

Prefeitura Municipal de Itanhaém do Estado de São Paulo

ITANHAÉM-SP

Comum aos Cargos de Nível Médio e Técnico

Auxiliar em Saúde Bucal,
Supervisor de Agente Comunitário de Saúde,
Supervisor de Agente de Endemias,
Técnico de Enfermagem,
Técnico de Enfermagem Condutor de Motocicleta,
Técnico de Enfermagem do Trabalho,
Técnico de Gesso,
Técnico de Segurança do Trabalho,

DZ017-N9

Todos os direitos autorais desta obra são protegidos pela Lei nº 9.610, de 19/12/1998.
Proibida a reprodução, total ou parcialmente, sem autorização prévia expressa por escrito da editora e do autor. Se você conhece algum caso de "pirataria" de nossos materiais, denuncie pelo sac@novaconcursos.com.br.

OBRA

Prefeitura Municipal de Itanhaém do Estado de São Paulo

Comum aos Cargos de Nível Médio e Técnico

Edital Nº 05/2019

AUTORES

Língua Portuguesa - Profª Zenaide Auxiliadora Pachegas Branco

Matemática - Profº Bruno Chierigatti e João de Sá Brasil

PRODUÇÃO EDITORIAL/REVISÃO

Leandro Filho

DIAGRAMAÇÃO

Thais Regis

CAPA

Joel Ferreira dos Santos



www.novaconcursos.com.br

sac@novaconcursos.com.br

APRESENTAÇÃO

PARABÉNS! ESTE É O PASSAPORTE PARA SUA APROVAÇÃO.

A Nova Concursos tem um único propósito: mudar a vida das pessoas.

Vamos ajudar você a alcançar o tão desejado cargo público.

Nossos livros são elaborados por professores que atuam na área de Concursos Públicos. Assim a matéria é organizada de forma que otimize o tempo do candidato. Afinal corremos contra o tempo, por isso a preparação é muito importante.

Aproveitando, convidamos você para conhecer nossa linha de produtos "Cursos online", conteúdos preparatórios e por edital, ministrados pelos melhores professores do mercado.

Estar à frente é nosso objetivo, sempre.

Contamos com índice de aprovação de 87%*.

O que nos motiva é a busca da excelência. Aumentar este índice é nossa meta.

Acesse **www.novaconcursos.com.br** e conheça todos os nossos produtos.

Oferecemos uma solução completa com foco na sua aprovação, como: apostilas, livros, cursos online, questões comentadas e treinamentos com simulados online.

Desejamos-lhe muito sucesso nesta nova etapa da sua vida!

Obrigado e bons estudos!

*Índice de aprovação baseado em ferramentas internas de medição.

CURSO ONLINE



PASSO 1

Acesse:

www.novaconcursos.com.br/passaporte



PASSO 2

Digite o código do produto no campo indicado no site.

O código encontra-se no verso da capa da apostila.

*Utilize sempre os 8 primeiros dígitos.

Ex: JN001-19



PASSO 3

Pronto!

Você já pode acessar os conteúdos online.



SUMÁRIO

LÍNGUA PORTUGUESA

Interpretação de texto.....	01
Significação das palavras: sinônimos, antônimos, sentidos próprio e figurado.....	10
Ortografia oficial conforme a reforma ortográfica vigente.....	13
Pontuação.....	17
Acentuação.....	20
Emprego das classes de palavras: substantivo, adjetivo, numeral, pronome, artigo, verbo, advérbio, preposição, conjunção (classificação e sentido que imprime às relações entre as orações).....	22
Concordâncias verbal e nominal.....	62
Regências verbal e nominal.....	68
Crase.....	73
Figuras de linguagem.....	76
Vícios de linguagem.....	80
Equivalência e transformação de estruturas.....	87
Flexão de substantivos, adjetivos e pronomes (gênero, número, grau e pessoa).....	88
Sintaxe.....	89
Morfologia. Estrutura e formação das palavras.....	97
Discursos direto, indireto e indireto livre.....	100
Processos de coordenação e subordinação.....	102
Colocação pronominal.....	102

