Secretaria de Estado da Educação do Estado de Rondônia

SEDUC-RO

Técnicos Educacionais Nível II:

- Técnico Educacional/Cuidador
- Técnico Educacional/Intérprete de Libras

MA078-19

NOVA CONCURSOS

OBRA

Secretaria de Estado da Educação do Estado de Rondônia - SEDUC-RO

Técnicos Educacionais Nível II:
• Técnico Educacional/Cuidador
• Técnico Educacional/Intérprete de Libras

Edital N. 68/2019/SEGEP-GCP

AUTORES
Língua Portuguesa - Profª Zenaide Auxiliadora Pachegas Branco
Matemática - Profº Bruno Chieregatti e João de Sá Brasil

PRODUÇÃO EDITORIAL/REVISÃO
Elaine Cristina

DIAGRAMAÇÃO
Elaine Cristina

CAPA
Joel Ferreira dos Santos

NOVA CONCURSOS
www.novaconcursos.com.br

sac@novaconcursos.com.br

APRESENTAÇÃO

PARABÉNS! ESTE É O PASSAPORTE PARA SUA APROVAÇÃO.

A Nova Concursos tem um único propósito: mudar a vida das pessoas.

Vamos ajudar você a alcançar o tão desejado cargo público.

Nossos livros são elaborados por professores que atuam na área de Concursos Públicos. Assim a matéria é organizada de forma que otimize o tempo do candidato. Afinal corremos contra o tempo, por isso a preparação é muito importante.

Aproveitando, convidamos você para conhecer nossa linha de produtos "Cursos online", conteúdos preparatórios e por edital, ministrados pelos melhores professores do mercado.

Estar à frente é nosso objetivo, sempre.

Contamos com índice de aprovação de 87%*.

O que nos motiva é a busca da excelência. Aumentar este índice é nossa meta.

Acesse **www.novaconcursos.com.br** e conheça todos os nossos produtos.

Oferecemos uma solução completa com foco na sua aprovação, como: apostilas, livros, cursos online, questões comentadas e treinamentos com simulados online.

Desejamos-lhe muito sucesso nesta nova etapa da sua vida!

Obrigado e bons estudos!

*Índice de aprovação baseado em ferramentas internas de medição.

CURSO ONLINE

PASSO 1
Acesse:
www.novaconcursos.com.br/passaporte

PASSO 2
Digite o código do produto no campo indicado no site.
O código encontra-se no verso da capa da apostila.
*Utilize sempre os 8 primeiros dígitos.
Ex: JN001-19

PASSO 3
Pronto!
Você já pode acessar os conteúdos online.

SUMÁRIO

LÍNGUA PORTUGUESA

MATEMÁTICA

ÍNDICE

LÍNGUA PORTUGUESA

COMPREENSÃO DA LINGUAGEM CONOTATIVA; DENOTAÇÃO E CONOTAÇÃO

SIGNIFICADO DAS PALAVRAS

Semântica é o estudo da significação das palavras e das suas mudanças de significação através do tempo ou em determinada época. A maior importância está em distinguir sinônimos e antônimos (sinonímia / antonímia) e homônimos e parônimos (homonímia / paronímia).

1. Sinônimos

São palavras de sentido igual ou aproximado: *alfabeto - abecedário; brado, grito - clamor; extinguir, apagar - abolir*.

Duas palavras são totalmente sinônimas quando são substituíveis, uma pela outra, em qualquer contexto (*cara* e *rosto*, por exemplo); são parcialmente sinônimas quando, ocasionalmente, podem ser substituídas, uma pela outra, em determinado enunciado (*aguadar* e *esperar)*.

Observação:

A contribuição greco-latina é responsável pela existência de numerosos pares de sinônimos: *adversário e antagonista; translúcido e diáfano; semicírculo e hemiciclo; contraveneno e antídoto; moral e ética; colóquio e diálogo; transformação e metamorfose; oposição e antítese.*

2. Antônimos

São palavras que se opõem através de seu significado: *ordem - anarquia; soberba - humildade; louvar - censurar; mal - bem*.

Observação:

A antonímia pode se originar de um prefixo de sentido oposto ou negativo: *bendizer e maldizer; simpático e antipático; progredir e regredir; concórdia e discórdia; ativo e inativo; esperar e desesperar; comunista e anticomunista; simétrico e assimétrico.*

3. Homônimos e Parônimos

- **Homônimos** = palavras que possuem a mesma grafia ou a mesma pronúncia, mas significados diferentes. Podem ser

A) Homógrafas: são palavras iguais na escrita e diferentes na pronúncia:

rego (subst.) e rego (verbo); colher (verbo) e colher (subst.); jogo (subst.) e jogo (verbo); denúncia (subst.) e denuncia (verbo); providência (subst.) e providencia (verbo).

B) Homófonas: são palavras iguais na pronúncia e diferentes na escrita:

acender (atear) e ascender (subir); concertar (harmonizar) e consertar (reparar); cela (compartimento) e sela (arreio); censo (recenseamento) e senso (juízo); paço (palácio) e passo (andar).

C) Homógrafas e homófonas simultaneamente (ou **perfeitas**): São palavras iguais na escrita e na pronúncia: *caminho (subst.) e caminho (verbo); cedo (verbo) e cedo (adv.); livre (adj.) e livre (verbo).*

- Parônimos = palavras com sentidos diferentes, porém de formas relativamente próximas. São palavras parecidas na escrita e na pronúncia: cesta (receptáculo de vime; cesta de basquete/esporte) e sesta (descanso após o almoço), eminente (ilustre) e iminente (que está para ocorrer), osso (substantivo) e ouço (verbo), sede (substantivo e/ou verbo "ser" no imperativo) e cede (verbo), comprimento (medida) e cumprimento (saudação), autuar (processar) e atuar (agir), infligir (aplicar pena) e infringir (violar), deferir (atender a) e diferir (divergir), suar (transpirar) e soar (emitir som), aprender (conhecer) e apreender (assimilar; apropriar-se de), tráfico (comércio ilegal) e tráfego (relativo a movimento, trânsito), mandato (procuração) e mandado (ordem), emergir (subir à superfície) e imergir (mergulhar, afundar).

4. Hiperonímia e Hiponímia

Hipônimos e hiperônimos são palavras que pertencem a um mesmo campo semântico (de sentido), sendo o hipônimo uma palavra de sentido mais específico; o hiperônimo, mais abrangente.

O hiperônimo impõe as suas propriedades ao hipônimo, criando, assim, uma relação de dependência semântica. Por exemplo: **Veículos** está numa relação de hiperonímia com **carros**, já que ***veículos*** é uma palavra de significado genérico, incluindo *motos, ônibus, caminhões. Veículos* é um hiperônimo de *carros*.

Um hiperônimo pode substituir seus hipônimos em quaisquer contextos, mas o oposto não é possível. A utilização correta dos hiperônimos, ao redigir um texto, evita a repetição desnecessária de termos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SACCONI, Luiz Antônio. *Nossa gramática completa Sacconi*. 30.ª ed. Rev. São Paulo: Nova Geração, 2010.

Português linguagens: volume 1 / Wiliam Roberto Cereja, Thereza Cochar Magalhães. – 7.ª ed. Reform. – São Paulo: Saraiva, 2010.

Português: novas palavras: literatura, gramática, redação / Emília Amaral... [et al.]. – São Paulo: FTD, 2000.

XIMENES, Sérgio. *Minidicionário Ediouro da Lìngua Portuguesa* – 2.ª ed. reform. – São Paulo: Ediouro, 2000.

SITE

http://www.coladaweb.com/portugues/sinonimos,-antonimos,-homonimos-e-paronimos

DENOTAÇÃO E CONOTAÇÃO

Exemplos de variação no significado das palavras:

Os domadores conseguiram enjaular a fera. (sentido literal)

Ele ficou uma fera quando soube da notícia. (sentido figurado)

Aquela aluna é fera na matemática. (sentido figurado)

As variações nos significados das palavras ocasionam o sentido denotativo (denotação) e o sentido conotativo (conotação) das palavras.

A) Denotação

Uma palavra é usada no sentido denotativo quando apresenta seu significado original, independentemente do contexto em que aparece. Refere-se ao seu significado mais objetivo e comum, aquele imediatamente reconhecido e muitas vezes associado ao primeiro significado que aparece nos dicionários, sendo o significado mais literal da palavra.

A denotação tem como finalidade informar o receptor da mensagem de forma clara e objetiva, assumindo um caráter prático. É utilizada em textos informativos, como jornais, regulamentos, manuais de instrução, bulas de medicamentos, textos científicos, entre outros. A palavra "pau", por exemplo, em seu sentido denotativo é apenas um pedaço de madeira. Outros exemplos:

O elefante é um mamífero.

As estrelas deixam o céu mais bonito!

B) Conotação

Uma palavra é usada no sentido conotativo quando apresenta diferentes significados, sujeitos a diferentes interpretações, dependendo do contexto em que esteja inserida, referindo-se a sentidos, associações e ideias que vão além do sentido original da palavra, ampliando sua significação mediante a circunstância em que a mesma é utilizada, assumindo um sentido figurado e simbólico. Como no exemplo da palavra "pau": em seu sentido conotativo ela pode significar castigo (dar-lhe um pau), reprovação (tomei pau no concurso).

A conotação tem como finalidade provocar sentimentos no receptor da mensagem, através da expressividade e afetividade que transmite. É utilizada principalmente numa linguagem poética e na literatura, mas também ocorre em conversas cotidianas, em letras de música, em anúncios publicitários, entre outros. Exemplos:

Você é o meu sol!

Minha vida é um mar de tristezas.

Você tem um coração de pedra!

#FicaDica

Procure associar **D**enotação com **D**icionário: trata-se de definição literal, quando o termo é utilizado com o sentido que consta no dicionário.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SACCONI, Luiz Antônio. *Nossa gramática completa Sacconi*. 30.ª ed. Rev. São Paulo: Nova Geração, 2010.

Português linguagens: volume 1 / Wiliam Roberto Cereja, Thereza Cochar Magalhães. – 7.ª ed. Reform. – São Paulo: Saraiva, 2010.

SITE

http://www.normaculta.com.br/conotacao-e-denotacao/

POLISSEMIA

Polissemia é a propriedade de uma palavra adquirir multiplicidade de sentidos, que só se explicam dentro de um contexto. Trata-se, realmente, de uma única palavra, mas que abarca um grande número de significados dentro de seu próprio campo semântico.

Reportando-nos ao conceito de Polissemia, logo percebemos que o prefixo "poli" significa multiplicidade de algo. Possibilidades de várias interpretações levando-se em consideração as situações de aplicabilidade. Há uma infinidade de exemplos em que podemos verificar a ocorrência da polissemia:

O rapaz é um tremendo gato.

O gato do vizinho é peralta.

