Escolas de Formação de Oficiais da Marinha Mercante

EFOMM

Oficiais da Marinha Mercante

JH013-19

NOVA CONCURSOS

OBRA

Escolas de Formação de Oficiais da Marinha Mercante - EFOMM

Oficiais da Marinha Mercante

Edital de 24 de Maio de 2019

AUTORES

Inglês - Profª Katiuska W. Burgos General
Português - Profª Zenaide Auxiliadora Pachegas Branco
Matemática - Profº Bruno Chieregatti e João de Sá Brasil
Física - Profº Bruno Chieregatti e Joao de Sá Brasil

PRODUÇÃO EDITORIAL/REVISÃO

Elaine Cristina
Leandro Filho
Karina Fávaro

DIAGRAMAÇÃO

Thais Regis
Danna Silva
Elaine Cristina

CAPA

Joel Ferreira dos Santos

NOVA CONCURSOS

www.novaconcursos.com.br

sac@novaconcursos.com.br

APRESENTAÇÃO

PARABÉNS! ESTE É O PASSAPORTE PARA SUA APROVAÇÃO.

A Nova Concursos tem um único propósito: mudar a vida das pessoas.
Vamos ajudar você a alcançar o tão desejado cargo público.
Nossos livros são elaborados por professores que atuam na área de Concursos Públicos. Assim a matéria é organizada de forma que otimize o tempo do candidato. Afinal corremos contra o tempo, por isso a preparação é muito importante.
Aproveitando, convidamos você para conhecer nossa linha de produtos "Cursos online", conteúdos preparatórios e por edital, ministrados pelos melhores professores do mercado.
Estar à frente é nosso objetivo, sempre.
Contamos com índice de aprovação de 87%*.
O que nos motiva é a busca da excelência. Aumentar este índice é nossa meta.
Acesse **www.novaconcursos.com.br** e conheça todos os nossos produtos.
Oferecemos uma solução completa com foco na sua aprovação, como: apostilas, livros, cursos online, questões comentadas e treinamentos com simulados online.
Desejamos-lhe muito sucesso nesta nova etapa da sua vida!
Obrigado e bons estudos!

*Índice de aprovação baseado em ferramentas internas de medição.

CURSO ONLINE

PASSO 1
Acesse:
www.novaconcursos.com.br/passaporte

PASSO 2
Digite o código do produto no campo indicado no site.
O código encontra-se no verso da capa da apostila.
*Utilize sempre os 8 primeiros dígitos.
Ex: JN001-19

PASSO 3
Pronto!
Você já pode acessar os conteúdos online.

SUMÁRIO

INGLÊS

PORTUGUÊS

MATEMÁTICA

SUMÁRIO

SUMÁRIO

FÍSICA

ÍNDICE

MATEMÁTICA

I - CONJUNTO: A) RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA. B) CONJUNTOS UNIVERSO, UNITÁRIO E VAZIO. C) SUBCONJUNTO. D) OPERAÇÕES COM CONJUNTOS. E) NÚMERO DE ELEMENTOS NAS OPERAÇÕES. F) CONJUNTOS NUMÉRICOS. G) OPERAÇÕES COM CONJUNTOS NUMÉRICOS.

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

O conceito de conjunto é um conceito primitivo e, portanto, não existe uma definição clara para tal. Porém, conjuntos fazem parte do dia a dia de todas as pessoas nas mais diversas situações: conjunto de pessoas, conjunto de objetos, conjunto de arquivos em um computador, conjunto de fotografias.

Considere, em uma empresa, uma equipe de trabalho com 4 membros. Essa equipe nada mais é do que um conjunto de pessoas, onde cada um dos membros é um elemento desse conjunto.

CLASSIFICAÇÃO DE CONJUNTOS

Conjunto Finito

Um conjunto finito é um conjunto que possui um número limitado (finito) de elementos. Por exemplo, o conjunto dos números naturais, ímpares e inferiores a 10. Esse conjunto contém apenas os elementos 1, 3, 5, 7 e 9. O conjunto é expresso por: A={1, 3, 5, 7,9}

Note que o conjunto é expresso por uma letra maiúscula e os elementos são apresentados entre colchetes

Conjunto Infinito

Um conjunto infinito é um conjunto que possui um número ilimitado (infinito) de elementos. Por exemplo, o conjunto dos números naturais e pares maiores do que 1. Não há um número limitado de números naturais e pares, começa com 2, 4, 6... e assim sucessivamente. O conjunto é expresso por: B={2, 4, 6,8...}

Conjunto Vazio

Um conjunto vazio é um conjunto que não possui elementos. Por exemplo, o conjunto dos números múltiplos de 10, maiores do que 1 e menores do que 2. Como é possível notar, não há nenhum múltiplo de 10 entre 1 e 9, portanto esse conjunto não possui elementos. O conjunto é expresso por: $C = \phi$ ou $C = \{\ \}$

Conjunto Unitário

Um conjunto unitário é um conjunto que possui um único elemento. Por exemplo, o conjunto dos números pares maiores do que 3 e menores do que 5. Nota-se que o único número par maior do que 3 e menor do que 5 é o número 4 e, portanto, é o único elemento do conjunto. Assim, o conjunto é unitário e expresso por: D={4}.

REPRESENTAÇÃO

Há três formas principais para representar conjuntos: compreensão, extensão e diagrama de Venn. Cada uma delas possui características específicas.

Compreensão

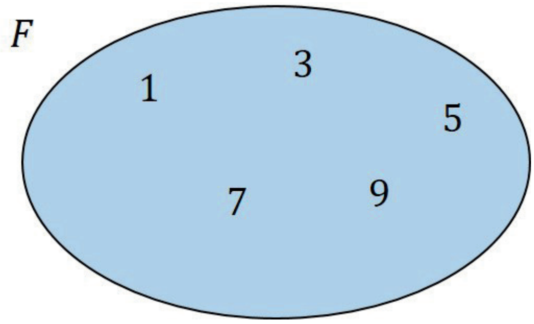
Nesse tipo de representação, o conjunto é expresso de modo a apresentar uma característica dos seus elementos. Por exemplo, o conjunto dos números pares, nessa representação é expresso por: E={y|y é um número par} onde y representa qualquer elemento do conjunto.