MATEMÁTICA

Conjuntos: linguagem básica, pertinência, inclusão, igualdade, reunião e interseção.....	01
Números naturais, inteiros, racionais e reais: adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação.....	04
Múltiplos e divisores, fatoração, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum.	07
Medidas: comprimento, área, volume, ângulo, tempo e massa.....	10
Proporções e Matemática Comercial: grandezas diretamente e inversamente proporcionais.....	15
Regra de três simples e composta.....	18
Porcentagem, juros e descontos simples.....	21
Cálculo Algébrico: identidades algébricas notáveis. Operações com expressões algébricas. Operações com polinômios.....	24
Equações e Inequações: equações do 1º e 2º grau.....	34
Interpretação de gráficos.....	36
Sistemas de equações de 1º e 2º grau.....	41
Análise Combinatória e Probabilidade: arranjos, combinações e permutações simples. Probabilidade de um evento.....	46
Progressões: progressões aritmética e geométrica.....	48
Geometrias Plana e Sólida: geometria plana: elementos primitivos.....	50
Retas perpendiculares e planas.....	52

SUMÁRIO

Teorema de Tales.....	59
Relações métricas e trigonométricas em triângulos retângulos.....	60
Áreas de triângulos, paralelogramos, trapézios e discos.....	64
Áreas e volumes de prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas.....	83
Funções: operações com funções de 1º e 2º graus. Gráficos de funções de 1º e 2º graus. Máximo e mínimo da função de 2º grau.	86
Funções logaritmo e exponencial.....	94
Trigonometria: funções trigonométricas. Identidades fundamentais. Aplicação da trigonometria ao cálculo de elementos de um triângulo.....	95
Raciocínio lógico. Raciocínio sequencial. Orientações espacial e temporal. Formação de conceitos. Discriminação de elementos. Compreensão do processo lógico que, a partir de um conjunto de hipóteses, conduz, de forma válida, a conclusões determinadas.....	96

ÍNDICE

LÍNGUA PORTUGUESA

Interpretação de texto.....	01
Significação das palavras: sinônimos, antônimos, sentidos próprio e figurado.....	10
Ortografia oficial conforme a reforma ortográfica vigente.....	13
Pontuação.....	17
Acentuação.....	20
Emprego das classes de palavras: substantivo, adjetivo, numeral, pronome, artigo, verbo, advérbio, preposição, conjunção (classificação e sentido que imprime às relações entre as orações).....	22
Concordâncias verbal e nominal.....	62
Regências verbal e nominal.....	68
Crase.....	73
Figuras de linguagem.....	76
Vícios de linguagem.....	80
Equivalência e transformação de estruturas.....	87
Flexão de substantivos, adjetivos e pronomes (gênero, número, grau e pessoa).....	88
Sintaxe.....	89
Morfologia. Estrutura e formação das palavras.....	97
Discursos direto, indireto e indireto livre.....	100
Processos de coordenação e subordinação.....	102
Colocação pronominal.....	102

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO.

Texto – é um conjunto de ideias organizadas e relacionadas entre si, formando um todo significativo capaz de produzir interação comunicativa (capacidade de codificar e decodificar).

Contexto – um texto é constituído por diversas frases. Em cada uma delas, há uma informação que se liga com a anterior e/ou com a posterior, criando condições para a estruturação do conteúdo a ser transmitido. A essa interligação dá-se o nome de *contexto*. O relacionamento entre as frases é tão grande que, se uma frase for retirada de seu contexto original e analisada separadamente, poderá ter um significado diferente daquele inicial.

Intertexto - comumente, os textos apresentam referências diretas ou indiretas a outros autores através de citações. Esse tipo de recurso denomina-se *intertexto*.

Interpretação de texto - o objetivo da interpretação de um texto é a identificação de sua ideia principal. A partir daí, localizam-se as ideias secundárias (ou fundamentações), as argumentações (ou explicações), que levam ao esclarecimento das questões apresentadas na prova.

Normalmente, em uma prova, o candidato deve:

- **Identificar** os elementos fundamentais de uma argumentação, de um processo, de uma época (nesse caso, procuram-se os verbos e os advérbios, os quais definem o tempo).
- **Comparar** as relações de semelhança ou de diferenças entre as situações do texto.
- **Comentar**/relacionar o conteúdo apresentado com uma realidade.
- **Resumir** as ideias centrais e/ou secundárias.
- **Parafrasear** = reescrever o texto com outras palavras.

Condições básicas para interpretar

Fazem-se necessários: conhecimento histórico-literário (escolas e gêneros literários, estrutura do texto), leitura e prática; conhecimento gramatical, estilístico (qualidades do texto) e semântico; capacidade de observação e de síntese; capacidade de raciocínio.

Interpretar/Compreender

Interpretar significa:

Explicar, comentar, julgar, tirar conclusões, deduzir.

Através do texto, infere-se que...

É possível deduzir que...

O autor permite concluir que...

Qual é a intenção do autor ao afirmar que...

Compreender significa

Entendimento, atenção ao que realmente está escrito.

O texto diz que...

É sugerido pelo autor que...