Precisei fazer um gato para que a energia voltasse.

Pedro costuma fazer alguns "bicos" para garantir sua sobrevivência

O passarinho foi atingido no bico.

Nas expressões polissêmicas *rede de deitar, rede de computadores* e *rede elétrica,* por exemplo, temos em comum a palavra "rede", que dá às expressões o sentido de "entrelaçamento". Outro exemplo é a palavra "xadrez", que pode ser utilizada representando "tecido", "prisão" ou "jogo" – o sentido comum entre todas as expressões é o formato quadriculado que têm.

1. Polissemia e homonímia

A confusão entre polissemia e homonímia é bastante comum. Quando a mesma palavra apresenta *vários significados*, estamos na presença da *polissemia*. Por outro lado, quando duas ou mais palavras com origens e *significados distintos têm a mesma grafia e fonologia*, temos uma *homonímia*.

A palavra "manga" é um caso de homonímia. Ela pode significar uma fruta ou uma parte de uma camisa. Não é polissemia porque os diferentes significados para a palavra "manga" têm origens diferentes. "Letra" é uma palavra polissêmica: pode significar o elemento básico do alfabeto, o texto de uma canção ou a caligrafia de um determinado indivíduo. Neste caso, os diferentes significados estão interligados porque remetem para o mesmo conceito, o da escrita.

2. Polissemia e ambiguidade

Polissemia e ambiguidade têm um grande impacto na interpretação. Na língua portuguesa, um enunciado pode ser ambíguo, ou seja, apresentar mais de uma interpretação. Esta ambiguidade pode ocorrer devido à colocação específica de uma palavra (por exemplo, um advérbio) em uma frase. Vejamos a seguinte frase:

Pessoas que têm uma alimentação equilibrada frequentemente são felizes.

Neste caso podem existir duas interpretações diferentes:

As pessoas têm alimentação equilibrada porque são felizes ou são felizes porque têm uma alimentação equilibrada.

De igual forma, quando uma palavra é polissêmica, ela pode induzir uma pessoa a fazer mais do que uma interpretação. Para fazer a interpretação correta é muito importante saber qual o contexto em que a frase é proferida.

Muitas vezes, a disposição das palavras na construção do enunciado pode gerar ambiguidade ou, até mesmo, comicidade. Repare na figura abaixo:

(http://www.humorbabaca.com/fotos/diversas/corto--cabelo-e-pinto. Acesso em 15/9/2014).

Poderíamos corrigir o cartaz de inúmeras maneiras, mas duas seriam:

Corte e coloração capilar

ou

Faço corte e pintura capilar

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Português linguagens: volume 1 / Wiliam Roberto Cereja, Thereza Cochar Magalhães. – 7.ª ed. Reform. – São Paulo: Saraiva, 2010.

SACCONI, Luiz Antônio. *Nossa gramática completa Sacconi*. 30.ª ed. Rev. São Paulo: Nova Geração, 2010.

SITE

http://www.brasilescola.com/gramatica/polissemia.htm

EXERCÍCIO COMENTADO

1. (SUSAM-AM – ASSISTENTE ADMINISTRATIVO – FGV – 2014) *"o país teve de recorrer a um programa de racionamento"*. Assinale a opção que apresenta a forma de reescrever esse segmento, que altera o seu sentido original.

a) O Brasil foi obrigado a recorrer a um programa de racionamento.
b) O país teve como recurso recorrer a um programa de racionamento.
c) O Brasil foi levado a recorrer a um programa de racionamento.
d) O país obrigou-se a recorrer a um programa de racionamento.
e) O Brasil optou por um programa de racionamento.

Resposta: Letra E. "*o país teve de recorrer a um programa de racionamento*". Assinale a opção que apresenta a forma de reescrever esse segmento, QUE ALTERA O SEU SENTIDO ORIGINAL.

Em "*a*": O Brasil foi obrigado a recorrer a um programa de racionamento = mesmo sentido.
Em "*b*": O país teve como recurso recorrer a um programa de racionamento = mesmo sentido.
Em "*c*": O Brasil foi levado a recorrer a um programa de racionamento = mesmo sentido.
Em "*d*": O país obrigou-se a recorrer a um programa de racionamento = mesmo sentido.
Em "*e*": O Brasil optou por um programa de racionamento = mudança de sentido (segundo o enunciado, o país não teve outra opção a não ser recorrer. Na alternativa, provavelmente havia outras opções, e o país escolheu a de "recorrer").

VERBO – ESTRUTURA E EMPREGO;

Verbo é a palavra que se flexiona em pessoa, número, tempo e modo. A estes tipos de flexão verbal dá-se o nome de **conjugação** (por isso também se diz que verbo é a palavra que pode ser conjugada)**.** Pode indicar, entre outros processos: ação (*amarrar*), estado (*sou*), fenômeno (*choverá*); ocorrência (nascer); desejo (querer).

1. Estrutura das Formas Verbais

Do ponto de vista estrutural, o verbo pode apresentar os seguintes elementos:

A) Radical: é a parte invariável, que expressa o significado essencial do verbo. Por exemplo: *fal-ei; fal--ava; fal-am*. (radical *fal-*)

B) Tema: é o radical seguido da vogal temática que indica a conjugação a que pertence o verbo. Por exemplo: *fala-r*. São três as conjugações:

1.ª - Vogal Temática - **A** - *(falar)*, 2.ª - Vogal Temática - **E** - *(vender)*, 3.ª - Vogal Temática - **I** - *(partir)*.

C) Desinência modo-temporal: é o elemento que designa o tempo e o modo do verbo. Por exemplo:

*falá**va**mos* (indica o pretérito imperfeito do indicativo) / *fala**sse*** (indica o pretérito imperfeito do subjuntivo)

D) Desinência número-pessoal: é o elemento que designa a pessoa do discurso (1.ª, 2.ª ou 3.ª) e o número (singular ou plural):

*fala**mos*** (indica a 1.ª pessoa do plural.) / *falava**m*** (indica a 3.ª pessoa do plural.)

FIQUE ATENTO!

O verbo *pôr*, assim como seus derivados (*compor, repor, depor*), pertencem à 2.ª conjugação, pois a forma arcaica do verbo *pôr* era *poer*. A vogal "e", apesar de haver desaparecido do infinitivo, revela-se em algumas formas do verbo: *põe, pões, põem,* etc.

2. Formas Rizotônicas e Arrizotônicas

Ao combinarmos os conhecimentos sobre a estrutura dos verbos com o conceito de acentuação tônica, percebemos com facilidade que nas formas rizotônicas o acento tônico cai no radical do verbo: *opino, aprendam, amo*, por exemplo. Nas formas arrizotônicas, o acento tônico não cai no radical, mas sim na terminação verbal (fora do radical): *opinei, aprenderão, amaríamos*.

3. Classificação dos Verbos

Classificam-se em:

A) Regulares: são aqueles que apresentam o radical inalterado durante a conjugação e desinências idênticas às de todos os verbos regulares da mesma conjugação. Por exemplo: comparemos os verbos "cantar" e "falar", conjugados no presente do Modo Indicativo:

*cant**o***	*fal**o***
*cant**as***	*fal**as***
*cant**a***	*fal**as***
*cant**amos***	*fal**amos***
*cant**ais***	*fal**ais***
*cant**am***	*fal**am***

#FicaDica

Observe que, retirando os radicais, as desinências modo-temporal e número-pessoal mantiveram-se idênticas. Tente fazer com outro verbo e perceberá que se repetirá o fato (desde que o verbo seja da primeira conjugação e regular!). Faça com o verbo "andar", por exemplo. Substitua o radical "cant" e coloque o "and" (radical do verbo andar). Viu? Fácil!

B) Irregulares: são aqueles cuja flexão provoca alterações no radical ou nas desinências: *faço, fiz, farei, fizesse*.

Observação:

Alguns verbos sofrem alteração no radical apenas para que seja mantida a sonoridade. É o caso de: *corrigir/corri**j**o, fingir/fin**j**o, to**c**ar/to**qu**ei*, por exemplo. Tais alterações não caracterizam irregularidade, porque o fonema permanece inalterado.

C) Defectivos: são aqueles que não apresentam conjugação completa. Os principais são *adequar, precaver, computar, reaver, abolir, falir.*

D) Impessoais: são os verbos que não têm sujeito e, normalmente, são usados na terceira pessoa do singular. Os principais verbos impessoais são:

1. Haver, quando sinônimo de *existir, acontecer, realizar-se* ou *fazer* (em orações temporais).

Havia muitos candidatos no dia da prova. (Havia = Existiam)

Houve duas guerras mundiais. (Houve = Aconteceram)

Haverá debates hoje. (Haverá = Realizar-se-ão)

Viajei a Madri há muitos anos. (há = faz)

2. Fazer, ser e estar (quando indicam tempo)

Faz invernos rigorosos na Europa.

Era primavera quando o conheci.

Estava frio naquele dia.

3. Todos os *verbos que indicam fenômenos da natureza são impessoais*: *chover, ventar, nevar, gear, trovejar, amanhecer, escurecer,* etc. Quando, porém, se constrói, "*Amanheci cansado*", usa-se o verbo "amanhecer" em sentido figurado. Qualquer verbo impessoal, empregado em sentido figurado, deixa de ser impessoal para ser pessoal, ou seja, terá conjugação completa.

Amanheci cansado. (Sujeito desinencial: eu)

Choveram candidatos ao cargo. (Sujeito: candidatos)

Fiz quinze anos ontem. (Sujeito desinencial: eu)

4. O verbo *passar* (seguido de preposição), indicando tempo: *Já passa das seis.*

5. Os verbos *bastar* e *chegar*, seguidos da preposição "de", indicando suficiência:

Basta de tolices.

Chega de promessas.

6. Os verbos *estar* e *ficar* em orações como "*Está bem, Está muito bem assim, Não fica bem, Fica mal"*, sem referência a sujeito expresso anteriormente (por exemplo: "***ele** está mal*"). Podemos, nesse caso, classificar o sujeito como hipotético, tornando-se, tais verbos, pessoais.

7. O verbo *dar + para* da língua popular, equivalente de "ser possível". Por exemplo:

Não deu para chegar mais cedo.

Dá para me arrumar uma apostila?

E) Unipessoais: são aqueles que, tendo sujeito, conjugam-se apenas nas terceiras pessoas, do singular e do plural. São unipessoais os verbos *constar, convir, ser* (= preciso, necessário) e todos os que indicam vozes de animais (*cacarejar, cricrilar, miar, latir, piar*).

Os verbos unipessoais podem ser usados como verbos pessoais na linguagem figurada:

Teu irmão amadureceu bastante.

O que é que aquela garota está cacarejando?