Extensão

Nesse tipo de representação, o conjunto é apresentado com todos os seus elementos. Os elementos são apresentados entre chaves e separados por vírgulas. Por exemplo, o conjunto dos números naturais, ímpares e menores do que 10: F={1, 3, 5, 7, 9}

Diagrama de Venn

Esse tipo de representação, nada mais é do que uma representação gráfica onde os elementos do conjunto são apresentados dentro de uma forma geométrica. Por exemplo, o mesmo conjunto apresentado acima (números naturais, ímpares e menores do que 10), pode ser expresso em um diagrama de Venn:



RELAÇÕES ENTRE ELEMENTOS E CONJUNTOS

Aqui são apresentadas as relações: entre elemento e conjunto e entre conjuntos.

RELAÇÃO ENTRE ELEMENTO E CONJUNTO

Quando se analisa a relação entre um elemento e um conjunto há duas possibilidades: ou o elemento pertence ao conjunto ou não pertence ao conjunto. A essa relação, dá-se o nome de pertinência. Abaixo, um exemplo:

Conjunto X={1, 5, 10, 15, 20}

O elemento 1 pertence ao conjunto X. O símbolo que indica essa relação é: $\in$. Assim, a relação é expressa por $1 \in X$:

O elemento 4 não pertence ao conjunto X. O símbolo que indica essa relação é: $\notin$. Assim, a relação é expressa por: 4 $\notin$ X.

RELAÇÃO ENTRE CONJUNTOS

Quando se analisa a relação entre dois conjuntos, há duas possibilidades: ou um conjunto está contido em outro ou não está contido. A essa relação dá-se o nome de continência. Para explicar essa relação, é necessário definir o conceito de subconjunto. A seguir um exemplo:

Sejam dois conjuntos Y={1, 2, 3} e Z={1, 2, 3, 7, 8, 9}.

Nota-se que todos os elementos do conjunto Y pertencem ao conjunto Z. Assim, diz-se que Y é um subconjunto de Z e, portanto, Y está contido em Z. O símbolo que indica essa relação é: $\subset$. Assim a relação é expressa por: Y $\subset$ Z.

Sejam, agora, dois outros conjuntos W={1, 3, 5} e T={1, 2, 3, 8, 10}.

Nota-se que nem todos os elementos do conjunto W pertencem ao conjunto T. Assim, W não está contido em T (pelo menos um elemento de W não pertence a T). O símbolo que indica essa relação é: $\not\subset$. Assim, a relação é expressa por: W $\not\subset$ T.

FIQUE ATENTO!
A relação de um conjunto unitário e outro conjunto é de continência e não de pertinência. Seja: A={2, 4, 6,}, diz-se que {4} $\subset$ A e não que {4} $\in$ A..

Subconjuntos

Da definição de subconjunto, decorrem três premissas

a) Todo conjunto é subconjunto de si mesmo, ou seja, X $\subset$ X.
b) Se X $\subset$ Y e ,Y $\subset$ X então $X \equiv Y$
c) O conjunto vazio é subconjunto de todo e qualquer conjunto, ou seja: $\phi \subset X$

Igualdade de conjuntos

Diz-se que dois conjuntos são iguais se e somente se ambos possuem os mesmos elementos. Se houver ao menos um elemento diferente em um dos conjuntos, não se pode dizer que ambos são iguais. A seguir, um exemplo:

Sejam os conjuntos: X={1, 2, 3, 4}, Y={1, 2, 3, 4, 5,} e Z={1, 2, 3, 4}

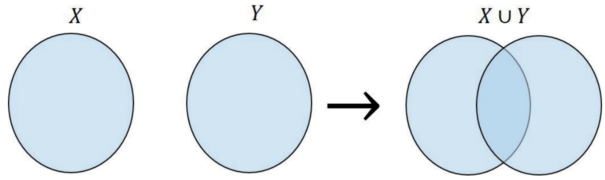
Os conjuntos X e Z possuem os mesmos elementos e, portanto, são iguais: $X \equiv Z$. Já o conjunto Y não é igual a nenhum dos outros dois, pois tem um elemento diferente de ambos (elemento 5).

OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS

UNIÃO DE CONJUNTOS

Para explicar a união de conjuntos, será utilizado um exemplo. Sejam dois conjuntos X={10, 20, 30, 40} e Y={30, 40, 50, 60}. A união desses dois conjuntos resulta em um terceiro conjunto, Z, que é expresso por: Z={10, 20, 30, 40, 50, 60} . Note que o conjunto Z contém todos os elementos de X e Y, sem repetir os elementos em comum. Essa operação é representada por: $X \cup Y$.

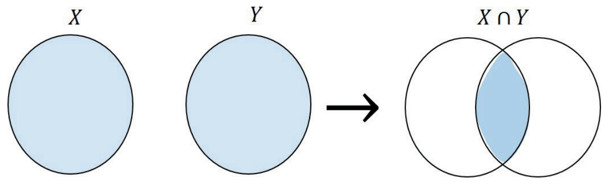
É possível visualizar a operação utilizando o diagrama de Venn:



INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS

Para explicar a intersecção de conjuntos, será o exemplo anterior. Sejam dois conjuntos X={10, 20, 30, 40} e Y={30, 40, 50, 60} . A intersecção desses dois conjuntos resulta em um terceiro conjunto, Z, que é expresso por: Z={30, 40}. Note que o conjunto Z contém todos os elementos que pertencem tanto ao conjunto X quanto ao conjunto Y. Essa operação é representada por: $Z = X \cap Y$.

É possível visualizar a operação utilizando o diagrama de Venn:



Quantidade de elementos no conjunto união

A quantidade de elementos, ou número de elementos, de qualquer conjunto é denotado da seguinte forma: n (X) representa o número de elementos do conjunto . O número de elementos do conjunto união é calculado por:

$$n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$$

Ou seja, o número de elementos do conjunto união consista na soma do número de elementos de cada um dos conjuntos subtraído do número de elementos da intersecção entre os dois conjuntos. Como os elementos em comum a ambos pertencem aos dois conjuntos, é necessário subtrair $n(X \cap Y)$ para não contar esses elementos duas vezes.