De acordo com o texto, é correta ou errada a afirmação...

O narrador afirma...

Erros de interpretação

- Extrapolação (“viagem”) = ocorre quando se sai do contexto, acrescentando ideias que não estão no texto, quer por conhecimento prévio do tema quer pela imaginação.
- Redução = é o oposto da extrapolação. Dá-se atenção apenas a um aspecto (esquecendo que um texto é um conjunto de ideias), o que pode ser insuficiente para o entendimento do tema desenvolvido.
- Contradição = às vezes o texto apresenta ideias contrárias às do candidato, fazendo-o tirar conclusões equivocadas e, conseqüentemente, errar a questão.

Observação: Muitos pensam que existem a ótica do escritor e a ótica do leitor. Pode ser que existam, mas em uma prova de concurso, o que deve ser levado em consideração é o que o autor diz e nada mais.

Coesão e Coerência

Coesão - é o emprego de mecanismo de sintaxe que relaciona palavras, orações, frases e/ou parágrafos entre si. Em outras palavras, a coesão dá-se quando, através de um pronome relativo, uma conjunção (NEXOS), ou um pronome oblíquo átono, há uma relação correta entre o que se vai dizer e o que já foi dito.

São muitos os erros de coesão no dia a dia e, entre eles, está o mau uso do pronome relativo e do pronome oblíquo átono. Este depende da regência do verbo; aquele, do seu antecedente. Não se pode esquecer também de que os pronomes relativos têm, cada um, valor semântico, por isso a necessidade de adequação ao antecedente.

Os pronomes relativos são muito importantes na interpretação de texto, pois seu uso incorreto traz erros de coesão. Assim sendo, deve-se levar em consideração que existe um pronome relativo adequado a cada circunstância, a saber:

que (neutro) - relaciona-se com qualquer antecedente, mas depende das condições da frase.

qual (neutro) idem ao anterior.

quem (pessoa)

cujo (posse) - antes dele aparece o possuidor e depois o objeto possuído.

como (modo)

onde (lugar)

quando (tempo)

quanto (montante)

Exemplo:

Falou tudo QUANTO queria (correto)

Falou tudo QUE queria (errado - antes do QUE, deveria aparecer o demonstrativo O).

Dicas para melhorar a interpretação de textos

- Leia todo o texto, procurando ter uma visão geral do assunto. Se ele for longo, não desista! Há muitos candidatos na disputa, portanto, quanto mais informação você absorver com a leitura, mais chances terá de resolver as questões.

- Se encontrar palavras desconhecidas, não interrompa a leitura.
- Leia o texto, pelo menos, duas vezes – ou quantas forem necessárias.
- Procure fazer inferências, deduções (chegar a uma conclusão).
- Volte ao texto quantas vezes precisar.
- Não permita que prevaleçam suas ideias sobre as do autor.
- Fragmento o texto (parágrafos, partes) para melhor compreensão.
- Verifique, com atenção e cuidado, o enunciado de cada questão.
- O autor defende ideias e você deve percebê-las.
- Observe as relações interparágrafos. Um parágrafo geralmente mantém com outro uma relação de continuação, conclusão ou falsa oposição. Identifique muito bem essas relações.
- Sublinhe, em cada parágrafo, o tópico frasal, ou seja, a ideia mais importante.
- Nos enunciados, grife palavras como “correto” ou “incorreto”, evitando, assim, uma confusão na hora da resposta – o que vale não somente para Interpretação de Texto, mas para todas as demais questões!
- Se o foco do enunciado for o tema ou a ideia principal, leia com atenção a introdução e/ou a conclusão.
- Olhe com especial atenção os pronomes relativos, pronomes pessoais, pronomes demonstrativos, etc., chamados vocábulos relatores, porque remetem a outros vocábulos do texto.

SITES

Disponível em: <<http://www.tudosobreconcursos.com/materiais/portugues/como-interpretar-textos>>

Disponível em: <<http://portuguesemfoco.com/pf/09-dicas-para-melhorar-a-interpretacao-de-textos-em-provas>>

Disponível em: <<http://www.portuguesnarede.com/2014/03/dicas-para-voce-interpretar-melhor-um.html>>

Disponível em: <<http://vestibular.uol.com.br/cursinho/questoes/questao-117-portugues.htm>>



EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (EBSERH – Analista Administrativo – Estatística – AOCF-2015)

O verão em que aprendi a boiar

Quando achamos que tudo já aconteceu, novas capacidades fazem de nós pessoas diferentes do que éramos

IVAN MARTINS

Sei que a palavra da moda é precocidade, mas eu acredito em conquistas tardias. Elas têm na minha vida um gosto especial.