Principais verbos unipessoais:

- **Cumprir, importar, convir, doer, aprazer, parecer, ser** (preciso, necessário):

Cumpre estudarmos bastante. (Sujeito: estudarmos bastante)

Parece que vai chover. (Sujeito: que vai chover)

É preciso que chova. (Sujeito: que chova)

- **Fazer** *e* **ir**, em orações que dão ideia de tempo, seguidos da conjunção *que*.

Faz dez anos que viajei à Europa. (Sujeito: que viajei à Europa)

Vai para (ou *Vai em* ou *Vai por*) *dez anos que não a vejo.* (Sujeito: que não a vejo)

F) Abundantes: são aqueles que possuem duas ou mais formas equivalentes, geralmente no particípio, em que, além das formas regulares terminadas em *-ado* ou *-ido*, surgem as chamadas formas curtas (particípio irregular).

O particípio regular (terminado em "*–do*") é utilizado na voz ativa, ou seja, com os verbos *ter* e *haver;* o irregular é empregado na voz passiva, ou seja, com os verbos *ser, ficar* e *estar.* Observe:

Infinitivo	Particípio Regular	Particípio Irregular
Aceitar	*Aceitado*	*Aceito*
Acender	*Acendido*	*Aceso*
Anexar	*Anexado*	*Anexo*
Benzer	*Benzido*	*Bento*
Corrigir	*Corrigido*	*Correto*
Dispersar	*Dispersado*	*Disperso*
Eleger	*Elegido*	*Eleito*
Envolver	*Envolvido*	*Envolto*
Imprimir	*Imprimido*	*Impresso*
Inserir	*Inserido*	*Inserto*
Limpar	*Limpado*	*Limpo*
Matar	*Matado*	*Morto*
Misturar	*Misturado*	*Misto*
Morrer	*Morrido*	*Morto*
Murchar	*Murchado*	*Murcho*
Pegar	*Pegado*	*Pego*
Romper	*Rompido*	*Roto*
Soltar	*Soltado*	*Solto*
Suspender	*Suspendido*	*Suspenso*
Tingir	*Tingido*	*Tinto*
Vagar	*Vagado*	*Vago*

FIQUE ATENTO!

Estes verbos e seus derivados possuem, **apenas**, o particípio irregular: *abrir/aberto, cobrir/coberto, dizer/dito, escrever/escrito, pôr/posto, ver/visto, vir/vindo.*

G) Anômalos: são aqueles que incluem mais de um radical em sua conjugação. Existem apenas dois: *ser* (*sou, sois,* fui) e *ir* (*fui, ia, vades*).

H) Auxiliares*:* São aqueles que entram na formação dos tempos compostos e das locuções verbais. O ***verbo principal*** (aquele que exprime a ideia fundamental, mais importante), quando acompanhado de verbo auxiliar, é expresso numa das formas nominais: *infinitivo, gerúndio* ou *particípio*.

Vou *espantar* *todos!*
(verbo auxiliar) (verbo principal no infinitivo)

Está *chegando* *a* *hora!*
(verbo auxiliar) (verbo principal no gerúndio)

Observação:
Os verbos auxiliares mais usados são: *ser, estar, ter e haver.*

4. Conjugação dos Verbos Auxiliares

4.1. SER - Modo Indicativo

Presente	Pret.Perfeito	Pret. Imp.	Pret.mais-que-perf.	Fut.do Pres.	Fut. Do Pretérito
sou	*fui*	*era*	*fora*	*serei*	*seria*
és	*foste*	*eras*	*foras*	*serás*	*serias*
é	*foi*	*era*	*fora*	*será*	*seria*
somos	*fomos*	*éramos*	*fôramos*	*seremos*	*seríamos*
sois	*fostes*	*éreis*	*fôreis*	*sereis*	*seríeis*
são	*foram*	*eram*	*foram*	*serão*	*seriam*

4.2. SER - Modo Subjuntivo

Presente	Pretérito Imperfeito	Futuro
que eu seja	*se eu fosse*	*quando eu for*
que tu sejas	*se tu fosses*	*quando tu fores*
que ele seja	*se ele fosse*	*quando ele for*
que nós sejamos	*se nós fôssemos*	*quando nós formos*
que vós sejais	*se vós fôsseis*	*quando vós fordes*
que eles sejam	*se eles fossem*	*quando eles forem*

4.3. SER - Modo Imperativo

Afirmativo	Negativo
sê tu	*não sejas tu*
seja você	*não seja você*
sejamos nós	*não sejamos nós*
sede vós	*não sejais vós*
sejam vocês	*não sejam vocês*

4.4. SER - Formas Nominais

Infinitivo Impessoal	Infinitivo Pessoal	Gerúndio	Particípio
ser	*ser eu*	*sendo*	*sido*
	seres tu		
	ser ele		
	sermos nós		
	serdes vós		
	serem eles		

4.5. ESTAR - Modo Indicativo

Presente	Pret. perf.	Pret. Imp.	Pret.mais-q-perf.	Fut.doPres.	Fut.do Preté.
estou	*estive*	*estava*	*estivera*	*estarei*	*estaria*
estás	*estiveste*	*estavas*	*estiveras*	*estarás*	*estarias*
está	*esteve*	*estava*	*estivera*	*estará*	*estaria*
estamos	*estivemos*	*estávamos*	*estivéramos*	*estaremos*	*estaríamos*
estais	*estivestes*	*estáveis*	*estivéreis*	*estareis*	*estaríeis*
estão	*estiveram*	*estavam*	*estiveram*	*estarão*	*estariam*

4.6. ESTAR - Modo Subjuntivo e Imperativo

Presente	Pretérito Imperfeito	Futuro	Afirmativo	Negativo
esteja	*estivesse*	*estiver*		
estejas	*estivesses*	*estiveres*	*está*	*estejas*
esteja	*estivesse*	*estiver*	*esteja*	*esteja*
estejamos	*estivéssemos*	*estivermos*	*estejamos*	*estejamos*
estejais	*estivésseis*	*estiverdes*	*estai*	*estejais*
estejam	*estivessem*	*estiverem*	*estejam*	*estejam*

4.7. ESTAR - Formas Nominais

Infinitivo Impessoal	Infinitivo Pessoal	Gerúndio	Particípio
estar	*estar*	*estando*	*estado*
	estares		
	estar		
	estarmos		
	estardes		
	estarem		

4.8. HAVER - Modo Indicativo

Presente	Pret. Perf.	Pret. Imp.	Pret.Mais-Q-Perf.	Fut.do Pres.	Fut.doPreté.
hei	*houve*	*havia*	*houvera*	*haverei*	*haveria*
hás	*houveste*	*havias*	*houveras*	*haverás*	*haverias*
há	*houve*	*havia*	*houvera*	*haverá*	*haveria*
havemos	*houvemos*	*havíamos*	*houvéramos*	*haveremos*	*haveríamos*
haveis	*houvestes*	*havíeis*	*houvéreis*	*havereis*	*haveríeis*
hão	*houveram*	*haviam*	*houveram*	*haverão*	*haveriam*

4.9. HAVER - Modo Subjuntivo e Imperativo

Presente	Pretérito Imperfeito	Futuro	Afirmativo	Negativo
ja	*houvesse*	*houver*		
hajas	*houvesses*	*houveres*	*há*	*hajas*
haja	*houvesse*	*houver*	*haja*	*haja*
hajamos	*houvéssemos*	*houvermos*	*hajamos*	*hajamos*
hajais	*houvésseis*	*houverdes*	*havei*	*hajais*
hajam	*houvessem*	*houverem*	*hajam*	*hajam*

4.10. HAVER - Formas Nominais

Infinitivo Impessoal	Infinitivo Pessoal	Gerúndio	Particípio
haver	*haver*	*havendo*	*havido*
	haveres		
	haver		
	havermos		
	haverdes		
	Haverem		

4.11. TER - Modo Indicativo

Presente	Pret. Perf.	Pret. Imp.	Preté.mais-q-perf.	Fut. Do Pres.	Fut. Do Preté.
tenho	*tive*	*tinha*	*tivera*	*terei*	*teria*
tens	*tiveste*	*tinhas*	*tiveras*	*terás*	*terias*
tem	*teve*	*tinha*	*tivera*	*terá*	*teria*
temos	*tivemos*	*tínhamos*	*tivéramos*	*teremos*	*teríamos*
tendes	*tivestes*	*tínheis*	*tivéreis*	*tereis*	*teríeis*
têm	*tiveram*	*tinham*	*tiveram*	*terão*	*teriam*

4.12. TER - Modo Subjuntivo e Imperativo

Presente	Pretérito Imperfeito	Futuro	Afirmativo	Negativo
tenha	*tivesse*	*tiver*		
tenhas	*tivesses*	*tiveres*	*tem*	*tenhas*
tenha	*tivesse*	*tiver*	*tenha*	*tenha*
tenhamos	*tivéssemos*	*tivermos*	*tenhamos*	*tenhamos*
Tenhais	*tivésseis*	*tiverdes*	*tende*	*tenhais*
tenham	*tivessem*	*tiverem*	*tenham*	*tenham*

I) Pronominais: São aqueles verbos que se conjugam com os pronomes oblíquos átonos *me, te, se, nos, vos, se*, na mesma pessoa do sujeito, expressando reflexibilidade (*pronominais acidentais*) ou apenas reforçando a ideia já implícita no próprio sentido do verbo (*pronominais essenciais*). Veja:

- **Essenciais**: são aqueles que sempre se conjugam com os pronomes oblíquos *me, te, se, nos, vos, se*. São poucos: *abster-se, ater-se, apiedar-se, atrever-se, dignar-se, arrepender-se*, etc. Nos verbos pronominais essenciais a reflexibilidade já está implícita no radical do verbo. Por exemplo: *Arrependi-me de ter estado lá*.

A ideia é de que a pessoa representada pelo sujeito (eu) tem um sentimento (arrependimento) que recai sobre ela mesma, pois não recebe ação transitiva nenhuma vinda do verbo; o pronome oblíquo átono é apenas uma partícula integrante do verbo, já que, pelo uso, sempre é conjugada com o verbo. Diz-se que o pronome apenas serve de reforço da ideia reflexiva expressa pelo radical do próprio verbo. Veja uma conjugação pronominal essencial (verbo e respectivos pronomes):

Eu me arrependo, Tu te arrependes, Ele se arrepende, Nós nos arrependemos, Vós vos arrependeis, Eles se arrependem.

