elástica; energia mecânica e princípio da conservação da energia; impulso e quantidade de movimento, colisões, conservação da quantidade de movimento e gravitação, leis de Kepler, lei da gravitação universal.....	27
HIDROSTÁTICA: Pressão e densidade; unidades de pressão e densidade; pressão atmosférica: experiência de Torricelli; princípio de Stevin: vasos comunicantes; princípio de Pascal: aplicações; princípio de Arquimedes: Empuxo.....	47
ONDAS/ACÚSTICA: Conceito, natureza e tipos; ondas periódicas, princípio da superposição, princípio de Huygens, reflexão e refração; ondas sonoras, propagação e qualidades do som; propriedades das ondas sonoras: reflexão, refração, difração e interferência. Tubos sonoros.....	54
CALOR: Calor e temperatura: conceitos, fontes e processos de propagação de calor. Efeitos do calor: mudanças de estado físico. Dilatação térmica de sólidos e líquidos. Termometria. Escalas termométricas e calorimetria. Estudo geral dos gases ideais: equação de Clapeyron, leis da termodinâmica.....	58
ÓPTICA: Luz: fenômenos luminosos, tipos de fontes e meios de propagação. Princípios da óptica geométrica. Sombra e penumbra. Reflexão: conceito, leis e espelhos planos e esféricos. Refração: conceito, leis, lâminas, prismas e lentes. Olho humano: principais defeitos da visão. Instrumentos ópticos.....	66
ELETRICIDADE: Conceito e processos de eletrização e princípios da eletrostática. Força elétrica. Campo, trabalho e potencial elétricos. Lei de Coulomb. Capacidade elétrica. Capacitores e associações. Campo elétrico. Linhas de força. Lei de Gauss. Potencial elétrico. Diferença de potencial e trabalho num campo elétrico. Corrente elétrica: conceito, efeitos e tipos, condutores e isolantes. Leis de Ohm, resistores e associações e Ponte de Wheatstone. Circuitos elétricos. Geradores e receptores. Instrumentos de medição elétrica.....	80
ELETROMAGNETISMO: Ímãs. Fenômenos magnéticos fundamentais. Força magnética e bússola. Classificação das substâncias magnéticas. Campo magnético: conceito e aplicações. Campo magnético de uma corrente elétrica em condutores retilíneos e espiras. Lei de Biot-Savart. Lei de Ampère. Eletroímã. Força magnética sobre cargas elétricas e condutores percorridos por corrente elétrica. Indução eletromagnética. Lei de Faraday. Lei de Lenz.....	90

ÁLGEBRA I: FUNÇÕES: DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO; FUNÇÕES DEFINIDAS POR FÓRMULAS; DOMÍNIO, IMAGEM E CONTRADOMÍNIO; GRÁFICOS; FUNÇÕES INJETORA, SOBREJETORA, BIJETORA, CRESCENTE, DECRESCENTE, INVERSA, POLINOMIAL DO 1º GRAU, QUADRÁTICA, MODULAR, EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA; RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES, INEQUAÇÕES E SISTEMAS. SEQUÊNCIAS: PROGRESSÕES ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA.

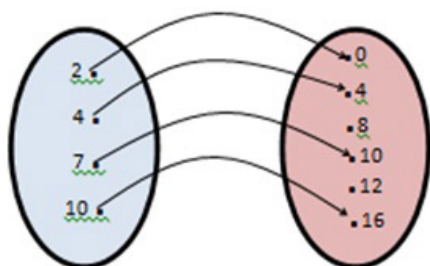
Função do 1º Grau

Conceitos Fundamentais sobre Funções

Uma função é uma relação entre dois conjuntos A e B de modo que cada elemento do conjunto A está associado a um único elemento de B. Sua representação matemática é bem simples:

$$y=f(x):A\rightarrow B$$

Onde y são os elementos do conjunto B e x são os elementos do conjunto A. f(x) é a chamada "função de x", que basicamente é uma expressão matemática que quantifica o valor de y, dado um valor de x. Outra maneira de representarmos uma função é através de um modelo esquemático:



Neste modelo esquemático, temos o conjunto A sendo representado a esquerda e o conjunto B sendo representado a direita, mostrando a relação de função entre eles. A partir destas definições, podemos definir 3 conceitos fundamentais das funções: Domínio, Contradomínio e Imagem.

Domínio

O domínio da função, ou domínio de f(x), é o conjunto de todos os valores que podem ser atribuídos a x, ou seja, todos os elementos do conjunto A.

Contradomínio

O contradomínio da função, ou contradomínio de f(x), são todos os valores possíveis que podem ser atribuídos a y, ou seja, trata-se do conjunto B,

Imagem

A imagem de uma função, ou imagem de f(x), é um subconjunto do contradomínio que contém apenas os valores de y que tiveram algum elemento de x associado.