Quando aprendi a guiar, aos 34 anos, tudo se transformou. De repente, ganhei mobilidade e autonomia. A cidade, minha cidade, mudou de tamanho e de fisionomia. Descer a Avenida Rebouças num táxi, de madrugada, era diferente – e pior – do que descer a mesma avenida com as mãos ao volante, ouvindo *rock and roll* no rádio. Pegar a estrada com os filhos pequenos revelou-se uma delícia insuspeitada.

Talvez porque eu tenha começado tarde, guiar me parece, ainda hoje, uma experiência incomum. É um ato que, mesmo repetido de forma diária, nunca se banalizou inteiramente.

Na véspera do Ano Novo, em Ubatuba, eu fiz outra descoberta temporã.

Depois de décadas de tentativas inúteis e frustrantes, num final de tarde ensolarado eu conquistei o dom da flutuação. Nas águas cálidas e translúcidas da praia Brava, sob o olhar risonho da minha mulher, finalmente consegui boiar.

Não riam, por favor. Vocês que fazem isso desde os oito anos, vocês que já enjoaram da ausência de peso e esforço, vocês que não mais se surpreendem com a sensação de balançar ao ritmo da água – sinto dizer, mas vocês se esqueceram de como tudo isso é bom.

Nadar é uma forma de sobrepular a água e impor-se a ela. Boiar é fazer parte dela – assim como do sol e das montanhas ao redor, dos sons que chegam filtrados ao ouvido submerso, do vento que ergue a onda e lança água em nosso rosto. Boiar é ser feliz sem fazer força, e isso, curiosamente, não é fácil.

Essa experiência me sugeriu algumas considerações sobre a vida em geral.

Uma delas, óbvia, é que a gente nunca para de aprender ou de avançar. Intelectualmente e emocionalmente, de um jeito prático ou subjetivo, estamos sempre incorporando novidades que nos transformam. Somos geneticamente elaborados para lidar com o novo, mas não só. Também somos profundamente modificados por ele. A cada momento da vida, quando achamos que tudo já aconteceu, novas capacidades irrompem e fazem de nós uma pessoa diferente do que éramos. Uma pessoa capaz de boiar é diferente daquelas que afundam como pedras. Suspeito que isso tenha importância também para os relacionamentos.

Se a gente não congela ou enferruja – e tem gente que já está assim aos 30 anos – nosso repertório íntimo tende a se ampliar, a cada ano que passa e a cada nova relação. Penso em aprender a escutar e a falar, em olhar o outro, em tocar o corpo do outro com propriedade e deixar-se tocar sem susto. Penso em conter a nossa própria frustração e a nossa fúria, em permitir que o parceiro floresça, em dar atenção aos detalhes dele. Penso, sobretudo, em conquistar, aos poucos, a ansiedade e insegurança que nos bloqueiam o caminho do prazer, não apenas no sentido sexual. Penso em estar mais tranquilo na companhia do outro e de si mesmo, no mundo.

Assim como boiar, essas coisas são simples, mas precisam ser aprendidas.

Estar no interior de uma relação verdadeira é como estar na água do mar. Às vezes você nada, outras vezes você boia, de vez em quando, morto de medo, sente que pode

afundar. É uma experiência que exige, ao mesmo tempo, relaxamento e atenção, e nem sempre essas coisas se combinam. Se a gente se põe muito tenso e cerebral, a relação perde a espontaneidade. Afunda. Mas, largada apenas ao sabor das ondas, sem atenção ao equilíbrio, a relação também naufraga. Há uma ciência sem cálculos que tem de ser assimilada a cada novo amor, por cada um de nós. Ela fornece a combinação exata de atenção e relaxamento que permite boiar. Quer dizer, viver de forma relaxada e consciente um grande amor.

Na minha experiência, esse aprendizado não se fez rapidamente. Demorou anos e ainda se faz. Talvez porque eu seja homem, talvez porque seja obtuso para as coisas do afeto. Provavelmente, porque sofro das limitações emocionais que muitos sofrem e que tornam as relações afetivas mais tensas e trabalhosas do que deveriam ser. Sabemos nadar, mas nos custa relaxar e ser felizes nas águas do amor e do sexo. Nos custa boiar.

A boa notícia, que eu redescobri na praia, é que tudo se aprende, mesmo as coisas simples que pareciam impossíveis.

Enquanto se está vivo e relação existe, há chance de melhorar. Mesmo se ela acabou, é certo que haverá outra no futuro, no qual faremos melhor: com mais calma, com mais prazer, com mais intensidade e menos medo.