DIFERENÇA ENTRE CONJUNTOS

Para explicar a diferença entre conjuntos, será dado um exemplo. Sejam dois conjuntos X={10, 20, 30, 40} e Y={30, 40, 50, 60}. A diferença entre esses dois conjuntos, nessa ordem (ou seja, X-Y), resulta em um terceiro conjunto, Z, que é expresso por: Z={10, 20}. Note que o conjunto Z contém todos os elementos que pertencem tanto ao conjunto X excluídos os elementos em comum com o conjunto Y. Essa operação é representada por: Z=X-Y.

Se a diferença fosse Z=Y-X, o resultado seria .Z={50, 60}. Em resumo, o conjunto diferença contém todos os elementos do primeiro conjunto excluindo-se os elementos em comum com o segundo conjunto.

Se o segundo conjunto (Y) for um subconjunto do primeiro (X), a diferença é expressa por C_{XY}, onde lê-se complementar de Y em relação a X.

PROBLEMAS

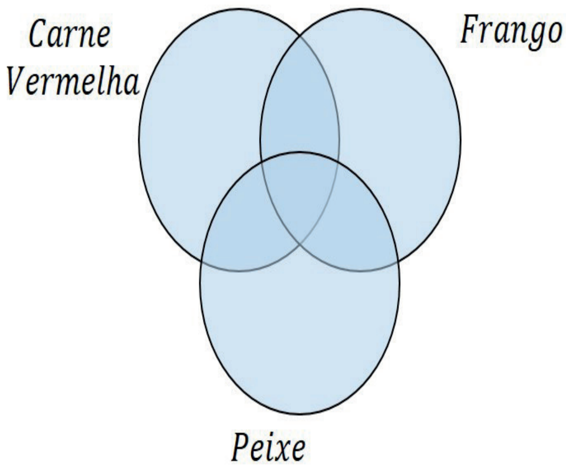
É comum encontrar em diversas provas problemas que precisam de noções de conjuntos para serem resolvidos. São problemas que requerem o uso do diagrama de Venn e têm uma mecânica característica de solução. A seguir será apresentado um exemplo:

Uma pesquisa foi feita com os funcionários de uma empresa, para ver quais eram as preferências alimentícias de cada um deles. Para isso, foi perguntado se o funcionário come carne vermelha, frango, peixe ou não come nenhum tipo de carne. Após entrevistar os 200 funcionários, chegou-se aos seguintes resultados:

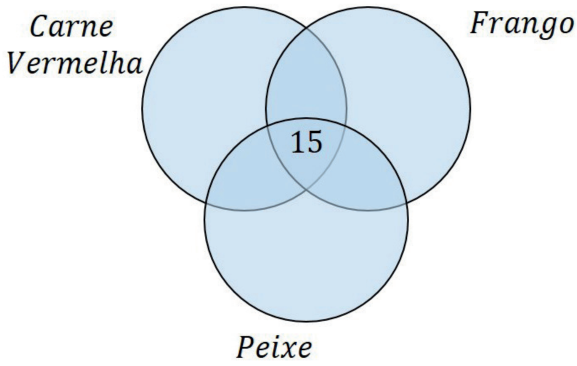
110 funcionários comem carne vermelha
100 funcionários comem frango
80 funcionários comem peixe
44 funcionários comem carne vermelha e frango
43 funcionários comem frango e peixe
41 funcionários comem carne vermelha e peixe
15 funcionários comem carne vermelha, frango e peixe

De acordo com a pesquisa, quantos funcionários não comem nenhum tipo de carne? Quantos funcionários comem somente carne vermelha?

O primeiro passo é montar o diagrama de Venn do problema, onde cada circunferência representará um conjunto. Há três conjuntos: carne vermelha, frango e peixe.



O próximo passo é preencher os campos do diagrama. Quando houver o dado, o primeiro espaço a ser preenchido é a intersecção dos três conjuntos. Nesse caso, corresponde à quantidade de funcionários que comem os três tipos de carne.

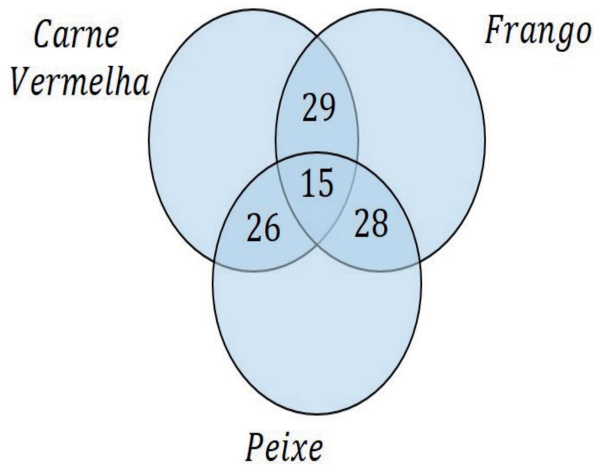


44 funcionários comem carne vermelha e frango. Dessas 44 pessoas, 15 comem carne vermelha, frango e peixe. Então, 44-15=29 pessoas comem somente carne vermelha e frango.

43 funcionários comem frango e peixe. Dessas 41 pessoas, 15 comem carne vermelha, frango e peixe. Então, 43-15=28 pessoas comem somente frango e peixe.

41 funcionários comem carne vermelha e peixe. Dessas 41 pessoas, 15 comem carne vermelha, frango e peixe. Então, 41-15=26 pessoas comem somente carne vermelha e peixe.

Agora, coloca-se todos os valores encontrados no diagrama:



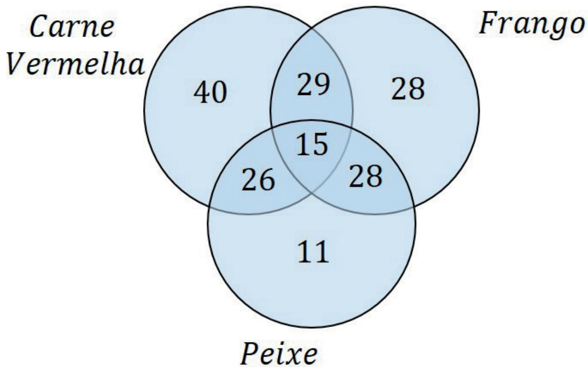
Os próximos passos consistem em preencher os outros espaços que há em comum entre os conjuntos.