Usando o diagrama esquemático representado anteriormente, podemos descrever as 3 definições nele:

Domínio: Todos os valores de A: f(x):Dom={2,4,7,10}

Contradomínio: Todos os valores de B: f(x):Contra-Dom= {0,4,8,10,12,16}

Imagem: Todos os valores de B que tiveram associação com A: f(x):Imagem={0,4,10,16}

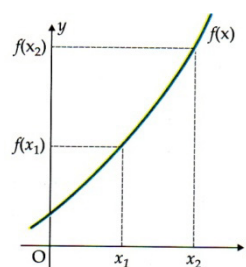
Observe que o elemento "8" do conjunto B não pertence a imagem, pois não há nenhum valor do conjunto A associado a ele.



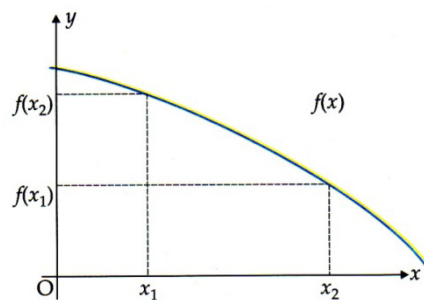
FIQUE ATENTO!

Nem sempre a imagem e o contradomínio terão o mesmo tamanho!

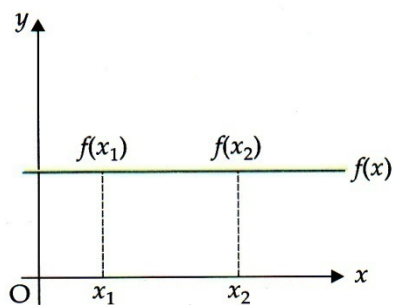
Função crescente: A função f(x), num determinado intervalo, é crescente se, para quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a este intervalo, com $x_1 < x_2$, tivermos $f(x_1) < f(x_2)$.



Função decrescente: Função f(x), num determinado intervalo, é decrescente se, para quaisquer x_1 e x_2 pertencente a este intervalo, com $x_1 < x_2$, tivermos $f(x_1) > f(x_2)$.

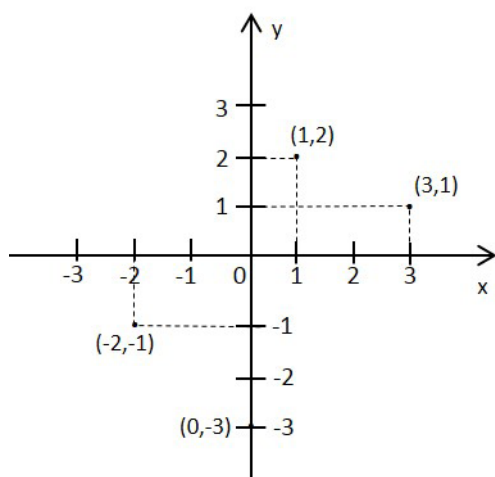


Função constante: A função f(x), num determinado intervalo, é constante se, para quaisquer $x_1 < x_2$, tivermos $f(x_1) = f(x_2)$.



Representação Gráfica

A função $f(x)$ pode ser representada no plano cartesiano, através de um par ordenado (x,y) . O lugar geométrico dos pares ordenados para os quais $x \in \text{Dom}$ e $y \in \text{Im}$ formam, no plano cartesiano, o gráfico da função. Um exemplo de plano cartesiano é apresentado abaixo:



#FicaDica

A apresentação de uma função por meio de seu gráfico é muito importante, não só na Matemática como nos diversos ramos dos estudos científicos.

Função do 1º Grau

As funções de 1º grau, conhecidas também como funções lineares, são expressões matemáticas onde a variável independente x possui grau igual a 1 e não está no denominador, em outras palavras, a forma geral de uma função de primeiro grau é a seguinte:

$$f(x) = ax + b \quad a \neq 0$$

Onde "a" e "b" são números reais e são denominados respectivamente de coeficientes angular e linear. Nas funções de primeiro grau, tanto o domínio, contradomínio e imagem são todos os números reais, uma vez que não há nenhum tipo de restrição de valor nas mesmas.

Zeros da Função do 1º grau:

Chama-se zero ou raiz da função do 1º grau $y = ax + b$ o valor de x que anula a função, isto é, o valor de x para que y seja igual a zero.

Assim, para achar o zero da função $y = ax + b$, basta resolver a equação $ax + b = 0$

Ex:

Determinar o zero da função: $y = 2x - 4$.

$$2x - 4 = 0$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

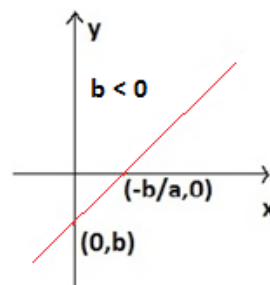
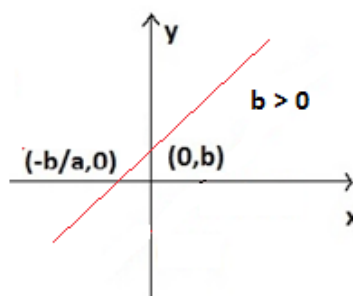
O zero da função $y = 2x - 4$ é 2.