O verão, afinal, está apenas começando. Todos os dias se pode tentar boiar.

<http://epoca.globo.com/colunas-e-blogs/ivan-martins/noticia/2014/01/overao-em-que-aprendi-boiar.html>

De acordo com o texto, quando o autor afirma que "Todos os dias se pode tentar boiar.", ele refere-se ao fato de

- a) haver sempre tempo para aprender, para tentar relaxar e ser feliz nas águas do amor, agindo com mais calma, com mais prazer, com mais intensidade e menos medo.
- b) ser necessário agir com mais cautela nos relacionamentos amorosos para que eles não se desfaçam.
- c) haver sempre tempo para aprender a ser mais criterioso com seus relacionamentos, a fim de que eles sejam vividos intensamente.
- d) haver sempre tempo para aprender coisas novas, inclusive agir com o raciocínio nas relações amorosas.
- e) ser necessário aprender nos relacionamentos, porém sempre estando alerta para aquilo de ruim que pode acontecer.

Resposta: Letra A. Ao texto: (...) tudo se aprende, mesmo as coisas simples que pareciam impossíveis. / Enquanto se está vivo e relação existe, há chance de melhorar = sempre há tempo para boiar (aprender).

Em "a": haver sempre tempo para aprender, para tentar relaxar e ser feliz nas águas do amor, agindo com mais calma, com mais prazer, com mais intensidade e menos medo = correta.

Em "b": ser necessário agir com mais cautela nos relacionamentos amorosos para que eles não se desfaçam = incorreta – o autor propõe viver intensamente.

Em "c": haver sempre tempo para aprender a ser mais criterioso com seus relacionamentos, a fim de que eles sejam vividos intensamente = incorreta – ser menos objetivo nos relacionamentos.

Em "d": haver sempre tempo para aprender coisas novas, inclusive agir com o raciocínio nas relações amorosas = incorreta – ser mais emoção.

Em "e": ser necessário aprender nos relacionamentos, porém sempre estando alerta para aquilo de ruim que pode acontecer = incorreta – estar sempre cuidando, não pensando em algo ruim.

2. (BACEN – TÉCNICO – CONHECIMENTOS BÁSICOS – ÁREA 1 e 2 – CESPE-2013)

Uma crise bancária pode ser comparada a um vendaval. Suas consequências sobre a economia das famílias e das empresas são imprevisíveis. Os agentes econômicos relacionam-se em suas operações de compra, venda e troca de mercadorias e serviços de modo que cada fato econômico, seja ele de simples circulação, de transformação ou de consumo, corresponde à realização de ao menos uma operação de natureza monetária junto a um intermediário financeiro, em regra, um banco comercial que recebe um depósito, paga um cheque, desconta um título ou antecipa a realização de um crédito futuro. A estabilidade do sistema que intermedeia as operações monetárias, portanto, é fundamental para a própria segurança e estabilidade das relações entre os agentes econômicos.

A iminência de uma crise bancária é capaz de afetar e contaminar todo o sistema econômico, fazendo que os titulares de ativos financeiros fujam do sistema financeiro e se refugiem, para preservar o valor do seu patrimônio, em ativos móveis ou imóveis e, em casos extremos, em estoques crescentes de moeda estrangeira. Para se evitar esse tipo de distorção, é fundamental a manutenção da credibilidade no sistema financeiro. A experiência brasileira com o Plano Real é singular entre os países que adotaram políticas de estabilização monetária, uma vez que a reversão das taxas inflacionárias não resultou na fuga de capitais líquidos do sistema financeiro para os ativos reais.

Pode-se afirmar que a estabilidade do Sistema Financeiro Nacional é a garantia de sucesso do Plano Real. Não existe moeda forte sem um sistema bancário igualmente forte. Não é por outra razão que a Lei n.º 4.595/1964, que criou o Banco Central do Brasil (BACEN), atribuiu-lhe simultaneamente as funções de zelar pela estabilidade da moeda e pela liquidez e solvência do sistema financeiro.

Atuação do Banco Central na sua função de zelar pela estabilidade do Sistema Financeiro Nacional. Internet: < www.bcb.gov.br > (com adaptações).

Conclui-se da leitura do texto que a comparação entre "crise bancária" e "vendaval" embasa-se na impossibilidade de se preverem as consequências de ambos os fenômenos.

() CERTO () ERRADO

Resposta: Certo. Conclui-se da leitura do texto que a comparação entre "crise bancária" e "vendaval" embasa-se na impossibilidade de se preverem as consequências de ambos os fenômenos.