110 funcionários comem carne vermelha. O número de funcionários que comem somente carne vermelha corresponde a: 110-29-15-26=40 funcionários.

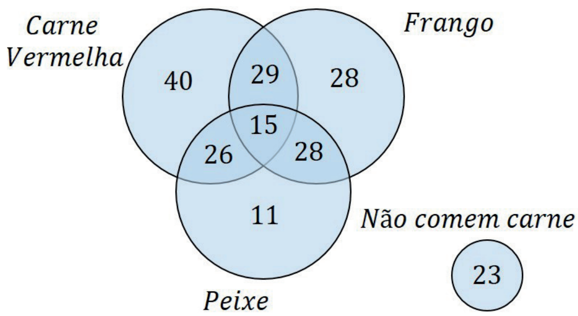
100 funcionários comem carne frango. O número de funcionários que comem somente frango corresponde a: 100-29-15-28=28 funcionários.

80 funcionários comem peixe. O número de funcionários que comem somente peixe corresponde a: 80-28-15-26=11 funcionários

Agora, coloca-se todos os valores encontrados no diagrama:



A quantidade de funcionários que não comem carne, pode ser encontrada somando-se todos os valores que constam no diagrama e, em seguida, calcula-se a diferença entre o total de funcionários e a soma encontrada. Assim: 200-(40+29+15+26+28+28+11)=23 funcionários. Assim:



Assim, analisando o diagrama final é possível responder às duas perguntas do problema:

23 funcionários não comem carne

40 funcionários comem somente carne vermelha

FIQUE ATENTO!

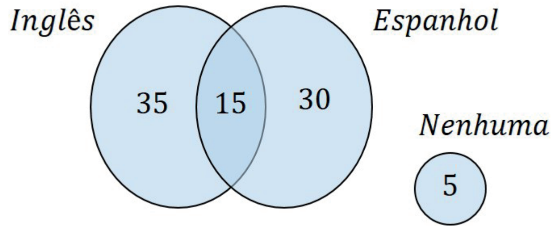
Sempre confira se a soma de todos os números que constam nos espaços dos diagramas corresponde à quantidade total do problema. Se não corresponder, há um conjunto dos que não se encaixa em nenhum dos conjuntos do problema (no caso acima, é o conjunto dos que não comem carne).

EXERCÍCIO COMENTADO

1. (AFAP – ASSISTENTE ADMINISTRATIVO – FCC, 2019). Foi feita uma pesquisa entre todos os funcionários da empresa X e constatou-se que 50 deles falavam inglês, 45 espanhol e 15 falavam as duas línguas. Verificou-se também que 5 dos funcionários não falavam nenhuma língua estrangeira. Então, o número de funcionários da empresa X é

a) 95
b) 75
c) 85
d) 80
e) 90

Resposta: Letra C. O diagrama de Venn do problema é o seguinte



Assim, o total de funcionários da empresa é igual a: 35+15+30+5=85 funcionários.

Números Naturais e suas operações fundamentais

1. Definição de Números Naturais

Os números naturais como o próprio nome diz, são os números que naturalmente aprendemos, quando estamos iniciando nossa alfabetização. Nesta fase da vida, não estamos preocupados com o sinal de um número, mas sim em encontrar um sistema de contagem para quantificarmos as coisas. Assim, os números naturais são sempre positivos e começando por zero e acrescentando sempre uma unidade, obtemos os seguintes elementos:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots.\}$$

Sabendo como se constrói os números naturais, podemos agora definir algumas relações importantes entre eles:

a) Todo número natural dado tem um sucessor (número que está imediatamente à frente do número dado na seqüência numérica). Seja m um número natural qualquer, temos que seu sucessor será sempre definido como m+1. Para ficar claro, seguem alguns exemplos:

Ex: O sucessor de 0 é 1.
Ex: O sucessor de 1 é 2.
Ex: O sucessor de 19 é 20.

b) Se um número natural é sucessor de outro, então os dois números que estão imediatamente ao lado do outro são considerados como consecutivos. Vejam os exemplos:

Ex: 1 e 2 são números consecutivos.
Ex: 5 e 6 são números consecutivos.
Ex: 50 e 51 são números consecutivos.

c) Vários números formam uma coleção de números naturais consecutivos se o segundo for sucessor do primeiro, o terceiro for sucessor do segundo, o quarto for sucessor do terceiro e assim sucessivamente. Observe os exemplos a seguir:

Ex: 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são consecutivos.
Ex: 5, 6 e 7 são consecutivos.
Ex: 50, 51, 52 e 53 são consecutivos.

d) Analogamente a definição de sucessor, podemos definir o número que vem imediatamente antes ao número analisado. Este número será definido como antecessor. Seja m um número natural qualquer, temos que seu antecessor será sempre definido como m-1. Para ficar claro, seguem alguns exemplos:

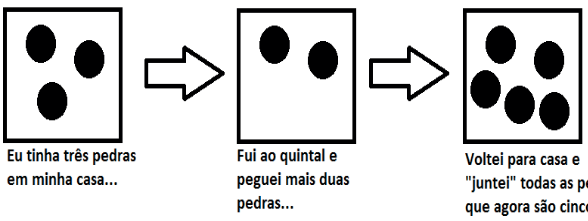
Ex: O antecessor de 2 é 1.
Ex: O antecessor de 56 é 55.
Ex: O antecessor de 10 é 9.

> **FIQUE ATENTO!**
> O único número natural que não possui antecessor é o 0 (zero) !