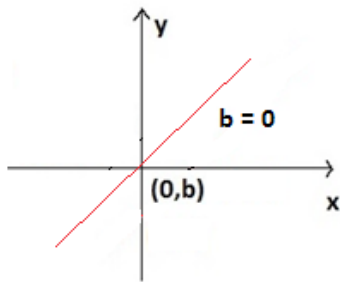
Gráfico da Função do 1º Grau

A forma desta função, como o próprio nome diz, será linear ou uma reta, e terá três tipos:

a) Crescente: $a > 0$

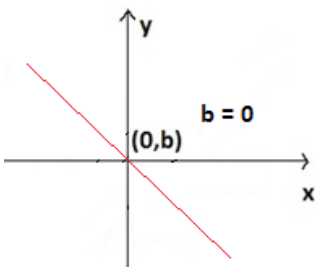
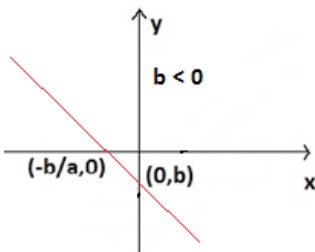
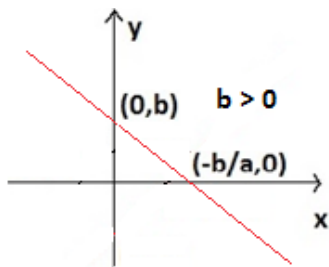
Quando o coeficiente angular da função for positivo, os valores de y aumentarão quando o valor de x também aumentar. A representação gráfica dos três posicionamentos desta reta, em função do valor de b , está abaixo:





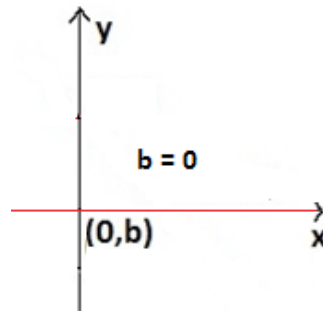
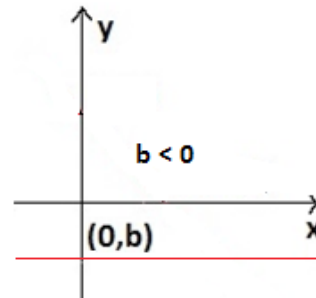
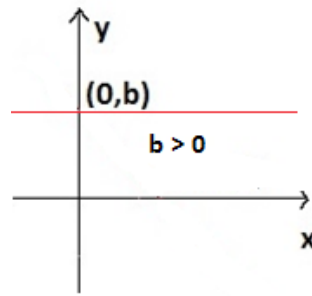
b) Decrescente: $a < 0$

A representação gráfica dos três posicionamentos desta reta, em função do valor de b , está abaixo:



c) Constante: $a = 0$

Algumas referências não tratam a função constante como uma função linear e na teoria, realmente ela não é. Entretanto, como sua forma também é uma reta e trata-se de um caso específico do valor de a , colocamos nesta seção para ficar de maneira mais didática ao leitor. A representação gráfica dos três posicionamentos desta reta, em função do valor de b , está abaixo:



Estudo do sinal da função do 1º grau

Estudar o sinal da função do 1º grau $y = ax + b$ é determinar os valores reais de x para que:

- A função se anule ($y = 0$);
- A função seja positiva ($y > 0$);
- A função seja negativa ($y < 0$).

Ex:

Estudar o sinal da função $y = 2x - 4$ ($a = 2 > 0$).

a) Qual o valor de x que anula a função?

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ 2x - 4 &= 0 \\ 2x &= 4 \\ x &= \frac{4}{2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

A função se anula para $x = 2$.

b) Quais valores de x tornam positiva a função?

$$y > 0$$

$$2x - 4 > 0$$

$$2x > 4$$

$$x > \frac{4}{2}$$

$$x > 2$$

A função é positiva para todo x real maior que 2.

c) Quais valores de x tornam negativa a função?

$$y < 0$$

$$2x - 4 < 0$$

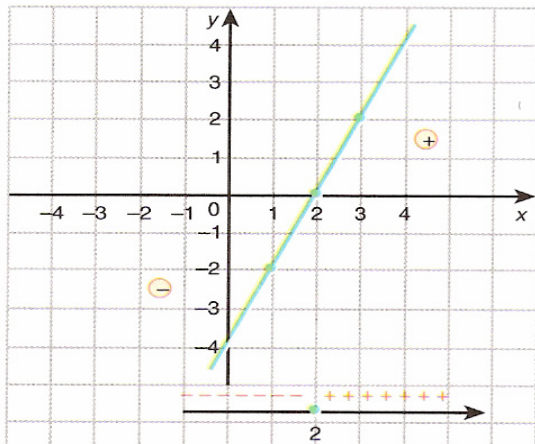
$$2x < 4$$

$$x < \frac{4}{2}$$

$$x < 2$$

A função é negativa para todo x real menor que 2.