Voltemos ao texto: *Uma crise bancária pode ser comparada a um vendaval. Suas consequências sobre a economia das famílias e das empresas são imprevisíveis.*

3. (BANPARÁ – ASSISTENTE SOCIAL – FADESP-2018)

Lastro e o Sistema Bancário

[...]

Até os anos 60, o papel-moeda e o dinheiro depositado nos bancos deviam estar ligados a uma quantidade de ouro num sistema chamado lastro-ouro. Como esse metal é limitado, isso garantia que a produção de dinheiro fosse também limitada. Com o tempo, os banqueiros se deram conta de que ninguém estava interessado em trocar dinheiro por ouro e criaram manobras, como a reserva fracional, para emprestar muito mais dinheiro do que realmente tinham em ouro nos cofres. Nas crises, como em 1929, todos queriam sacar dinheiro para pagar suas contas e os bancos quebravam por falta de fundos, deixando sem nada as pessoas que acreditavam ter suas economias seguramente guardadas.

Em 1971, o presidente dos EUA acabou com o padrão-ouro. Desde então, o dinheiro, na forma de cédulas e principalmente de valores em contas bancárias, já não tendo nenhuma riqueza material para representar, é criado a partir de empréstimos. Quando alguém vai até o banco e recebe um empréstimo, o valor colocado em sua conta é gerado naquele instante, criado a partir de uma decisão administrativa, e assim entra na economia. Essa explicação permaneceu controversa e escondida por muito tempo, mas hoje está clara em um relatório do *Bank of England* de 2014.

Praticamente todo o dinheiro que existe no mundo é criado assim, inventado em canetaços a partir da concessão de empréstimos. O que torna tudo mais estranho e perverso é que, sobre esse empréstimo, é cobrada uma dívida. Então, se eu peço dinheiro ao banco, ele inventa números em uma tabela com meu nome e pede que eu devolva uma quantidade maior do que essa. Para pagar a dívida, preciso ir até o dito "livre-mercado" e trabalhar, lutar, talvez trapacear, para conseguir o dinheiro que o banco inventou na conta de outras pessoas. Esse é o dinheiro que vai ser usado para pagar a dívida, já que a única fonte de moeda é o empréstimo bancário. No fim, os bancos acabam com todo o dinheiro que foi inventado e ainda confiscam os bens da pessoa endividada cujo dinheiro tomei.

Assim, o sistema monetário atual funciona com uma moeda que é ao mesmo tempo escassa e abundante. Escassa porque só banqueiros podem criá-la, e abundante porque é gerada pela simples manipulação de bancos de dados. O resultado é uma acumulação de riqueza e poder sem precedentes: um mundo onde o patrimônio de 80 pessoas é maior do que o de 3,6 bilhões, e onde o 1% mais rico tem mais do que os outros 99% juntos.

[...]

Disponível em <https://fagulha.org/artigos/inventando-dinheiro/>
Acessado em 20/03/2018

De acordo com o autor do texto *Lastro e o sistema bancário*, a reserva fracional foi criada com o objetivo de

- tornar ilimitada a produção de dinheiro.
- proteger os bens dos clientes de bancos.
- impedir que os bancos fossem à falência.

- permitir o empréstimo de mais dinheiro
- preservar as economias das pessoas.

Resposta: Letra D. Ao texto: (...) Com o tempo, os banqueiros se deram conta de que ninguém estava interessado em trocar dinheiro por ouro e criaram manobras, como a reserva fracional, para **emprestar** muito mais dinheiro do que realmente tinham em ouro nos cofres.

Em "a", tornar ilimitada a produção de dinheiro = incorreta

Em "b", proteger os bens dos clientes de bancos = incorreta

Em "c", impedir que os bancos fossem à falência = incorreta

Em "d", permitir o **empréstimo de mais dinheiro** = correta

Em "e", preservar as economias das pessoas = incorreta

4. (BANPARÁ – ASSISTENTE SOCIAL – FADESP-2018)

A leitura do texto permite a compreensão de que

- as dívidas dos clientes são o que sustenta os bancos.
- todo o dinheiro que os bancos emprestam é imaginário.
- quem pede um empréstimo deve a outros clientes.
- o pagamento de dívidas depende do "livre-mercado".
- os bancos confiscam os bens dos clientes endividados.

Resposta: Letra A.