1.1. Operações com Números Naturais

Agora que conhecemos os números naturais e temos um sistema numérico, vamos iniciar o aprendizado das operações matemáticas que podemos fazer com eles. Muito provavelmente, vocês devem ter ouvido falar das quatro operações fundamentais da matemática: Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão. Vamos iniciar nossos estudos com elas:

Adição: A primeira operação fundamental da Aritmética tem por finalidade reunir em um só número, todas as unidades de dois ou mais números. Antes de surgir os algarismos indo-arábicos, as adições podiam ser realizadas por meio de tábuas de calcular, com o auxílio de pedras ou por meio de ábacos. Esse método é o mais simples para se aprender o conceito de adição, veja a figura a seguir:



Observando a historinha, veja que as unidades (pedras) foram reunidas após o passeio no quintal. Essa reunião das pedras é definida como adição. Simbolicamente, a adição é representada pelo símbolo "+" e assim a historinha fica da seguinte forma:

$$\underset{Tinha\ em\ casa}{3} + \underset{Peguei\ no\ quintal}{2} = \underset{Resultado}{5}$$

Como toda operação matemática, a adição possui algumas propriedades, que serão apresentadas a seguir:

a) Fechamento: A adição no conjunto dos números naturais é fechada, pois a soma de dois números naturais será sempre um número natural.

b) Associativa: A adição no conjunto dos números naturais é associativa, pois na adição de três ou mais parcelas de números naturais quaisquer é possível associar as parcelas de quaisquer modos, ou seja, com três números naturais, somando o primeiro com o segundo e ao resultado obtido somarmos um terceiro, obteremos um resultado que é igual à soma do primeiro com a soma do segundo e o terceiro. Apresentando isso sob a forma de números, sejam A,B e C, três números naturais, temos que:

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

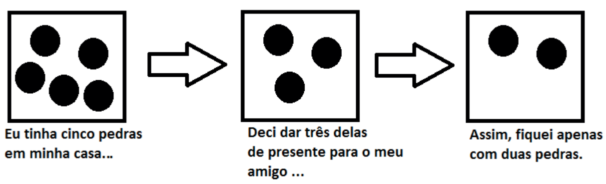
c) Elemento neutro: Esta propriedade caracteriza-se pela existência de número que ao participar da operação de adição, não altera o resultado final. Este número será o 0 (zero). Seja A, um número natural qualquer, temos que:

$$A + 0 = A$$

d) Comutativa: No conjunto dos números naturais, a adição é comutativa, pois a ordem das parcelas não altera a soma, ou seja, somando a primeira parcela com a segunda parcela, teremos o mesmo resultado que se somando a segunda parcela com a primeira parcela. Sejam dois números naturais A e B, temos que:

$$A + B = B + A$$

Subtração: É a operação contrária da adição. Ao invés de reunirmos as unidades de dois números naturais, vamos retirar uma quantidade de um número. Voltando novamente ao exemplo das pedras:



Observando a historinha, veja que as unidades (pedras) que eu tinha foram separadas. Essa separação das pedras é definida como subtração. Simbolicamente, a subtração é representada pelo símbolo "-" e assim a historinha fica da seguinte forma:

$$\underset{Tinha\ em\ casa}{5} - \underset{Presente\ para\ o\ amigo}{3} = \underset{Resultado}{2}$$

A subtração de números naturais também possui suas propriedades, definidas a seguir:

a) Não fechada: A subtração de números naturais não é fechada, pois há um caso onde a subtração de dois números naturais não resulta em um número natural. Sejam dois números naturais A,B onde A < B, temos que:

$$\mathrm{A} - \mathrm{B} < 0$$

Como os números naturais são positivos, A-B não é um número natural, portanto a subtração não é fechada.

b) Não Associativa: A subtração de números naturais também não é associativa, uma vez que a ordem de resolução é importante, devemos sempre subtrair o maior do menor. Quando isto não ocorrer, o resultado não será um número natural.
c) Elemento neutro: No caso do elemento neutro, a propriedade irá funcionar se o zero for o termo a ser subtraído do número. Se a operação for inversa, o elemento neutro não vale para os números naturais:
d) Não comutativa: Vale a mesma explicação para a subtração de números naturais não ser associativa. Como a ordem de resolução importa, não podemos trocar os números de posição

Multiplicação: É a operação que tem por finalidade adicionar o primeiro número denominado multiplicando ou parcela, tantas vezes quantas são as unidades do segundo número denominadas multiplicador. Veja o exemplo:

Ex: Se eu economizar toda semana R$ 6,00, ao final de 5 semanas, quanto eu terei guardado?

Pensando primeiramente em soma, basta eu somar todas as economias semanais:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$$

Quando um mesmo número é somado por ele mesmo repetidas vezes, definimos essa operação como multiplicação. O símbolo que indica a multiplicação é o "x" e assim a operação fica da seguinte forma:

$$\frac{6+6+6+6+6}{Somas\ repetidas} = \frac{6\ x\ 5}{Número\ multiplicado\ pelas\ repetições} = 30$$

A multiplicação também possui propriedades, que são apresentadas a seguir:

a) Fechamento: A multiplicação é fechada no conjunto dos números naturais, pois realizando o produto de dois ou mais números naturais, o resultado será um número natural.

b) Associativa: Na multiplicação, podemos associar três ou mais fatores de modos diferentes, pois se multiplicarmos o primeiro fator com o segundo e depois multiplicarmos por um terceiro número natural, teremos o mesmo resultado que multiplicar o terceiro pelo produto do primeiro pelo segundo. Sejam os números naturais m,n e p, temos que:

$$(m\ x\ n)x\ p = m\ x\ (n\ x\ p)$$

c) Elemento Neutro: No conjunto dos números naturais também existe um elemento neutro para a multiplicação mas ele não será o zero, pois se não repetirmos a multiplicação nenhuma vez, o resultado será 0. Assim, o elemento neutro da multiplicação será o número 1. Qualquer que seja o número natural n, tem-se que:

$$n\ x\ 1 = n$$

d) Comutativa: Quando multiplicamos dois números naturais quaisquer, a ordem dos fatores não altera o produto, ou seja, multiplicando o primeiro elemento pelo segundo elemento teremos o mesmo resultado que multiplicando o segundo elemento pelo primeiro elemento. Sejam os números naturais m e n, temos que:

$$m\ x\ n = n\ x\ m$$

e) Prioridade sobre a adição e subtração: Quando se depararem com expressões onde temos diferentes operações matemática, temos que observar a ordem de resolução das mesmas. Observe o exemplo a seguir:

Ex: $2 + 4\ x\ 3$

Se resolvermos a soma primeiro e depois a multiplicação, chegamos em 18.
Se resolvermos a multiplicação primeiro e depois a soma, chegamos em 14. Qual a resposta certa?