Podemos também estudar o sinal da função por meio de seu gráfico:



- Para $x = 2$ temos $y = 0$;

- Para $x > 2$ temos $y > 0$;

- Para $x < 2$ temos $y < 0$.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. Determine o domínio das funções reais apresentadas abaixo.

a) $f(x) = 3x^2 + 7x - 8$

b) $f(x) = \sqrt[3]{2x + 1}$

c) $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{7x+5}}$

Resposta:

a) Domínio = \mathbb{R}

b) Domínio = \mathbb{R}

c) Domínio = $\{x \in \mathbb{R} / x > -\frac{7}{5}\}$

Exercício comentado 2

2. Determine o domínio e a imagem da função $f(x) = \sqrt{x+2}$

Resposta:

Domínio = $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -2\}$

Imagem = $\{y \in \mathbb{R} / y \geq 0\}$

Função do 2º Grau

DEFINIÇÃO

Chama-se função do 2º grau ou função quadrática toda função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} em definida por um polinômio do 2º grau da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ com a, b e c reais e $a \neq 0$. O gráfico de uma função do 2º grau é uma parábola.

Exs:

$f(x) = x^2 - 5x + 4$, sendo $a = 1, b = -5$ e $c = 4$

$f(x) = x^2 - 9$, sendo $a = 1, b = 0$ e $c = -9$

$f(x) = x^2$, sendo $a = 1, b = 0$ e $c = 0$

ZEROS DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

As raízes ou zeros da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de x reais tais que $f(x) = 0$ e, portanto, as soluções da equação do 2º grau.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

A resolução de uma equação do 2º grau é feita utilizando a fórmula de Bháskara como já visto.

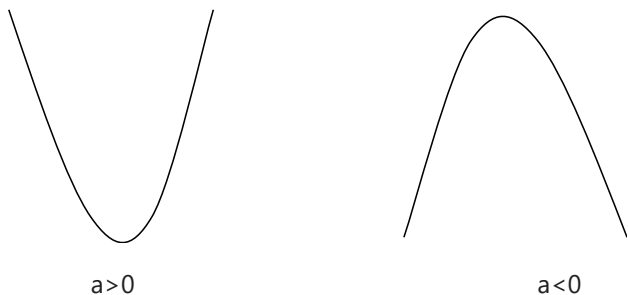


FIQUE ATENTO!

As raízes (quando são reais), o vértice e a intersecção com o eixo y são fundamentais para traçarmos um esboço do gráfico de uma função do 2º grau.

CONCAVIDADE DA PARÁBOLA

No caso das funções do 2º grau, a parábola pode ter sua concavidade voltada para cima ($a > 0$) ou voltada para baixo ($a < 0$).

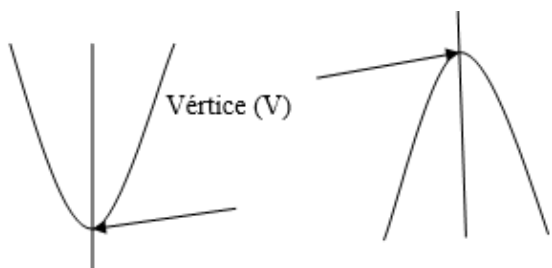


COORDENADAS DO VÉRTICE DA PARÁBOLA

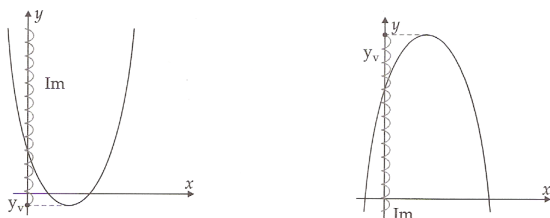
A parábola que representa graficamente a função do 2º grau apresenta como eixo de simetria uma reta vertical que intercepta o gráfico num ponto chamado de vértice.

As coordenadas do vértice (x_V, y_V) são:

$$x_V = -\frac{b}{2a} \text{ e } y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$



O Conjunto Imagem de uma função do 2º grau está associado ao seu ponto extremo, ou seja, à ordenada do vértice (y_V) .



Exemplo:

Vamos determinar as coordenadas do vértice da parábola da seguinte função quadrática: $y = x^2 - 8x + 15$.

Cálculo da abscissa do vértice:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

Cálculo da ordenada do vértice:

Substituindo x por 4 na função dada: $y_V = 4^2 - 8 \cdot 4 + 15 = 16 - 32 + 15 = -1$

Logo, o ponto V , vértice dessa parábola, é dado por $V(4, -1)$.

Observação Importante: Como observado, a ordenada do vértice (y_V) pode ser calculada de duas formas distintas: substituindo o valor de x na função ou usando a fórmula dada anteriormente $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$.