Em "a", **as dívidas dos clientes são o que sustenta os bancos** = correta

Em "b", todo o dinheiro que os bancos emprestam é imaginário = nem todo

Em "c", quem pede um empréstimo deve a outros clientes = deve ao banco, este paga/empresta a outros clientes

Em "d", o pagamento de dívidas depende do "livre-mercado" = não só: (...) preciso ir até o dito "livre-mercado" **e trabalhar, lutar, talvez trapacear.**

Em "e", os bancos confiscam os bens dos clientes endividados = desde que não paguem a dívida

5. (BANESTES – ANALISTA ECONÔMICO FINANCEIRO GESTÃO CONTÁBIL – FGV-2018) Observe a charge abaixo, publicada no momento da intervenção nas atividades de segurança do Rio de Janeiro, em março de 2018.



CHARGEONLINE.com.br © Copyright do autor

Há uma série de informações implícitas na charge; **NÃO** pode, no entanto, ser inferida da imagem e das frases a seguinte informação:

- a) a classe social mais alta está envolvida nos crimes cometidos no Rio;
- b) a tarefa da investigação criminal não está sendo bem-feita;
- c) a linguagem do personagem mostra intimidade com o interlocutor;
- d) a presença do orelhão indica o atraso do local da charge;
- e) as imagens dos tanques de guerra denunciam a presença do Exército.

Resposta: Letra D.



NÃO pode ser inferida da imagem e das frases a seguinte informação:

- Em "a", a classe social mais alta está envolvida nos crimes cometidos no Rio = inferência correta
- Em "b", a tarefa da investigação criminal não está sendo bem-feita = inferência correta
- Em "c", a linguagem do personagem mostra intimidade com o interlocutor = inferência correta
- Em "d", a presença do orelhão indica o atraso do local da charge = incorreta
- Em "e", as imagens dos tanques de guerra denunciam a presença do Exército = inferência correta

6. (CAIXA ECONÔMICA FEDERAL – NÍVEL SUPERIOR – CONHECIMENTOS BÁSICOS – CESPE-2014)

As primeiras moedas, peças representando valores, geralmente em metal, surgiram na Lídia (atual Turquia), no século VII a.C. As características que se desejava ressaltar eram transportadas para as peças por meio da pancada de um objeto pesado, em primitivos cunhos. Com o surgimento da cunhagem a martelo e o uso de metais nobres, como o ouro e a prata, os signos monetários passaram a ser valorizados também pela nobreza dos metais neles empregados.

Embora a evolução dos tempos tenha levado à substituição do ouro e da prata por metais menos raros ou suas ligas, preservou-se, com o passar dos séculos, a associação dos atributos de beleza e expressão cultural ao valor monetário das moedas, que quase sempre, na atualidade, apresentam figuras representativas da história, da cultura, das riquezas e do poder das sociedades.

A necessidade de guardar as moedas em segurança levou ao surgimento dos bancos. Os negociantes de ouro e prata, por terem cofres e guardas a seu serviço, passaram a aceitar a responsabilidade de cuidar do dinheiro de seus clientes e a dar recibos escritos das quantias guardadas. Esses recibos passaram, com o tempo, a servir como meio de pagamento por seus possuidores, por ser mais seguro portá-los do que portar dinheiro vivo. Assim surgiram as primeiras cédulas de "papel moeda", ou cédulas de banco; concomitantemente ao surgimento das cédulas, a guarda dos valores em espécie dava origem a instituições bancárias.

Casa da Moeda do Brasil: 290 anos de História, 1694/1984.

Depreende-se do texto que duas características das moedas se mantiveram ao longo do tempo: a veiculação de formas em sua superfície e a associação de seu valor monetário a atributos como beleza.

() CERTO () ERRADO

Resposta: Errado. Depreende-se do texto que duas características das moedas se mantiveram ao longo do tempo: a veiculação de formas em sua superfície e a associação de seu valor monetário a atributos como beleza = errado (é o inverso).

Texto: (...) a associação dos atributos de beleza e expressão cultural ao valor monetário das moedas, que quase sempre, na atualidade, apresentam figuras representativas da história, da cultura, das riquezas e do poder das sociedades.

7. (Câmara de Salvador-BA – Assistente Legislativo Municipal – FGV-2018-adaptada)

"Hoje, esse termo denota, além da agressão física, diversos tipos de imposição sobre a vida civil, como a repressão política, familiar ou de gênero, ou a censura da fala e do pensamento de determinados indivíduos e, ainda, o desgaste causado pelas condições de trabalho e condições econômicas". A manchete jornalística abaixo que NÃO se enquadra em nenhum tipo de violência citado nesse segmento é:

- a) Presa por mensagem racista na internet;
- b) Vinte pessoas são vítimas da ditadura venezuelana;
- c) Apanhou de policiais por destruir caixa eletrônico;
- d) Homossexuais são perseguidos e presos na Rússia;
- e) Quatro funcionários ficaram livres do trabalho escravo.