A multiplicação tem prioridade sobre a adição, portanto deve ser resolvida primeiro e assim a resposta correta é 14.

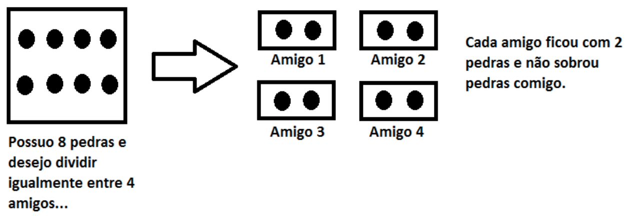
FIQUE ATENTO!
Caso haja parênteses na soma, ela tem prioridade sobre a multiplicação. Utilizando o exemplo, temos que: .
$(2+4)\mathbf{x}3 = 6\ \mathbf{x}\ 3 = 18$ Nesse caso, realiza-se a soma primeiro, pois ela está dentro dos parênteses

f) Propriedade Distributiva: Uma outra forma de resolver o exemplo anterior quando se a soma está entre parênteses é com a propriedade distributiva. Multiplicando um número natural pela soma de dois números naturais, é o mesmo que multiplicar o fator, por cada uma das parcelas e a seguir adicionar os resultados obtidos. Veja o exemplo:

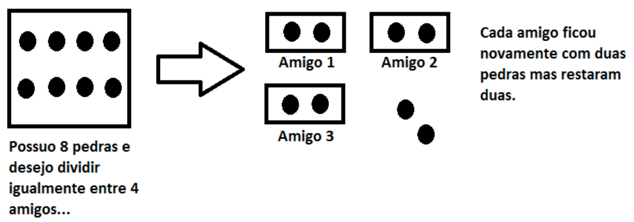
$$(2+4)\mathrm{x}\ 3 = 2\mathrm{x}3 + 4\mathrm{x}3 = 6 + 12 = 18$$

Veja que a multiplicação foi distribuída para os dois números do parênteses e o resultado foi o mesmo que do item anterior.

Divisão: Dados dois números naturais, às vezes necessitamos saber quantas vezes o segundo está contido no primeiro. O primeiro número é denominado dividendo e o outro número é o divisor. O resultado da divisão é chamado de quociente. Nem sempre teremos a quantidade exata de vezes que o divisor caberá no dividendo, podendo sobrar algum valor. A esse valor, iremos dar o nome de resto. Vamos novamente ao exemplo das pedras:



No caso em particular, conseguimos dividir as 8 pedras para 4 amigos, ficando cada um deles como 2 unidades e não restando pedras. Quando a divisão não possui resto, ela é definida como divisão exata. Caso contrário, se ocorrer resto na divisão, como por exemplo, se ao invés de 4 fossem 3 amigos:



Nessa divisão, cada amigo seguiu com suas duas pedras, porém restaram duas que não puderam ser distribuídas, pois teríamos amigos com quantidades diferentes de pedras. Nesse caso, tivermos a divisão de 8 pedras por 3 amigos, resultando em um quociente de 2 e um resto também 2. Assim, definimos que essa divisão não é exata.

Devido a esse fato, a divisão de números naturais não é fechada, uma vez que nem todas as divisões são exatas. Também não será associativa e nem comutativa, já que a ordem de resolução importa. As únicas propriedades válidas na divisão são o elemento neutro (que segue sendo 1, desde que ele seja o divisor) e a propriedade distributiva.

> **FIQUE ATENTO!**
>
> A divisão tem a mesma ordem de prioridade de resolução que a multiplicação, assim ambas podem ser resolvidas na ordem que aparecem.

EXERCÍCIO COMENTADO

1. (Pref. De Bom Retiro – SC) A Loja Berlanda está com promoção de televisores. Então resolvi comprar um televisor por R$ 1.700,00. Dei R$ 500,00 de entrada e o restante vou pagar em 12 prestações de:

a) R$ 170,00
b) R$ 1.200,00
c) R$ 200,00
d) R$ 100,00

Resposta: Letra D Dado o preço inicial de R$ 1700,00, basta subtrair a entrada de R$ 500,00, assim: R$ 1700,00-500,00 = R$ 1200,00. Dividindo esse resultado em 12 prestações, chega-se a R$ 1200,00 : 12 = R$ 100,00

Números Inteiros e suas operações fundamentais

1.1 Definição de Números Inteiros

Definimos o conjunto dos números inteiros como a união do conjunto dos números naturais (N = {0, 1, 2, 3, 4,..., n,...}, com o conjunto dos opostos dos números naturais, que são definidos como números negativos. Este conjunto é denotado pela letra Z e é escrito da seguinte forma:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Sabendo da definição dos números inteiros, agora é possível indiciar alguns subconjuntos notáveis:

a) O conjunto dos números inteiros não nulos: São todos os números inteiros, exceto o zero:

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

b) O conjunto dos números inteiros não negativos: São todos os inteiros que não são negativos, ou seja, os números naturais:

$$\mathbb{Z}^+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} = \mathbb{N}$$

c) O conjunto dos números inteiros positivos: São todos os inteiros não negativos, e neste caso, o zero não pertence ao subconjunto:

$$\mathbb{Z}^{*+} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

d) O conjunto dos números inteiros não positivos: São todos os inteiros não positivos:

$$\mathbb{Z}\_ = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, \}$$

e) O conjunto dos números inteiros negativos: São todos os inteiros não positivos, e neste caso, o zero não pertence ao subconjunto:

$$\mathbb{Z}^{*}\_ = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$$

1.2 Definições Importantes dos Números inteiros

Módulo: chama-se módulo de um número inteiro a distância ou afastamento desse número até o zero, na reta numérica inteira. Representa-se o módulo pelo símbolo | |. Vejam os exemplos:

Ex: O módulo de 0 é 0 e indica-se |0| = 0
Ex: O módulo de +7 é 7 e indica-se |+7| = 7
Ex: O módulo de –9 é 9 e indica-se |–9| = 9

a) O módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero, é sempre positivo.