Costuma-se utilizar a primeira forma (apresentada no exemplo) por exigir menos cálculos e com isso ganha-se tempo na prova. Mas fica a cargo do aluno qual forma utilizar. Para fins ilustrativos, vamos encontrar o utilizando a fórmula:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 64 - 60 = 4$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4}{4 \cdot 1} = -\frac{4}{4} = -1 \text{ que é idêntico}$$

(como não poderia deixar de ser) ao valor encontrado anteriormente.

Domínio e Imagem da função do 2º grau

O domínio de uma função do 2º grau é o conjunto dos números reais, ou seja $\text{Dom} = \mathbb{R}$

Como visto acima, a imagem de uma função do 2º grau está diretamente relacionada à ordenada do vértice (y_V) .

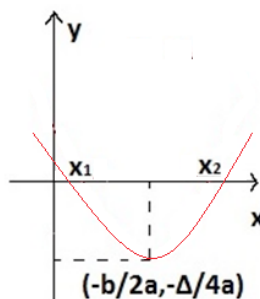
Para $a > 0 \rightarrow \text{Im} = \{y \in \mathbb{R} | y \geq y_V\}$

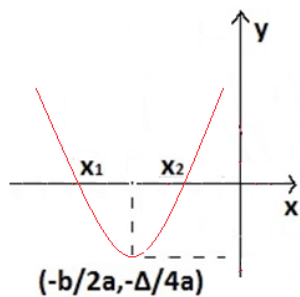
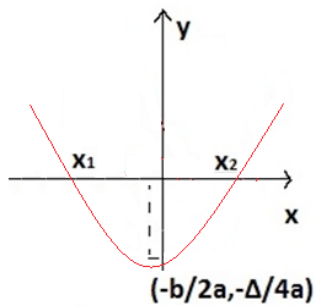
Para $a < 0 \rightarrow \text{Im} = \{y \in \mathbb{R} | y \leq y_V\}$

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA – DIFERENTES CASOS

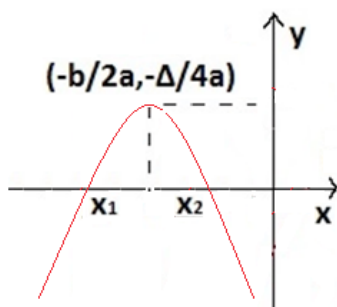
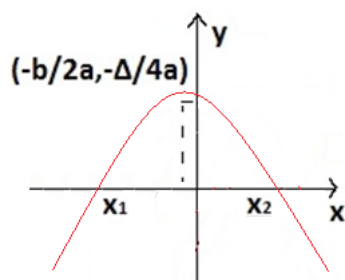
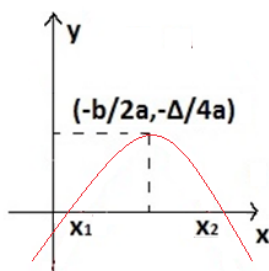
Para sabermos a posição e orientação desta parábola, precisaremos além de analisar o sinal do discriminante, teremos que analisar também o sinal do coeficiente "a". Vejam os casos:

a) $a > 0$ e $\Delta > 0$: Neste caso, teremos a "boca" da parábola apontada para cima, e como temos duas raízes distintas, a mesma cruza duas vezes no eixo x . Além disso, o vértice da parábola caracteriza-se pelo ponto de mínimo da mesma. Seguem as representações para duas raízes positivas, uma positiva e outra negativa, e as duas negativas, respectivamente:

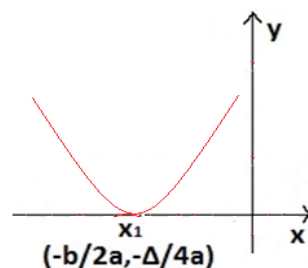
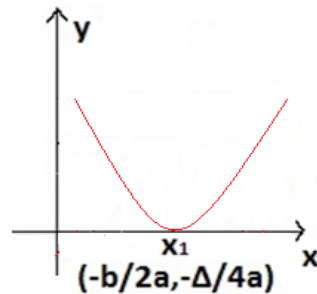




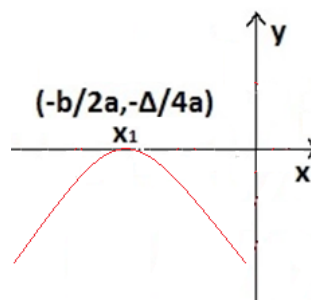
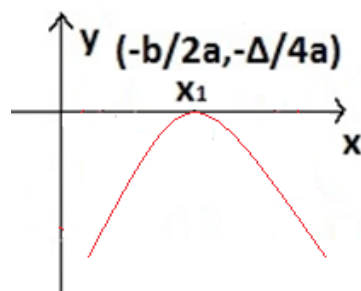
- b) $a < 0$ e $\Delta > 0$: Neste caso, temos a "boca" da parábola apontada para baixo, e como temos duas raízes distintas, a mesma cruza duas vezes no eixo x . Além disso, o vértice da parábola caracteriza o ponto de máximo da mesma. Seguem as representações para as duas raízes positivas, uma positiva e outra negativa, e as duas negativas, respectivamente:



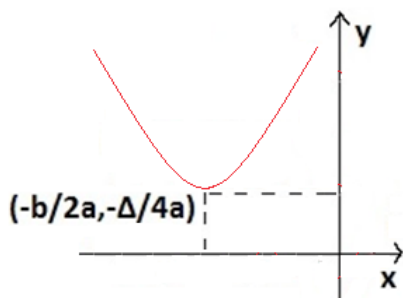
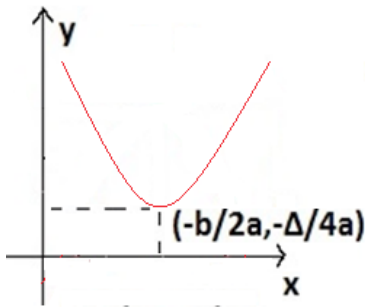
- c) $a > 0$ e $\Delta = 0$: Neste caso, a "boca" da parábola segue apontada para cima, mas a mesma toca o eixo x apenas uma vez, já que as raízes são idênticas. Além disso, o vértice desta parábola é exatamente o ponto de tangência, a figura a seguir apresenta os casos para a raiz positiva e negativa respectivamente:



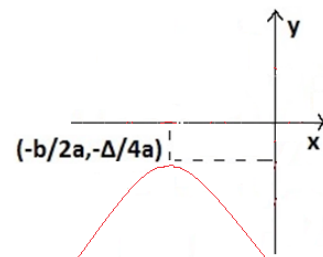
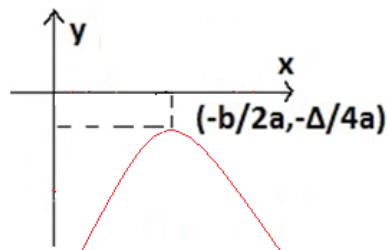
- d) $a < 0$ e $\Delta = 0$: Neste caso, a "boca" da parábola segue apontada para baixo, mas a mesma toca o eixo x apenas uma vez, já que as raízes são idênticas. Além disso, o vértice desta parábola é exatamente o ponto de tangência, a figura a seguir apresenta os casos para a raiz positiva e negativa respectivamente:



e) $a > 0$ e $\Delta = 0$: Neste caso, não há raízes (a parábola não toca e nem cruza o eixo x). A "boca" da parábola segue para cima e as figuras a seguir apresentam os gráficos para vértices com coordenada x positiva e negativa respectivamente:



f) $a < 0$ e $\Delta = 0$: Neste caso, não há raízes (a parábola não toca e nem cruza o eixo x). A "boca" da parábola segue para baixo e as figuras a seguir apresentam os gráficos para vértices com coordenada x positiva e negativa respectivamente:



VALOR MÁXIMO E VALOR MÍNIMO DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

- Se $a > 0$, o vértice é o ponto da parábola que tem ordenada mínima. Nesse caso, o vértice é chamado ponto de mínimo e a ordenada do vértice é chamada valor mínimo da função;

- Se $a < 0$, o vértice é o ponto da parábola que tem ordenada máxima. Nesse caso, o vértice é ponto de máximo e a ordenada do vértice é chamada valor máximo da função.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. Dada a função parabólica $f(x) = x^2 - x$, determine as coordenadas do vértice, V

Resposta: As coordenadas do seu vértice podem ser encontradas através de:

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Logo, $4a$

$$x_v = -\frac{-1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$$

$$y_v = -\frac{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}{4 \cdot 1} = -\frac{1}{4}$$

Portanto:

$$V = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right).$$

2. (UFSCAR-SP) Uma bola, ao ser chutada num tiro de meta por um goleiro, numa partida de futebol, teve sua trajetória descrita pela equação $h(t) = -2t^2 + 8t$ ($t \geq 0$), onde t é o tempo medido em segundo e h(t) é a altura em metros da bola no instante t. Determine, após o chute:

- o instante em que a bola retornará ao solo.
- a altura atingida pela bola.

Resposta:

a) Houve dois momentos em que a bola tocou o chão: o primeiro foi antes de ela ser chutada e o segundo foi quando ela terminou sua trajetória e retornou para o chão. Em ambos os momentos a altura $h(t)$ era igual a zero, sendo assim:

$$h(t) = -2t^2 + 8t$$

$$0 = -2t^2 + 8t$$

$$2t^2 - 8t = 0$$

$$2t(t - 4) = 0$$

$$t' = 0$$

$$t'' - 4 = 0$$

$$t'' = 4$$

Portanto, o segundo momento em que a bola tocou no chão foi no instante de **quatro segundos**.

b) A altura máxima atingida pela bola é dada pelo vértice da parábola. As coordenadas do seu vértice podem ser encontradas através de:

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

No caso apresentado, é interessante encontrar apenas y_v :

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y_v = -\frac{(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)}{4a}$$

$$y_v = -\frac{(8^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 0)}{4 \cdot (-2)}$$

$$y_v = 8$$

Portanto, a altura máxima atingida pela bola foi de **8 metros**.