- **Acidentais**: são aqueles verbos transitivos diretos em que a ação exercida pelo sujeito recai sobre o objeto representado por pronome oblíquo da mesma pessoa do sujeito; assim, o sujeito faz uma ação que recai sobre ele mesmo. Em geral, os verbos transitivos diretos ou transitivos diretos e indiretos podem ser conjugados com os pronomes mencionados, formando o que se chama ***voz reflexiva***. Por exemplo: *A garota se penteava.*

A reflexibilidade é acidental, pois a ação reflexiva pode ser exercida também sobre outra pessoa: *A garota penteou-me.*

Por fazerem parte integrante do verbo, os pronomes oblíquos átonos dos verbos pronominais *não possuem função sintática.*

Há verbos que também são acompanhados de pronomes oblíquos átonos, mas que não são essencialmente pronominais - são os **verbos reflexivos**. Nos verbos reflexivos, os pronomes, apesar de se encontrarem na pessoa idêntica à do sujeito, exercem funções sintáticas. Por exemplo:

Eu me feri. = **Eu** (sujeito) – 1.ª pessoa do singular; **me** (objeto direto) – 1.ª pessoa do singular.

5. Modos Verbais

Dá-se o nome de modo às várias formas assumidas pelo verbo na expressão de um fato certo, real, verdadeiro. Existem três modos:

A) Indicativo - indica uma certeza, uma realidade: *Eu estudo para o concurso.*
B) Subjuntivo - indica uma dúvida, uma possibilidade: *Talvez eu estude amanhã.*
C) Imperativo - indica uma ordem, um pedido: *Estude, colega!*

6. Formas Nominais

Além desses três modos, o verbo apresenta ainda formas que podem exercer funções de nomes (substantivo, adjetivo, advérbio), sendo por isso denominadas *formas nominais.* Observe:

A) Infinitivo
A.1 Impessoal: exprime a significação do verbo de modo vago e indefinido, podendo ter valor e função de substantivo. Por exemplo:
Viver é lutar. (= vida é luta)
É indispensável combater a corrupção. (= combate *à)*

O infinitivo impessoal pode apresentar-se no presente (forma simples) ou no passado (forma composta). Por exemplo:
É preciso ler este livro.
Era preciso ter lido este livro.

A.2 Infinitivo Pessoal: é o infinitivo relacionado às três pessoas do discurso. Na 1.ª e 3.ª pessoas do singular, não apresenta desinências, assumindo a mesma forma do impessoal; nas demais, flexiona-se da seguinte maneira:
2.ª pessoa do singular: Radical + ES = *teres* (tu)
1.ª pessoa do plural: Radical + MOS = *termos* (nós)
2.ª pessoa do plural: Radical + DES = *terdes* (vós)
3.ª pessoa do plural: Radical + EM = *terem* (eles)
Foste elogiado por teres alcançado uma boa colocação.

B) Gerúndio: o gerúndio pode funcionar como adjetivo ou advérbio. Por exemplo:
Saindo de casa, encontrei alguns amigos. (função de advérbio)
Água fervendo, pele ardendo. (função de adjetivo)

Na forma simples (*1*), o gerúndio expressa uma ação em curso; na forma composta (*2*), uma ação concluída:
Trabalhando (*1*), *aprenderás o valor do dinheiro.*
Tendo trabalhado (*2*), *aprendeu o valor do dinheiro.*

Quando o gerúndio é vício de linguagem (gerundismo), ou seja, uso exagerado e inadequado do gerúndio:
1. *Enquanto você vai ao mercado, <u>vou estar jogando</u> futebol.*
2. *– Sim, senhora! <u>Vou estar verificando</u>!*
Em *1*, a locução "vou estar" + gerúndio é adequada, pois transmite a ideia de uma ação que ocorre no momento da outra; em *2*, essa ideia não ocorre, já que a locução verbal "*vou estar verificando*" refere-se a um futuro em andamento, exigindo, no caso, a construção "*verificarei*" ou "*vou verificar*".
C) Particípio: quando não é empregado na formação dos tempos compostos, o particípio indica, geralmente, o resultado de uma ação terminada, flexionando-se em gênero, número e grau. Por exemplo: *Terminados os exames, os candidatos saíram.*

Quando o particípio exprime somente estado, sem nenhuma relação temporal, assume verdadeiramente a função de adjetivo. Por exemplo: *Ela é a aluna escolhida pela turma.*

(Ziraldo)

LÍNGUA PORTUGUESA

8. Tempos Verbais

Tomando-se como referência o momento em que se fala, a ação expressa pelo verbo pode ocorrer em diversos tempos.

A) Tempos do Modo Indicativo
Presente - Expressa um fato atual: *Eu estudo neste colégio.*
Pretérito Imperfeito - Expressa um fato ocorrido num momento anterior ao atual, mas que não foi completamente terminado: *Ele estudava as lições quando foi interrompido.*
Pretérito Perfeito - Expressa um fato ocorrido num momento anterior ao atual e que foi totalmente terminado: *Ele estudou as lições ontem à noite*.
Pretérito-mais-que-perfeito - Expressa um fato ocorrido antes de outro fato já terminado: *Ele já estudara as lições quando os amigos chegaram. (forma simples).*
Futuro do Presente - Enuncia um fato que deve ocorrer num tempo vindouro com relação ao momento atual: *Ele estudará as lições amanhã.*
Futuro do Pretérito - Enuncia um fato que pode ocorrer posteriormente a um determinado fato passado: *Se ele pudesse, estudaria um pouco mais.*

B) Tempos do Modo Subjuntivo
Presente - Enuncia um fato que pode ocorrer no momento atual: *É conveniente que estudes para o exame.*
Pretérito Imperfeito - Expressa um fato passado, mas posterior a outro já ocorrido: *Eu esperava que ele vencesse o jogo*.
Futuro do Presente - Enuncia um fato que pode ocorrer num momento futuro em relação ao atual: *Quando ele vier à loja, levará as encomendas.*

FIQUE ATENTO!
Há casos em que formas verbais de um determinado tempo podem ser utilizadas para indicar outro.
Em 1500, Pedro Álvares Cabral descobre o Brasil.
descobre = forma do presente indicando passado (= *descobrira/descobriu*)

No próximo final de semana, faço a prova!
faço = forma do presente indicando futuro (= *farei*)

Tabelas das Conjugações Verbais

1. Modo Indicativo

1.1. Presente do Indicativo

1.ª conjugação	2.ª conjugação	3.ª conjugação	Desinência pessoal
CANTAR	VENDER	PARTIR	
cantO	vendO	partO	O
cantaS	vendeS	parteS	S
canta	vende	parte	-
cantaMOS	vendeMOS	partiMOS	MOS
cantaIS	vendeIS	partIS	IS
cantaM	vendeM	parteM	M

1.2. Pretérito Perfeito do Indicativo

1.ª conjugação	2.ª conjugação	3.ª conjugação	Desinência pessoal
CANTAR	VENDER	PARTIR	
canteI	vendI	partI	I
cantaSTE	vendeSTE	partISTE	STE
cantoU	vendeU	partiU	U

ÍNDICE

MATEMÁTICA

NÚMEROS NATURAIS; NÚMEROS PRIMOS; NÚMEROS INTEIROS; COMPARAÇÃO ENTRE NÚMEROS INTEIROS; ADIÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS; SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS; MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS; DIVISÃO DE NÚMEROS INTEIROS; POTENCIAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS; RAIZ QUADRADA EXATA;

Números Naturais e suas operações fundamentais

1. Definição de Números Naturais

Os números naturais como o próprio nome diz, são os números que naturalmente aprendemos, quando estamos iniciando nossa alfabetização. Nesta fase da vida, não estamos preocupados com o sinal de um número, mas sim em encontrar um sistema de contagem para quantificarmos as coisas. Assim, os números naturais são sempre positivos e começando por zero e acrescentando sempre uma unidade, obtemos os seguintes elementos:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots.\}$$

Sabendo como se constrói os números naturais, podemos agora definir algumas relações importantes entre eles:

a) Todo número natural dado tem um sucessor (número que está imediatamente à frente do número dado na seqüência numérica). Seja **m** um número natural qualquer, temos que seu sucessor será sempre definido como **m+1**. Para ficar claro, seguem alguns exemplos:
Ex: O sucessor de 0 é 1.
Ex: O sucessor de 1 é 2.
Ex: O sucessor de 19 é 20.

b) Se um número natural é sucessor de outro, então os dois números que estão imediatamente ao lado do outro são considerados como consecutivos. Vejam os exemplos:
Ex: 1 e 2 são números consecutivos.
Ex: 5 e 6 são números consecutivos.
Ex: 50 e 51 são números consecutivos.

c) Vários números formam uma coleção de números naturais consecutivos se o segundo for sucessor do primeiro, o terceiro for sucessor do segundo, o quarto for sucessor do terceiro e assim sucessivamente. Observe os exemplos a seguir:
Ex: 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são consecutivos.
Ex: 5, 6 e 7 **são consecutivos.**
Ex: 50, 51, 52 e 53 são consecutivos.

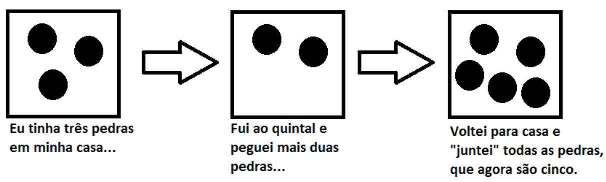
d) Analogamente a definição de sucessor, podemos definir o número que vem imediatamente antes ao número analisado. Este número será definido como antecessor. Seja **m** um número natural qualquer, temos que seu antecessor será sempre definido como **m-1**. Para ficar claro, seguem alguns exemplos:
Ex: O antecessor de 2 é 1.
Ex: O antecessor de 56 é 55.
Ex: O antecessor de 10 é 9.

FIQUE ATENTO!
O único número natural que não possui antecessor é o 0 (zero) !