Números Opostos: Voltando a definição do inicio do capítulo, dois números inteiros são ditos opostos um do outro quando apresentam soma zero; assim, os pontos que os representam distam igualmente da origem. Vejam os exemplos:
Ex: O oposto do número 2 é -2, e o oposto de -2 é 2, pois 2 + (-2) = (-2) + 2 = 0
Ex: No geral, dizemos que o oposto, ou simétrico, de a é – a, e vice-versa.
Ex: O oposto de zero é o próprio zero.

1.3 Operações com Números Inteiros

Adição: Diferentemente da adição de números naturais, a adição de números inteiros pode gerar um pouco de confusão ao leito. Para melhor entendimento desta operação, associaremos aos números inteiros positivos o conceito de "ganhar" e aos números inteiros negativos o conceito de "perder". Vejam os exemplos:

Ex: $(+3)\ +\ (+5)\ = ?$

Obviamente, quem conhece a adição convencional, sabe que este resultado será 8. Vamos ver agora pelo conceito de "ganhar" e "perder":

+3 = Ganhar 3
+5 = Ganhar 5

Logo: (Ganhar 3) + (Ganhar 5) = (Ganhar 8)

Ex: $(-3)\ +\ (-5)\ = ?$

Agora é o caso em que temos dois números negativos, usando o conceito de "ganhar" ou "perder":

-3 = Perder 3
-5 = Perder 5
Logo: (Perder 3) + (Perder 5) = (Perder 8)

Neste caso, estamos somando duas perdas ou dois prejuízos, assim o resultado deverá ser uma perda maior.

E se tivermos um número positivo e um negativo? Vamos ver os exemplos:
Ex: $(+8)\ +\ (-5)\ = ?$

Neste caso, temos um ganho de 8 e uma perda de 5, que naturalmente sabemos que resultará em um ganho de 3:

+8 = Ganhar 8
-5 = Perder 5

Logo: (Ganhar 8) + (Perder 5) = (Ganhar 3)

Se observarem essa operação, vocês irão perceber que ela tem o mesmo resultado que $8 - 5 = 3$. Basicamente ambas são as mesmas operações, sem a presença dos parênteses e a explicação de como se chegar a essa simplificação será apresentado nos itens seguintes deste capítulo.
Agora, e se a perda for maior que o ganho? Veja o exemplo:

Ex: $(-8) + (+5) = ?$

Usando a regra, temos que:

-8 = Perder 8
+5 = Ganhar 5
Logo: (Perder 8) + (Ganhar 5) = (Perder 3)

Após a definição de adição de números inteiros, vamos apresentar algumas de suas propriedades:

a) Fechamento: O conjunto Z é fechado para a adição, isto é, a soma de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

b) Associativa: Para todos $a, b, c\ \in \mathbb{Z}$:

$$a\ +\ (b\ +\ c)\ =\ (a\ +\ b)\ +\ c$$

Ex: $2\ +\ (3\ +\ 7)\ =\ (2\ +\ 3)\ +\ 7$

Comutativa: Para todos a,b em Z:
a + b = b + a
3 + 7 = 7 + 3

Elemento Neutro: Existe 0 em Z, que adicionado a cada z em Z, proporciona o próprio z, isto é:
z + 0 = z
7 + 0 = 7

Elemento Oposto: Para todo z em Z, existe (-z) em Z, tal que
z + (–z) = 0
9 + (–9) = 0
Subtração de Números Inteiros

A subtração é empregada quando:
- Precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra.

A subtração é a operação inversa da adição.

Observe que: 9 – 5 = 4 4 + 5 = 9

diferença
subtraendo
minuendo

Considere as seguintes situações:

1- Na segunda-feira, a temperatura de Monte Sião passou de +3 graus para +6 graus. Qual foi a variação da temperatura?
Esse fato pode ser representado pela subtração: (+6) – (+3) = +3

2- Na terça-feira, a temperatura de Monte Sião, durante o dia, era de +6 graus. À Noite, a temperatura baixou de 3 graus. Qual a temperatura registrada na noite de terça-feira?
Esse fato pode ser representado pela adição: (+6) + (–3) = +3

Se compararmos as duas igualdades, verificamos que (+6) – (+3) é o mesmo que (+5) + (–3).

Temos:
(+6) – (+3) = (+6) + (–3) = +3
(+3) – (+6) = (+3) + (–6) = –3
(–6) – (–3) = (–6) + (+3) = –3

Daí podemos afirmar: Subtrair dois números inteiros é o mesmo que adicionar o primeiro com o oposto do segundo.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. Calcule:

a) (+12) + (–40) ;
b) (+12) – (–40)
c) (+5) + (–16) – (+9) – (–20)
d) (–3) – (–6) – (+4) + (–2) + (–15)

Resposta: Aplicando as regras de soma e subtração de inteiros, tem-se que:
a) (+12) + (–40) = 12 – 40 = -28
b) (+12) – (–40) = 12 + 40 = 52
c) (+5) + (–16) – (+9) – (–20) = +5 -16 – 9 + 20 = 25 – 25 = 0
d) (–3) – (–6) – (+4) + (–2) + (–15) = -3 + 6 – 4 – 2 – 15 = 6 – 24 = -18

1.4. Multiplicação de Números Inteiros

A multiplicação funciona como uma forma simplificada de uma adição quando os números são repetidos. Poderíamos analisar tal situação como o fato de estarmos ganhando repetidamente alguma quantidade, como por exemplo, ganhar 1 objeto por 30 vezes consecutivas, significa ganhar 30 objetos e esta repetição pode ser indicada por um x, isto é: 1 + 1 + 1 ... + 1 + 1 = 30 x 1 = 30
Se trocarmos o número 1 pelo número 2, obteremos: 2 + 2 + 2 + ... + 2 + 2 = 30 x 2 = 60
Se trocarmos o número 2 pelo número -2, obteremos: (–2) + (–2) + ... + (–2) = 30 x (-2) = –60
Observamos que a multiplicação é um caso particular da adição onde os valores são repetidos.
Na multiplicação o produto dos números a e b, pode ser indicado por a x b, a . b ou ainda ab sem nenhum sinal entre as letras.
Para realizar a multiplicação de números inteiros, devemos obedecer à seguinte regra de sinais:
(+1) x (+1) = (+1)
(+1) x (-1) = (-1)
(-1) x (+1) = (-1)
(-1) x (-1) = (+1)