FUNÇÃO EXPONENCIAL

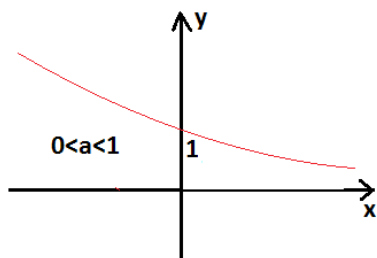
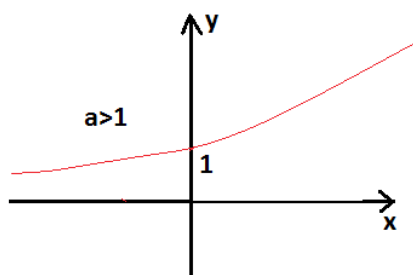
A função exponencial, como o nome mostra, é uma função onde a variável independente é um expoente: $f(x) = a^x$



FIQUE ATENTO!

Com "a" sendo um número real. Possui dois tipos básicos, quando $a > 1$ (crescente) e $0 < a < 1$ (decrecente).

As figuras a seguir apresentam seus respectivos gráficos:



É importante ressaltar que o gráfico da função exponencial (na forma que foi apresentado) não toca o eixo x, pois a função $f(x) = a^x$ com $a > 0$ é sempre positiva.

EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

As equações exponenciais são funções exponenciais relacionadas a números ou expressões. O princípio fundamental para a resolução das mesmas é lembrar que dois expoentes serão iguais se as respectivas bases também forem iguais, sigam os exemplos abaixo:

Exemplo: Resolva $3^x = 27$

Resolução: Seguindo o princípio que bases iguais terão expoentes iguais, temos que lembrar que $27 = 3^3$, assim:

$$3^x = 3^3$$

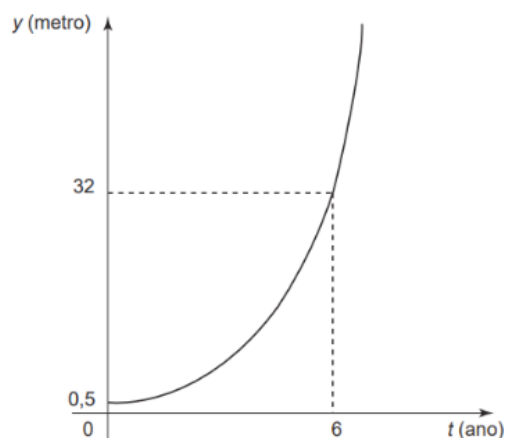
$$x = 3$$

$$S = \{3\}$$



EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (ENEM 2016) Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função, na qual y representa a altura da planta em metro, t é considerado em ano, e a é uma constante maior que 1. O gráfico representa a função y .



Admita ainda que $y(0)$ fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio.

O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a

- a) 3.
- b) 4.
- c) 6.
- d) $\log_2 7$.
- e) $\log_2 15$

Resposta: Letra B.

Se $t=0$:

$$y(0) = a^{(0-1)} = 0,5.$$

$$1a = 12$$

Logo, $a=2$.

Então, a função é $y(t) = 2^{(t-1)}$.

Como cresceu 7,5m, o eucalipto chegou a 8 m. Deste modo, faz-se:

$$y(t) = 8 = 2^{(t-1)}$$

$$2^3 = 2^{(t-1)}$$

Portanto, $t = 4$ anos.

2. (CONED-2016) Qual a soma das raízes ou zeros da função exponencial abaixo:

$$2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0$$

- a) 5
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) -6

Resposta: Letra A.

$$2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0$$

$$\frac{2^{2x}}{2^3} - \frac{3 \cdot 2^x}{2} + 4 = 0$$

$$\frac{(2^x)^2}{2^3} - \frac{3 \cdot 2^x}{2} + 4 = 0$$

Faz-se a substituição $2^x = y$ pra obter uma equação de segundo grau

$$\frac{y^2}{8} - \frac{3y}{2} + 4 = 0$$

Multiplicando a equação por 8

$$y^2 - 12y + 32 = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau:

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 32 = 144 - 128 = 16$$

$$y = \frac{12 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{12 \pm 4}{2} = \begin{cases} y_1 = \frac{12 + 4}{2} = \frac{16}{2} = 8 \\ y_2 = \frac{12 - 4}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

Assim

$$\begin{cases} 2^x = 4 \rightarrow 2^x = 2^2 \rightarrow x_1 = 2 \\ 2^x = 8 \rightarrow 2^x = 2^3 \rightarrow x_2 = 3 \end{cases}$$

Portanto, a soma das raízes é igual a $2+3=5$

Função Modular

MÓDULO

As funções modulares são desenvolvidas através de um operador matemático chamado de "Módulo". Sua definição está apresentada abaixo:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Sua representação é através de duas barras verticais e lê-se "Módulo de x ".