1.1. Operações com Números Naturais

Agora que conhecemos os números naturais e temos um sistema numérico, vamos iniciar o aprendizado das operações matemáticas que podemos fazer com eles. Muito provavelmente, vocês devem ter ouvido falar das quatro operações fundamentais da matemática: Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão. Vamos iniciar nossos estudos com elas:

Adição: A primeira operação fundamental da Aritmética tem por finalidade reunir em um só número, todas as unidades de dois ou mais números. Antes de surgir os algarismos indo-arábicos, as adições podiam ser realizadas por meio de tábuas de calcular, com o auxílio de pedras ou por meio de ábacos. Esse método é o mais simples para se aprender o conceito de adição, veja a figura a seguir:



Observando a historinha, veja que as unidades (pedras) foram reunidas após o passeio no quintal. Essa reunião das pedras é definida como adição. Simbolicamente, a adição é representada pelo símbolo "+" e assim a historinha fica da seguinte forma:

$$\underset{Tinha\ em\ casa}{3} + \underset{Peguei\ no\ quintal}{2} = \underset{Resultado}{5}$$

Como toda operação matemática, a adição possui algumas propriedades, que serão apresentadas a seguir:

a) Fechamento: A adição no conjunto dos números naturais é fechada, pois a soma de dois números naturais será sempre um número natural.

b) Associativa: A adição no conjunto dos números naturais é associativa, pois na adição de três ou mais parcelas de números naturais quaisquer é possível associar as parcelas de quaisquer modos, ou seja, com três números naturais, somando o primeiro com o segundo e ao resultado obtido somarmos um terceiro, obteremos um resultado que é igual à soma do primeiro com a soma do segundo e o terceiro. Apresentando isso sob a forma de números, sejam A,B e C, três números naturais, temos que:

$$(A+B)+C=A+(B+C)$$

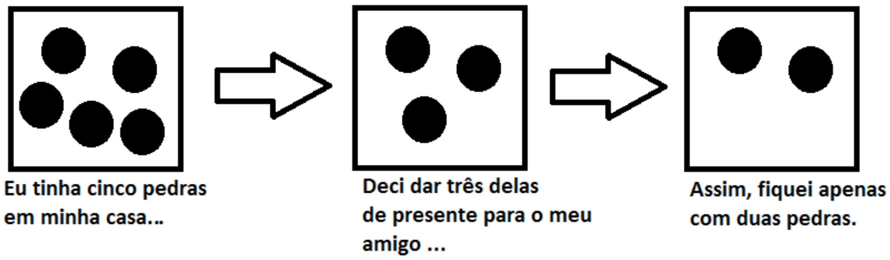
c) Elemento neutro: Esta propriedade caracteriza-se pela existência de número que ao participar da operação de adição, não altera o resultado final. Este número será o 0 (zero). Seja A, um número natural qualquer, temos que:

$$A+0=A$$

d) Comutativa: No conjunto dos números naturais, a adição é comutativa, pois a ordem das parcelas não altera a soma, ou seja, somando a primeira parcela com a segunda parcela, teremos o mesmo resultado que se somando a segunda parcela com a primeira parcela. Sejam dois números naturais A e B, temos que:

$$A+B=B+A$$

Subtração: É a operação contrária da adição. Ao invés de reunirmos as unidades de dois números naturais, vamos retirar uma quantidade de um número. Voltando novamente ao exemplo das pedras:



Observando a historinha, veja que as unidades (pedras) que eu tinha foram separadas. Essa separação das pedras é definida como subtração. Simbolicamente, a subtração é representada pelo símbolo "-" e assim a historinha fica da seguinte forma:

$$\underset{\text{Tinha em casa}}{5} - \underset{\text{Presente para o amigo}}{3} = \underset{\text{Resultado}}{2}$$

A subtração de números naturais também possui suas propriedades, definidas a seguir:

a) Não fechada: A subtração de números naturais não é fechada, pois há um caso onde a subtração de dois números naturais não resulta em um número natural. Sejam dois números naturais A,B onde A < B, temos que:

$$\mathrm{A}-\mathrm{B}<0$$

Como os números naturais são positivos, A-B não é um número natural, portanto a subtração não é fechada.

b) Não Associativa: A subtração de números naturais também não é associativa, uma vez que a ordem de resolução é importante, devemos sempre subtrair o maior do menor. Quando isto não ocorrer, o resultado não será um número natural.

c) Elemento neutro: No caso do elemento neutro, a propriedade irá funcionar se o zero for o termo a ser subtraído do número. Se a operação for inversa, o elemento neutro não vale para os números naturais:

d) Não comutativa: Vale a mesma explicação para a subtração de números naturais não ser associativa. Como a ordem de resolução importa, não podemos trocar os números de posição

Multiplicação: É a operação que tem por finalidade adicionar o primeiro número denominado multiplicando ou parcela, tantas vezes quantas são as unidades do segundo número denominadas multiplicador. Veja o exemplo:

Ex: Se eu economizar toda semana R$ 6,00, ao final de 5 semanas, quanto eu terei guardado?

Pensando primeiramente em soma, basta eu somar todas as economias semanais:

$$6+6+6+6+6=30$$

Quando um mesmo número é somado por ele mesmo repetidas vezes, definimos essa operação como multiplicação. O símbolo que indica a multiplicação é o "x" e assim a operação fica da seguinte forma:

$$\frac{6+6+6+6+6}{Somas\ repetidas} = \frac{6\ x\ 5}{Número\ multiplicado\ pelas\ repetições} = 30$$

A multiplicação também possui propriedades, que são apresentadas a seguir:

a) Fechamento: A multiplicação é fechada no conjunto dos números naturais, pois realizando o produto de dois ou mais números naturais, o resultado será um número natural.

b) Associativa: Na multiplicação, podemos associar três ou mais fatores de modos diferentes, pois se multiplicarmos o primeiro fator com o segundo e depois multiplicarmos por um terceiro número natural, teremos o mesmo resultado que multiplicar o terceiro pelo produto do primeiro pelo segundo. Sejam os números naturais m,n e p, temos que:

$$(m\ x\ n)x\ p = m\ x\ (n\ x\ p)$$

c) Elemento Neutro: No conjunto dos números naturais também existe um elemento neutro para a multiplicação mas ele não será o zero, pois se não repetirmos a multiplicação nenhuma vez, o resultado será 0. Assim, o elemento neutro da multiplicação será o número 1. Qualquer que seja o número natural n, tem-se que:

$$n\ x\ 1 = n$$

d) Comutativa: Quando multiplicamos dois números naturais quaisquer, a ordem dos fatores não altera o produto, ou seja, multiplicando o primeiro elemento pelo segundo elemento teremos o mesmo resultado que multiplicando o segundo elemento pelo primeiro elemento. Sejam os números naturais m e n, temos que:

$$m\ x\ n = n\ x\ m$$

e) Prioridade sobre a adição e subtração: Quando se depararem com expressões onde temos diferentes operações matemática, temos que observar a ordem de resolução das mesmas. Observe o exemplo a seguir:

Ex: $2 + 4\ x\ 3$

Se resolvermos a soma primeiro e depois a multiplicação, chegamos em 18.
Se resolvermos a multiplicação primeiro e depois a soma, chegamos em 14. Qual a resposta certa?
A multiplicação tem prioridade sobre a adição, portanto deve ser resolvida primeiro e assim a resposta correta é 14.

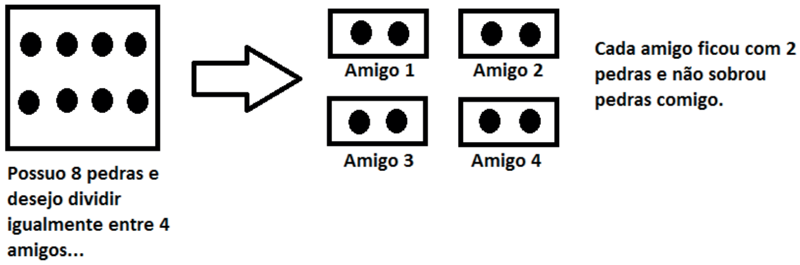
FIQUE ATENTO!
Caso haja parênteses na soma, ela tem prioridade sobre a multiplicação. Utilizando o exemplo, temos que: .
$(2+4)\mathbf{x}3 = 6\ \mathbf{x}\ 3 = 18$ Nesse caso, realiza-se a soma primeiro, pois ela está dentro dos parênteses

f) Propriedade Distributiva: Uma outra forma de resolver o exemplo anterior quando se a soma está entre parênteses é com a propriedade distributiva. Multiplicando um número natural pela soma de dois números naturais, é o mesmo que multiplicar o fator, por cada uma das parcelas e a seguir adicionar os resultados obtidos. Veja o exemplo:

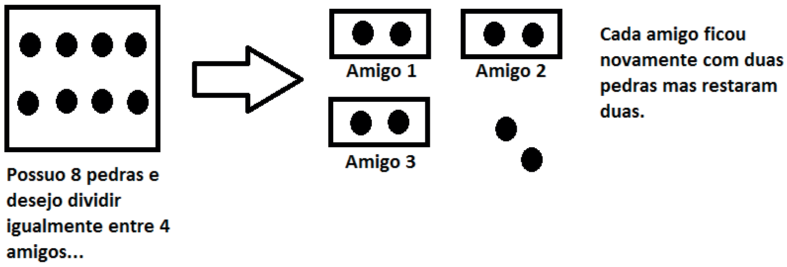
$$(2+4)\text{x}\ 3 = 2\text{x}3 + 4\text{x}3 = 6 + 12 = 18$$

Veja que a multiplicação foi distribuída para os dois números do parênteses e o resultado foi o mesmo que do item anterior.

Divisão: Dados dois números naturais, às vezes necessitamos saber quantas vezes o segundo está contido no primeiro. O primeiro número é denominado dividendo e o outro número é o divisor. O resultado da divisão é chamado de quociente. Nem sempre teremos a quantidade exata de vezes que o divisor caberá no dividendo, podendo sobrar algum valor. A esse valor, iremos dar o nome de resto. Vamos novamente ao exemplo das pedras:



No caso em particular, conseguimos dividir as 8 pedras para 4 amigos, ficando cada um deles como 2 unidades e não restando pedras. Quando a divisão não possui resto, ela é definida como divisão exata. Caso contrário, se ocorrer resto na divisão, como por exemplo, se ao invés de 4 fossem 3 amigos:



Nessa divisão, cada amigo seguiu com suas duas pedras, porém restaram duas que não puderam ser distribuídas, pois teríamos amigos com quantidades diferentes de pedras. Nesse caso, tivermos a divisão de 8 pedras por 3 amigos, resultando em um quociente de 2 e um resto também 2. Assim, definimos que essa divisão não é exata.

Devido a esse fato, a divisão de números naturais não é fechada, uma vez que nem todas as divisões são exatas. Também não será associativa e nem comutativa, já que a ordem de resolução importa. As únicas propriedades válidas na divisão são o elemento neutro (que segue sendo 1, desde que ele seja o divisor) e a propriedade distributiva.

FIQUE ATENTO!
A divisão tem a mesma ordem de prioridade de resolução que a multiplicação, assim ambas podem ser resolvidas na ordem que aparecem.