Com o uso das regras acima, podemos concluir que:

Sinais dos números	Resultado do produto
Iguais	Positivo
Diferentes	Negativo

Propriedades da multiplicação de números inteiros: O conjunto Z é fechado para a multiplicação, isto é, a multiplicação de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

Associativa: Para todos a,b,c em Z:
a x (b x c) = (a x b) x c
2 x (3 x 7) = (2 x 3) x 7

Comutativa: Para todos a,b em Z:
a x b = b x a
3 x 7 = 7 x 3

Elemento neutro: Existe 1 em Z, que multiplicado por todo z em Z, proporciona o próprio z, isto é:
z x 1 = z
7 x 1 = 7

Elemento inverso: Para todo inteiro z diferente de zero, existe um inverso z^{-1}=1/z em Z, tal que
z x z^{-1} = z x (1/z) = 1
9 x 9^{-1} = 9 x (1/9) = 1

Distributiva: Para todos a,b,c em Z:
a x (b + c) = (a x b) + (a x c)
3 x (4+5) = (3 x 4) + (3 x 5)

1.5. Divisão de Números Inteiros

Dividendo |divisor dividendo:
Divisor = quociente 0
Quociente . divisor = dividendo

Sabemos que na divisão exata dos números naturais:

40 : 5 = 8, pois 5 . 8 = 40
36 : 9 = 4, pois 9 . 4 = 36

Vamos aplicar esses conhecimentos para estudar a divisão exata de números inteiros. Veja o cálculo:

(–20) : (+5) = q ⇨ (+5) . q = (–20) ⇨ q = (–4)
Logo: (–20) : (+5) = +4

Considerando os exemplos dados, concluímos que, para efetuar a divisão exata de um número inteiro por outro número inteiro, diferente de zero, dividimos o módulo do dividendo pelo módulo do divisor. Daí:

- Quando o dividendo e o divisor têm o mesmo sinal, o quociente é um número inteiro positivo.
- Quando o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número inteiro negativo.
- A divisão nem sempre pode ser realizada no conjunto Z. Por exemplo, (+7) : (–2) ou (–19) : (–5) são divisões que não podem ser realizadas em Z, pois o resultado não é um número inteiro.
- No conjunto Z, a divisão não é comutativa, não é associativa e não tem a propriedade da existência do elemento neutro.

1- Não existe divisão por zero.
Exemplo: (–15) : 0 não tem significado, pois não existe um número inteiro cujo produto por zero seja igual a –15.
2- Zero dividido por qualquer número inteiro, diferente de zero, é zero, pois o produto de qualquer número inteiro por zero é igual a zero.
Exemplos: a) 0 : (–10) = 0 /b) 0 : (+6) = 0 /c) 0 : (–1) = 0

1.6. Potenciação de Números Inteiros

A potência a^n do número inteiro a, é definida como um produto de n fatores iguais. O número a é denominado a base e o número n é o expoente.
a^n = a x a x a x a x ... x a
a é multiplicado por a n vezes

Exemplos:
3^3 = (3) x (3) x (3) = 27
$(-5)^5$ = (-5) x (-5) x (-5) x (-5) x (-5) = -3125
$(-7)^2$ = (-7) x (-7) = 49
$(+9)^2$ = (+9) x (+9) = 81

- Toda potência de base positiva é um número inteiro positivo.
Exemplo: $(+3)^2$ = (+3) . (+3) = +9

- Toda potência de base negativa e expoente par é um número inteiro positivo.
Exemplo: $(-8)^2$ = (–8) . (–8) = +64

- Toda potência de base negativa e expoente ímpar é um número inteiro negativo.

Exemplo: $(-5)^3$ = (–5) . (–5) . (–5) = –125

Propriedades da Potenciação:

Produtos de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e somam-se os expoentes. $(-7)^3 . (-7)^6 = (-7)^{3+6} = (-7)^9$

Quocientes de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes. $(+13)^8 : (+13)^6 = (+13)^{8-6} = (+13)^2$

Potência de Potência: Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes. $[(+4)^5]^2 = (+4)^{5 \cdot 2} = (+4)^{10}$

Potência de expoente 1: É sempre igual à base. $(+9)^1 = +9$ $(-13)^1 = -13$

Potência de expoente zero e base diferente de zero: É igual a 1. Exemplo: $(+14)^0 = 1$ $(-35)^0 = 1$

1.7. Radiciação de Números Inteiros

A raiz nésima (de ordem n) de um número inteiro a é a operação que resulta em outro número inteiro não negativo b que elevado à potência n fornece o número a. O número n é o índice da raiz enquanto que o número a é o radicando (que fica sob o sinal do radical).
A raiz quadrada (de ordem 2) de um número inteiro a é a operação que resulta em outro número inteiro não negativo que elevado ao quadrado coincide com o número a.

Observação: Não existe a raiz quadrada de um número inteiro negativo no conjunto dos números inteiros.

Erro comum: Frequentemente lemos em materiais didáticos e até mesmo ocorre em algumas aulas aparecimento de:

$\sqrt{9} = \pm 3$

mas isto está errado. O certo é:

$\sqrt{9} = +3$

Observamos que não existe um número inteiro não negativo que multiplicado por ele mesmo resulte em um número negativo.

A raiz cúbica (de ordem 3) de um número inteiro a é a operação que resulta em outro número inteiro que elevado ao cubo seja igual ao número a. Aqui não restringimos os nossos cálculos somente aos números não negativos.

Exemplos
(a) $\sqrt[3]{8}$ = 2, pois 2^3 = 8.
(b) $\sqrt[3]{-8}$ = –2, pois $(-2)^3$ = -8.