FIQUE ATENTO!

Módulo também conhecido como valor absoluto pode ser entendido como uma distância e por isso $|x| < 0$ não existe para todo x .

Exemplo: $|3| = 3$ e $|-3| = 3$.

FUNÇÃO MODULAR

A função modular, segue a mesma representação, trocando apenas x por $f(x)$:

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{se } f(x) \geq 0 \\ -f(x), & \text{se } f(x) \leq 0 \end{cases}$$



#FicaDica

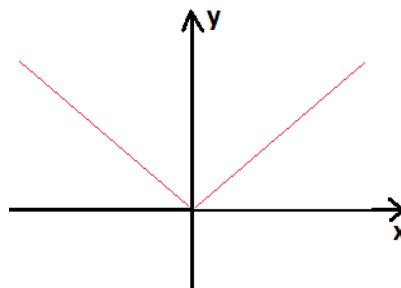
A representação gráfica será feita através de duas retas, dependendo de como é a forma de $f(x)$.

Abaixo segue alguns exemplos:

Exemplo:

Desenhar o gráfico de $f(x) = |x|$

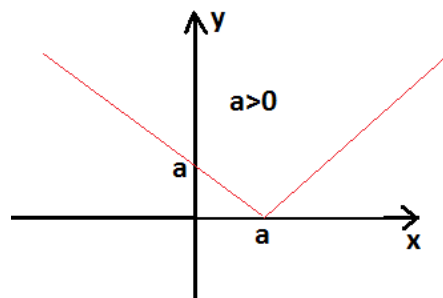
Resolução: O gráfico de $f(x) = |x|$ forma uma ponta na origem e segue uma reta espelhada tanto para o sentido positivo quanto para o negativo:

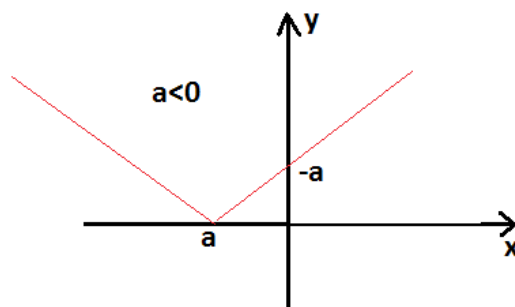


Exemplo:

Desenhar o gráfico de $f(x) = |x-a|$

Resolução: Quando há um termo subtraindo o valor de x dentro do módulo, o gráfico original acima se desloca, com a "ponta" se movendo para a coordenada " a ". Seguem os dois casos, para $a > 0$ e $a < 0$ respectivamente:





EQUAÇÕES MODULARES

As equações modulares são funções modulares igualadas a algum número ou expressão. Ela será resolvida decompondo a mesma em dois casos, com domínios pré-determinados. Este tipo de solução é apresentada no Exercício Comentado 1, a seguir:

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (NOVA 2017) O conjunto solução da equação $|x-3|=7$ é:

- a) $S=\{-4,10\}$
- b) $S=\{-2,10\}$
- c) $S=\{0,10\}$
- d) $S=\{2,10\}$
- e) $S=\{4,10\}$

Resposta: Letra A.

Conforme foi mencionado, vamos resolver dois casos, usando a definição de módulo:

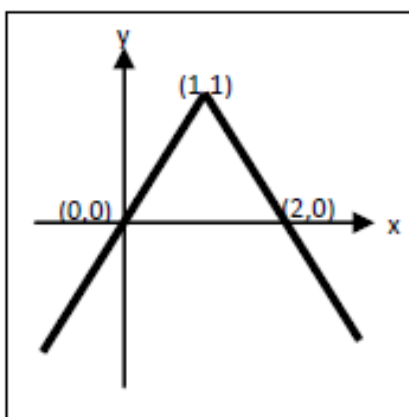
- a) $x-3=7$, para $x-3 \geq 0$
- b) $-(x-3)=7$, para $x-3 \leq 0$

Resolvendo:

- a) $x=7+3=10$, para $x \geq 3$
- b) $-x+3=7 \Rightarrow x=-4$, para $x \leq 3$

Observe que as duas soluções estão dentro dos domínios pré-estabelecidos, assim: $S=\{-4,10\}$

2. (FGV 2014) Assinale a única função, dentre as opções seguintes, que pode estar representada no gráfico a seguir:



- a) $y = 1 - |x - 1|$;
- b) $y = 1 - |x + 1|$;
- c) $y = 1 + |x - 1|$;
- d) $y = 1 + |x + 1|$;
- e) $y = |x - 1| + |x + 1|$.