EXERCÍCIO COMENTADO

1. (Pref. De Bom Retiro – SC) A Loja Berlanda está com promoção de televisores. Então resolvi comprar um televisor por R$ 1.700,00. Dei R$ 500,00 de entrada e o restante vou pagar em 12 prestações de:

a) R$ 170,00
b) R$ 1.200,00
c) R$ 200,00
d) R$ 100,00

Resposta: Letra D
Dado o preço inicial de R$ 1700,00, basta subtrair a entrada de R$ 500,00, assim: R$ 1700,00-500,00 = R$ 1200,00. Dividindo esse resultado em 12 prestações, chega-se a R$ 1200,00 : 12 = R$ 100,00

Números Inteiros e suas operações fundamentais

1.1 Definição de Números Inteiros

Definimos o conjunto dos números inteiros como a união do conjunto dos números naturais (N = {0, 1, 2, 3, 4,..., n,...}, com o conjunto dos opostos dos números naturais, que são definidos como números negativos. Este conjunto é denotado pela letra *Z* e é escrito da seguinte forma:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Sabendo da definição dos números inteiros, agora é possível indiciar alguns subconjuntos notáveis:

a) O conjunto dos números inteiros **não nulos**: São todos os números inteiros, exceto o zero:

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

b) O conjunto dos números inteiros **não negativos**: São todos os inteiros que não são negativos, ou seja, os números naturais:

$$\mathbb{Z}^+ = \{\, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\} = \mathbb{N}$$

c) O conjunto dos números inteiros **positivos**: São todos os inteiros não negativos, e neste caso, o zero não pertence ao subconjunto:

$$\mathbb{Z}^{*+} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

d) O conjunto dos números inteiros **não positivos**: São todos os inteiros não positivos:

$$\mathbb{Z}\_ = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0,\}$$

e) O conjunto dos números inteiros **negativos**: São todos os inteiros não positivos, e neste caso, o zero não pertence ao subconjunto:

$$\mathbb{Z}^*\_ = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$$

1.2 Definições Importantes dos Números inteiros

Módulo: chama-se módulo de um número inteiro a distância ou afastamento desse número até o zero, na reta numérica inteira. Representa-se o módulo pelo símbolo | |. Vejam os exemplos:

Ex: O módulo de 0 é 0 e indica-se |0| = 0
Ex: O módulo de +7 é 7 e indica-se |+7| = 7
Ex: O módulo de –9 é 9 e indica-se |–9| = 9

a) O módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero, é sempre positivo.

Números Opostos: Voltando a definição do inicio do capítulo, dois números inteiros são ditos opostos um do outro quando apresentam soma zero; assim, os pontos que os representam distam igualmente da origem. Vejam os exemplos:
Ex: O oposto do número 2 é -2, e o oposto de -2 é 2, pois 2 + (-2) = (-2) + 2 = 0
Ex: No geral, dizemos que o oposto, ou simétrico, de **a** é **– a**, e vice-versa.
Ex: O oposto de zero é o próprio zero.

1.3 Operações com Números Inteiros

Adição: Diferentemente da adição de números naturais, a adição de números inteiros pode gerar um pouco de confusão ao leito. Para melhor entendimento desta operação, associaremos aos números inteiros positivos o conceito de "ganhar" e aos números inteiros negativos o conceito de "perder". Vejam os exemplos:

Ex: $(+3)\ +\ (+5)\ = ?$

Obviamente, quem conhece a adição convencional, sabe que este resultado será 8. Vamos ver agora pelo conceito de "ganhar" e "perder":
+3 = Ganhar 3
+5 = Ganhar 5

Logo: (Ganhar 3) + (Ganhar 5) = (Ganhar 8)

Ex: $(-3)\ +\ (-5)\ = ?$

Agora é o caso em que temos dois números negativos, usando o conceito de "ganhar" ou "perder":
-3 = Perder 3
-5 = Perder 5

Logo: (Perder 3) + (Perder 5) = (Perder 8)
Neste caso, estamos somando duas perdas ou dois prejuízos, assim o resultado deverá ser uma perda maior.
E se tivermos um número positivo e um negativo? Vamos ver os exemplos:

Ex: $(+8)\ +\ (-5)\ = ?$

Neste caso, temos um ganho de 8 e uma perda de 5, que naturalmente sabemos que resultará em um ganho de 3:
+8 = Ganhar 8
-5 = Perder 5

Logo: (Ganhar 8) + (Perder 5) = (Ganhar 3)

Se observarem essa operação, vocês irão perceber que ela tem o mesmo resultado que $8-5=3$. Basicamente ambas são as mesmas operações, sem a presença dos parênteses e a explicação de como se chegar a essa simplificação será apresentado nos itens seguintes deste capítulo.

Agora, e se a perda for maior que o ganho? Veja o exemplo:

Ex: $(-8)+(+5)=?$

Usando a regra, temos que:

-8 = Perder 8
+5 = Ganhar 5

Logo: (Perder 8) + (Ganhar 5) = (Perder 3)

Após a definição de adição de números inteiros, vamos apresentar algumas de suas propriedades:

a) Fechamento: O conjunto *Z* é fechado para a adição, isto é, a soma de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

b) Associativa: Para todos $a, b, c \in \mathbb{Z}$:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Ex: $2 + (3 + 7) = (2 + 3) + 7$

Comutativa: Para todos *a*,*b* em *Z*:
a + b = b + a
3 + 7 = 7 + 3

Elemento Neutro: Existe 0 em *Z*, que adicionado a cada *z* em *Z*, proporciona o próprio *z*, isto é:
z + 0 = z
7 + 0 = 7

Elemento Oposto: Para todo *z* em *Z*, existe (-z) em *Z*, tal que
z + (–z) = 0
9 + (–9) = 0

Subtração de Números Inteiros

A subtração é empregada quando:
- Precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra.

A subtração é a operação inversa da adição.

Observe que: 9 – 5 = 4   4 + 5 = 9

diferença
subtraendo
minuendo

Considere as seguintes situações:

1- Na segunda-feira, a temperatura de Monte Sião passou de +3 graus para +6 graus. Qual foi a variação da temperatura?

Esse fato pode ser representado pela subtração: (+6) – (+3) = +3

2- Na terça-feira, a temperatura de Monte Sião, durante o dia, era de +6 graus. À Noite, a temperatura baixou de 3 graus. Qual a temperatura registrada na noite de terça-feira?

Esse fato pode ser representado pela adição: (+6) + (–3) = +3

Se compararmos as duas igualdades, verificamos que (+6) – (+3) é o mesmo que (+5) + (–3).

Temos:
(+6) – (+3) = (+6) + (–3) = +3
(+3) – (+6) = (+3) + (–6) = –3
(–6) – (–3) = (–6) + (+3) = –3

Daí podemos afirmar: Subtrair dois números inteiros é o mesmo que adicionar o primeiro com o oposto do segundo.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. Calcule:

a) (+12) + (–40) ;
b) (+12) – (–40)
c) (+5) + (–16) – (+9) – (–20)
d) (–3) – (–6) – (+4) + (–2) + (–15)

Resposta: Aplicando as regras de soma e subtração de inteiros, tem-se que:
a) (+12) + (–40) = 12 – 40 = -28
b) (+12) – (–40) = 12 + 40 = 52
c) (+5) + (–16) – (+9) – (–20) = +5 -16 – 9 + 20 = 25 – 25 = 0
d) (–3) – (–6) – (+4) + (–2) + (–15) = -3 + 6 – 4 – 2 – 15 = 6 – 24 = -18

1.4. Multiplicação de Números Inteiros

A multiplicação funciona como uma forma simplificada de uma adição quando os números são repetidos. Poderíamos analisar tal situação como o fato de estarmos ganhando repetidamente alguma quantidade, como por exemplo, ganhar 1 objeto por 30 vezes consecutivas, significa ganhar 30 objetos e esta repetição pode ser indicada por um **x**, isto é: 1 + 1 + 1 ... + 1 + 1 = 30 x 1 = 30

Se trocarmos o número 1 pelo número 2, obteremos: 2 + 2 + 2 + ... + 2 + 2 = 30 x 2 = 60

Se trocarmos o número 2 pelo número -2, obteremos: (–2) + (–2) + ... + (–2) = 30 x (-2) = –60

Observamos que a multiplicação é um caso particular da adição onde os valores são repetidos.

Na multiplicação o produto dos números *a* e *b*, pode ser indicado por ***a* x *b***, ***a* . *b*** ou ainda ***ab*** sem nenhum sinal entre as letras.

Para realizar a multiplicação de números inteiros, devemos obedecer à seguinte regra de sinais:

(+1) x (+1) = (+1)
(+1) x (-1) = (-1)
(-1) x (+1) = (-1)
(-1) x (-1) = (+1)

Com o uso das regras acima, podemos concluir que:

Sinais dos números	Resultado do produto
Iguais	Positivo
Diferentes	Negativo

Propriedades da multiplicação de números inteiros: O conjunto *Z* é fechado para a multiplicação, isto é, a multiplicação de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

Associativa: Para todos a,b,c em *Z*:
a x (b x c) = (a x b) x c
2 x (3 x 7) = (2 x 3) x 7

Comutativa: Para todos a,b em *Z*:
a x b = b x a
3 x 7 = 7 x 3

Elemento neutro: Existe 1 em *Z*, que multiplicado por todo *z* em *Z*, proporciona o próprio *z*, isto é:
z x 1 = z
7 x 1 = 7

Elemento inverso: Para todo inteiro *z* diferente de zero, existe um inverso z^{-1}=1/z em *Z*, tal que
z x z^{-1} = z x (1/z) = 1
9 x 9^{-1} = 9 x (1/9) = 1

Distributiva: Para todos *a*,*b*,*c* em *Z*:
a x (b + c) = (a x b) + (a x c)
3 x (4+5) = (3 x 4) + (3 x 5)

1.5. Divisão de Números Inteiros

Dividendo |divisor dividendo:
Divisor = quociente 0
Quociente . divisor = dividendo

Sabemos que na divisão exata dos números naturais:
40 : 5 = 8, pois 5 . 8 = 40
36 : 9 = 4, pois 9 . 4 = 36

Vamos aplicar esses conhecimentos para estudar a divisão exata de números inteiros. Veja o cálculo:

(–20) : (+5) = q ⇨ (+5) . q = (–20) ⇨ q = (–4)
Logo: (–20) : (+5) = +4

Considerando os exemplos dados, concluímos que, para efetuar a divisão exata de um número inteiro por outro número inteiro, diferente de zero, dividimos o módulo do dividendo pelo módulo do divisor. Daí:

- Quando o dividendo e o divisor têm o mesmo sinal, o quociente é um número inteiro positivo.
- Quando o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número inteiro negativo.
- A divisão nem sempre pode ser realizada no conjunto *Z*. Por exemplo, (+7) : (–2) ou (–19) : (–5) são divisões que não podem ser realizadas em *Z*, pois o resultado não é um número inteiro.
- No conjunto *Z*, a divisão não é comutativa, não é associativa e não tem a propriedade da existência do elemento neutro.

1- Não existe divisão por zero.
Exemplo: (–15) : 0 não tem significado, pois não existe um número inteiro cujo produto por zero seja igual a –15.
2- Zero dividido por qualquer número inteiro, diferente de zero, é zero, pois o produto de qualquer número inteiro por zero é igual a zero.
Exemplos: a) 0 : (–10) = 0 /b) 0 : (+6) = 0 /c) 0 : (–1) = 0

1.6. Potenciação de Números Inteiros

A potência a^n do número inteiro *a*, é definida como um produto de *n* fatores iguais. O número a é denominado a *base* e o número *n* é o *expoente*.
a^n = a x a x a x a x ... x a
a é multiplicado por *a* *n* vezes

Exemplos:
3^3 = (3) x (3) x (3) = 27
$(-5)^5$ = (-5) x (-5) x (-5) x (-5) x (-5) = -3125
$(-7)^2$ = (-7) x (-7) = 49
$(+9)^2$ = (+9) x (+9) = 81

- Toda potência de **base positiva** é um número **inteiro positivo**.
Exemplo: $(+3)^2$ = (+3) . (+3) = +9

- Toda potência de **base negativa** e **expoente par** é um número **inteiro positivo**.
Exemplo: $(–8)^2$ = (–8) . (–8) = +64

- Toda potência de **base negativa** e **expoente ímpar** é um número **inteiro negativo**.
Exemplo: $(–5)^3$ = (–5) . (–5) . (–5) = –125

Propriedades da Potenciação:

Produtos de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e somam-se os expoentes. $(–7)^3 . (–7)^6 = (–7)^{3+6} = (–7)^9$

Quocientes de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes. $(+13)^8 : (+13)^6 = (+13)^{8-6} = (+13)^2$

Potência de Potência: Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes. $[(+4)^5]^2 = (+4)^{5 \cdot 2} = (+4)^{10}$

Potência de expoente 1: É sempre igual à base. $(+9)^1 = +9$ $(-13)^1 = -13$

Potência de expoente zero e base diferente de zero: É igual a 1. Exemplo: $(+14)^0 = 1$ $(-35)^0 = 1$

Radiciação de Números Inteiros

A raiz n-ésima (de ordem *n*) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo b* que elevado à potência *n* fornece o número *a*. O número *n* é o índice da raiz enquanto que o número *a* é o radicando (que fica sob o sinal do radical).

A raiz quadrada (de ordem 2) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo* que elevado ao quadrado coincide com o número *a*.

Observação: Não existe a raiz quadrada de um número inteiro negativo no conjunto dos números inteiros.

Erro comum: Frequentemente lemos em materiais didáticos e até mesmo ocorre em algumas aulas aparecimento de:

$\sqrt{9} = \pm 3$

mas isto está errado. O certo é:

$\sqrt{9} = +3$

Observamos que não existe um número inteiro não negativo que multiplicado por ele mesmo resulte em um número negativo.

A raiz cúbica (de ordem 3) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro que elevado ao cubo seja igual ao número *a*. Aqui não restringimos os nossos cálculos somente aos números não negativos.

Exemplos

(a) $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$.

(b) $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = -8$.

(c) $\sqrt[3]{27} = 3$, pois $3^3 = 27$.

(d) $\sqrt[3]{-27} = -3$, pois $(-3)^3 = -27$.

Observação: Ao obedecer à regra dos sinais para o produto de números inteiros, concluímos que:

(a) Se o índice da raiz for par, não existe raiz de número inteiro negativo.

(b) Se o índice da raiz for ímpar, é possível extrair a raiz de qualquer número inteiro.

Multiplicidade e Divisibilidade

Um múltiplo de um número é o produto desse número por um número natural qualquer. Já um divisor de um número é um número cujo resto da divisão do número pelo divisor é zero.

Ex: Sabe-se que 30 : 6 = 5, porque 5× 6 = 30.

Pode-se dizer então que:

"30 é divisível por 6 porque existe um numero natural (5) que multiplicado por 6 dá como resultado 30."

Um numero natural *a* é divisível por um numero natural *b*, não-nulo, se existir um número natural *c*, tal que c . b = a .

Voltando ao exemplo 30 : 6 = 5 , conclui-se que: 30 é múltiplo de 6, e 6 é divisor de 30.

Analisando outros exemplos:

a) 20 : 5 = 4 → 20 é múltiplo de 5 (4×5=20), e 5 é divisor de 20

b) 12 : 2 = 6 → 12 é múltiplo de 2 (6×2=12), e 2 é divisor de 12

1. Conjunto dos múltiplos de um número natural:

É obtido multiplicando-se o número natural em questão pela sucessão dos números naturais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,...

Ex: Conjunto dos múltiplos de 7. Para encontrar esse conjunto basta multiplicar por 7 cada um dos números da sucessão dos naturais:

7 *x* 0 = 0
7 *x* 1 = 7
7 *x* 2 = 14
7 *x* 3 = 21
7 *x* 4 = 28
7 *x* 5 = 35

O conjunto formado pelos resultados encontrados forma o conjunto dos múltiplos de 7: M(7) = {0, 7, 14, 21, 28,...}.

Observações:

- Todo número natural é múltiplo de si mesmo.
- Todo número natural é múltiplo de 1.
- Todo número natural, diferente de zero, tem infinitos múltiplos.
- O zero é múltiplo de qualquer número natural.
- Os múltiplos do número 2 são chamados de números pares, e a fórmula geral desses números é $2k$ $(k \in N)$. Os demais são chamados de números ímpares, e a fórmula geral desses números é $2k + 1$ $(k \in N)$.

1.1. Critérios de divisibilidade:

São regras práticas que nos possibilitam dizer se um número é ou não divisível por outro, sem efetuarmos a divisão.

Divisibilidade por 2: Um número é divisível por 2 quando ele é par, ou seja, quando ele termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Exs:

a) 9656 é divisível por 2, pois termina em 6.

b) 4321 não é divisível por 2, pois termina em 1.

Divisibilidade por 3: Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é divisível por 3.

Exs:
a) 65385 é divisível por 3, pois 6 + 5 + 3 + 8 + 5 = 27, e 27 é divisível por 3.
b) 15443 não é divisível por 3, pois 1+ 5 + 4 + 4 + 3 = 17, e 17 não é divisível por 3.

Divisibilidade por 4: Um número é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos for divisível por 4.

Exs:
a) 536400 é divisível por 4, pois termina em 00.
b) 653524 é divisível por 4, pois termina em 24, e 24 é divisível por 4.
c) 76315 não é divisível por 4, pois termina em 15, e 15 não é divisível por 4.

Divisibilidade por 5: Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.
Exs:
a) 35040 é divisível por 5, pois termina em 0.
b) 7235 é divisível por 5, pois termina em 5.
c) 6324 não é divisível por 5, pois termina em 4.

EXERCÍCIO COMENTADO

1. Escreva os elementos dos conjuntos dos múltiplos de 5 positivos menores que 30.

Resposta: Seguindo a tabuada do 5, temos que: {5,10,15,20,25}.

Divisibilidade por 6: Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Exs:
a) 430254 é divisível por 6, pois é divisível por 2 (termina em 4) e por 3 (4 + 3 + 0 + 2 + 5 + 4 = 18).
b) 80530 não é divisível por 6, pois não é divisível por 3 (8 + 0 + 5 + 3 + 0 = 16).
c) 531561 não é divisível por 6, pois não é divisível por 2 (termina em 1).

Divisibilidade por 7: Para verificar a divisibilidade por 7, deve-se fazer o seguinte procedimento.

- Multiplicar o último algarismo por 2
- Subtrair o resultado do número inicial sem o último algarismo
- Se o resultado for um múltiplo de 7, então o número inicial é divisível por 7.

É importante ressaltar que, em caso de números com vários algarismos, será necessário fazer o procedimento mais de uma vez.

Ex:
Analisando o número 1764

Procedimento:
- Último algarismo: 4. Multiplica-se por 2: 4×2=8
- Subtrai-se o resultado do número inicial sem o último algarismo: 176-8=168
- O resultado é múltiplo de 7? Para isso precisa verificar se 168 é divisível por 7.

Aplica-se o procedimento novamente, agora para o número 168.
- Último algarismo: 8. Multiplica-se por 2: 8×2=16
- Subtrai-se o resultado do número inicial sem o último algarismo: 16-16=0
- O resultado é múltiplo de 7? Sim, pois zero (0) é múltiplo de qualquer número natural.

Portanto, conclui-se que 168 é múltiplo de 7. Se 168 é múltiplo de 7, então 1764 é divisível por 7.

Divisibilidade por 8: Um número é divisível por 8 quando termina em 000 ou quando o número formado pelos três últimos algarismos for divisível por 8.
Exs:
a) 57000 é divisível por 8, pois termina em 000.
b) 67024 é divisível por 8, pois seus três últimos algarismos formam o número 24, que é divisível por 8.
c) 34125 não é divisível por 8, pois seus três últimos algarismos formam o número 125, que não é divisível por 8.

EXERCÍCIO COMENTADO

2. Escreva os elementos dos conjuntos dos múltiplos de 8 compreendidos entre 30 e 50.

Resposta: Seguindo a tabuada do 8, a partir do 30: {32,40,48}.

Divisibilidade por 9: Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos formam um número divisível por 9.

Exs:
a) 6253461 é divisível por 9, pois 6 + 2 + 5 + 3 + 4 + 6 + 1 = 27 é divisível por 9.
b) 325103 não é divisível por 9, pois 3 + 2 + 5 + 1 + 0 + 3 = 14 não é divisível por

Divisibilidade por 10: Um número é divisível por 10 quando termina em zero.

Exs:
a) 563040 é divisível por 10, pois termina em zero.
b) 246321 não é divisível por 10, pois não termina em zero.

Divisibilidade por 11: Um número é divisível por 11 quando a diferença entre a soma dos algarismos de posição ímpar e a soma dos algarismos de posição par resulta em um número divisível por 11.

Exs:
a) 43813 é divisível por 11. Vejamos o porquê

Os algarismos de posição ímpar são os algarismos nas posições 1, 3 e 5. Ou seja, 4,8 e 3. A soma desses algarismos é 4 + 8 + 3 = 15

Os algarismos de posição par são os algarismos nas posições 2 e 4. Ou seja, 3 e 1. A soma desses algarismos é 3+1 = 4

15 – 4 = 11→ A diferença divisível por 11. Logo 43813 é divisível por 11.

b) 83415721 não é divisível por 11. Vejamos o porquê

Os algarismos de posição ímpar são os algarismos nas posições 1, 3, 5 e 7. Ou seja, 8, 4, 5 e 2. A soma desses algarismos é

Os algarismos de posição ímpar são os algarismos nas posições 1, 3, 5 e 7. Ou seja, 8, 4, 5 e 2. A soma desses algarismos é 8+4+5+2 = 19

Os algarismos de posição par são os algarismos nas posições 2, 4 e 6. Ou seja, 3, 1 e 7. A soma desses algarismos é 3+1+7 = 11

19 – 11 = 8→ A diferença não é divisível por 11. Logo 83415721 não é divisível por 11.

Divisibilidade por 12: Um número é divisível por 12 quando é divisível por 3 e por 4.

Exs:
a) 78324 é divisível por 12, pois é divisível por 3 (7 + 8 + 3 + 2 + 4 = 24) e por 4 (termina em 24).

b) 652011 não é divisível por 12, pois não é divisível por 4 (termina em 11).

c) 863104 não é divisível por 12, pois não é divisível por 3 (8 + 6 + 3 +1 + 0 + 4 = 22).

Divisibilidade por 15: Um número é divisível por 15 quando é divisível por 3 e por 5.

Exs:
a) 650430 é divisível por 15, pois é divisível por 3 (6 + 5 + 0 + 4 + 3 + 0 =18) e por 5 (termina em 0).

b) 723042 não é divisível por 15, pois não é divisível por 5 (termina em 2).

c) 673225 não é divisível por 15, pois não é divisível por 3 (6 + 7 + 3 + 2 + 2 + 5 = 25).

POTENCIAÇÃO

Define-se potenciação como o resultado da multiplicação de fatores iguais, denominada base, sendo o número de fatores igual a outro número, denominado expoente. Diz-se "b elevado a c", cuja notação é:

$$b^c = \underbrace{b \times b \times \cdots \times b}_{c\ vezes}$$

Por exemplo: $4^3=4\times4\times4=64$, sendo a base igual a 4 e o expoente igual a 3.

Esta operação não passa de uma multiplicação com fatores iguais, como por exemplo: $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \rightarrow 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

1. **Propriedades da Potenciação**

Propriedade 1: potenciação com base 1
Uma potência cuja base é igual a 1 e o expoente natural é n, denotada por 1^n, será sempre igual a 1. Em resumo, $1^n=1$

Exemplos:
a) $1^3 = 1\times1\times1 = 1$
b) $1^7 = 1\times1\times1\times1\times1\times1\times1 = 1$

Propriedade 2: potenciação com expoente nulo
Se n é um número natural não nulo, então temos que $n^o=1$.

Exemplos:
a) $5^o = 1$
b) $9^o = 1$

Propriedade 3: potenciação com expoente 1

Qualquer que seja a potência em que a base é o número natural n e o expoente é igual a 1, denotada por n^1, é igual ao próprio n. Em resumo, $n^1=n$

Exemplos:
a) $5^1 = 5$
b) $64^1 = 64$

Propriedade 4: potenciação de base 10
Toda potência 10^n é o número formado pelo algarismo 1 seguido de n zeros.

Exemplos:
a) $10^3 = 1000$
b) $10^8 = 100.000.000$
c) $10^4 = 1000$

Propriedade 5: multiplicação de potências de mesma base
Em uma multiplicação de duas potências de mesma base, o resultado é obtido conservando-se a base e somando-se os expoentes.

Em resumo: $x^a \times x^b = x^{a+b}$
Exemplos:
a) $2^3\times2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
b) $3^4\times3^6 = 3^{4+6}=3^{10}$
c) $15^2\times15^4 = 15^{2+4}=15^6$

Propriedade 6: divisão de potências de mesma base
Em uma divisão de duas potências de mesma base, o resultado é obtido conservando-se a base e subtraindo-se os expoentes.
Em resumo: $x^a : x^b = x^{a-b}$

Exemplos:
a) $2^5 : 2^3 = 2^{5-3}=2^2$
b) $3^9 : 3^6 = 3^{9-6}=3^3$
c) $15^{12} : 15^4 = 15^{12-4} = 15^8$

FIQUE ATENTO!

Dada uma potência x^a , onde o número real a é negativo, o resultado dessa potência é igual ao inverso de x elevado a a, isto é, $x^a = \frac{1}{x^a}$ se $a<0$.

Por exemplo, $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$, $5^{-1} = \frac{1}{5^1}$.

Propriedade 7: potência de potência

Quando uma potência está elevado a outro expoente, o expoente resultante é obtido multiplicando-se os expoentes

Em resumo: $(x^a)^b = x^{a \times b}$

Exemplos:

a) $(2^5)^3 = 2^{5\times3} = 2^{15}$

b) $(3^9)^2 = 3^{9\times2} = 3^{18}$

c) $(6^{12})^4 = 6^{12\times4} = 6^{48}$

Propriedade 8: potência de produto

Quando um produto está elevado a uma potência, o resultado é um produto com cada um dos fatores elevado ao expoente

Em resumo: $(x \times y)^a = x^a \times y^a$

Exemplos:

a) $(2\times3)^3 = 2^3\times3^3$

b) $(3\times4)^2 = 3^2\times4^2$

c) $(6\times5)^4 = 6^4\times5^4$

#FicaDica

Em alguns casos podemos ter uma multiplicação ou divisão potência que não está na mesma base (como nas propriedades 5 e 6), mas pode ser simplificada. Por exemplo, $4^3\times2^5 = (2^2)^3\times2^5 = 2^6\times2^5 = 2^{6+5} = 2^{11}$ e $3^3:9 = 3^3 : 3^2 = 3^1$.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (MPE-RS – 2017) A metade de 4^{40} é igual a:

a) 2^{20}

b) 2^{39}

c) 2^{40}

d) 2^{79}

e) 2^{80}

Resposta: Letra D.

Para encontrar a metade de 4^{40}, basta dividirmos esse número por 2, isto é, $\frac{4^{40}}{2}$. Uma forma fácil de resolver essa fração é escrever o numerador e denominador dessa fração na mesma base como mostrado a seguir:

$$\frac{4^{40}}{2} = \frac{(2^2)^{40}}{2} = \frac{2^{80}}{2} = 2^{80-1} = 2^{79}$$.

Note que para resolver esse exercício utilizamos as propriedades 6 e 7.

Números Primos, MDC e MMC

O máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum são ferramentas extremamente importantes na matemática. Através deles, podemos resolver alguns problemas simples, além de utilizar seus conceitos em outros temas, como frações, simplicação de fatoriais, etc.

Porém, antes de iniciarmos a apresentar esta teoria, é importante conhecermos primeiramente uma classe de números muito importante: Os números primos.

1. Números primos

Um número natural é definido como primo se ele tem exatamente dois divisores: o número um e ele mesmo. Já nos inteiros, $p \in \mathbb{Z}$ é um primo se ele tem exatamente quatro divisores: ±1 e $\pm p$.

FIQUE ATENTO!

Por definição, 0, 1 e − 1 não são números primos.

Existem infinitos números primos, como demonstrado por Euclides por volta de 300 a.C.. A propriedade de ser um primo é chamada "primalidade", e a palavra "primo" também são utilizadas como substantivo ou adjetivo. Como "dois" é o único número primo par, o termo "primo ímpar" refere-se a todo primo maior do que dois.

O conceito de número primo é muito importante na teoria dos números. Um dos resultados da teoria dos números é o Teorema Fundamental da Aritmética, que afirma que qualquer número natural diferente de 1 pode ser escrito de forma única (desconsiderando a ordem) como um produto de números primos (chamados fatores primos): este processo se chama decomposição em fatores primos (fatoração). É exatamente este conceito que utilizaremos no MDC e MMC. Para caráter de memorização, seguem os 100 primeiros números primos positivos. Recomenda-se que memorizem ao menos os 10 primeiros para MDC e MMC:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113 , 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541

2. Múltiplos e Divisores

Diz-se que um número natural a é múltiplo de outro natural b, se existe um número natural k tal que:

$$a = k.b$$

Ex. 15 é múltiplo de 5, pois 15=3 x 5

Quando $a=k.b$, segue que a é múltiplo de b, mas também, a é múltiplo de k, como é o caso do número 35 que é múltiplo de 5 e de 7, pois: $35 = 7 \times 5$.

Quando $a = k.b$, então a é múltiplo de b e se conhecemos b e queremos obter todos os seus múltiplos, basta fazer k assumir todos os números naturais possíveis.

Ex. Para obter os múltiplos de dois, isto é, os números da forma $a = k \times 2$, k seria substituído por todos os números naturais possíveis.

FIQUE ATENTO!

Um número b é sempre múltiplo dele mesmo.
$a = 1 \times b \leftrightarrow a = b$.

A definição de divisor está relacionada com a de múltiplo.

Um número natural b é divisor do número natural a, se a é múltiplo de b.

Ex. 3 é divisor de 15, pois , logo 15 é múltiplo de 3 e também é múltiplo de 5.

#FicaDica

Um número natural tem uma quantidade finita de divisores. Por exemplo, o número 6 poderá ter no máximo 6 divisores, pois trabalhando no conjunto dos números naturais não podemos dividir 6 por um número maior do que ele. Os divisores naturais de 6 são os números 1, 2, 3, 6, o que significa que o número 6 tem 4 divisores.

MDC

Agora que sabemos o que são números primos, múltiplos e divisores, vamos ao MDC. O máximo divisor comum de dois ou mais números é o maior número que é divisor comum de todos os números dados.

Ex. Encontrar o MDC entre 18 e 24.

Divisores naturais de 18: D(18) = {1,2,3,6,9,18}.

Divisores naturais de 24: D(24) = {1,2,3,4,6,8,12,24}.

Pode-se escrever, agora, os divisores comuns a 18 e 24: D(18)∩ D (24) = {1,2,3,6}.

Observando os divisores comuns, podemos identificar o maior divisor comum dos números 18 e 24, ou seja: MDC (18,24) = 6.

Outra técnica para o cálculo do MDC:

Decomposição em fatores primos: Para obter o MDC de dois ou mais números por esse processo, procede-se da seguinte maneira:

Decompõe-se cada número dado em fatores primos.

O MDC é o produto dos fatores comuns obtidos, cada um deles elevado ao seu menor expoente.

Exemplo: Achar o MDC entre 300 e 504.

Fatorando os dois números:

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 504 & 2 \\ 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Temos que:
$300 = 2^2.3 .5^2$
$504 = 2^3.3^2 .7$

O MDC será os fatores comuns com seus menores expoentes:

Mdc (300,504)= $2^2.3 = 4 .3=12$

MMC

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é o menor número positivo que é múltiplo comum de todos os números dados. Consideremos:

Ex. Encontrar o MMC entre 8 e 6

Múltiplos positivos de 6: M(6) = {6,12,18,24,30,36,42,48,54,...}

Múltiplos positivos de 8: M(8) = {8,16,24,32,40,48,56,64,...}

Podem-se escrever, agora, os múltiplos positivos comuns: M(6)∩M(8) = {24,48,72,...}

Observando os múltiplos comuns, pode-se identificar o mínimo múltiplo comum dos números 6 e 8, ou seja:

Outra técnica para o cálculo do MMC:

Decomposição isolada em fatores primos: Para obter o MMC de dois ou mais números por esse processo, procedemos da seguinte maneira:

- Decompomos cada número dado em fatores primos.
- O MMC é o produto dos fatores comuns e não-comuns, cada um deles elevado ao seu maior expoente.

Ex. Achar o MMC entre 18 e 120.

Fatorando os números:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$18 = 2 .3^2$
$120 = 2^3.3 .5$

$$\text{mmc}(18,120) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$$