Resposta: Letra C. Em "a": Presa por mensagem racista na internet = *como a repressão política, familiar ou de gênero*

Em "b": Vinte pessoas são vítimas da ditadura venezuelana = *como a repressão política, familiar ou de gênero*

Em "c": Apanhou de policiais por destruir caixa eletrônico = não consta na Manchete acima

Em "d": Homossexuais são perseguidos e presos na Rússia = *como a repressão política, familiar ou de gênero*

Em "e": Quatro funcionários ficaram livres do trabalho escravo = *o desgaste causado pelas condições de trabalho*

8. (MPE-AL – ANALISTA DO MINISTÉRIO PÚBLICO – ÁREA JURÍDICA – FGV-2018)

Oportunismo à Direita e à Esquerda

Numa democracia, é livre a expressão, estão garantidos o direito de reunião e de greve, entre outros, obedecidas leis e regras, lastreadas na Constituição. Em um regime de liberdades, há sempre o risco de excessos, a serem devidamente contidos e seus responsáveis, punidos, conforme estabelecido na legislação.

É o que precisa acontecer no rescaldo da greve dos caminhoneiros, concluídas as investigações, por exemplo, da ajuda ilegal de patrões ao movimento, interessados em se beneficiar do barateamento do combustível.

Sempre há, também, o oportunismo político-ideológico para se aproveitar da crise. Inclusive, neste ano de eleição, com o objetivo de obter apoio a candidatos. Não faltam, também, os arautos do quanto pior, melhor, para desgastar governantes e reforçar seus projetos de poder, por mais delirantes que sejam. Também aqui vale o que está delimitado pelo estado democrático de direito, defendido pelos diversos instrumentos institucionais de que conta o Estado – Polícia, Justiça, Ministério Público, Forças Armadas etc.

A greve atravessou vários sinais ao estrangular as vias de suprimento que mantêm o sistema produtivo funcionando, do qual depende a sobrevivência física da população. Isso não pode ser esquecido e serve de alerta para que as autoridades desenvolvam planos de contingência.

O Globo, 31/05/2018.

“É o que precisa acontecer no rescaldo da greve dos caminhoneiros, concluídas as investigações, por exemplo, da ajuda ilegal de patrões ao movimento, interessados em se beneficiar do barateamento do combustível.” Segundo esse parágrafo do texto, o que “precisa acontecer” é

- a) manter-se o direito de livre expressão do pensamento.
- b) garantir-se o direito de reunião e de greve.
- c) lastrear leis e regras na Constituição.
- d) punirem-se os responsáveis por excessos.
- e) concluírem-se as investigações sobre a greve.

Resposta: Letra D. Em “a”: manter-se o direito de livre expressão do pensamento. = incorreto

Em “b”: garantir-se o direito de reunião e de greve. = incorreto

Em “c”: lastrear leis e regras na Constituição. = incorreto

Em “d”: punirem-se os responsáveis por excessos.

Em “e”: concluírem-se as investigações sobre a greve. = incorreto

Ao texto: (...) há sempre o risco de excessos, a serem devidamente contidos e seus responsáveis, punidos, conforme estabelecido na legislação. / É o que precisa acontecer... = precisa acontecer a punição dos excessos.

9. (PC-MA – DELEGADO DE POLÍCIA CIVIL – CESPE-2018)

Texto CG1A1AAA

A paz não pode ser garantida apenas pelos acordos políticos, econômicos ou militares. Cada um de nós, independentemente de idade, sexo, estrato social, crença religiosa etc. é chamado à criação de um mundo pacificado, um mundo sob a égide de uma cultura da paz.

Mas, o que significa “cultura da paz”?

Construir uma cultura da paz envolve dotar as crianças e os adultos da compreensão de princípios como liberdade, justiça, democracia, direitos humanos, tolerância, igualdade e solidariedade. Implica uma rejeição, individual e coletiva, da violência que tem sido percebida na sociedade, em seus mais variados contextos. A cultura da paz tem de procurar soluções que advenham de dentro da(s) sociedade(s), que não sejam impostas do exterior.

Cabe ressaltar que o conceito de paz pode ser abordado em sentido negativo, quando se traduz em um estado de não guerra, em ausência de conflito, em passividade e permissividade, sem dinamismo próprio; em síntese, condenada a um vazio, a uma não existência palpável, difícil de se concretizar e de se precisar. Em sua concepção positiva, a paz não é o contrário da guerra, mas a prática da não violência para resolver conflitos, a prática do diálogo na relação entre pessoas, a postura democrática frente à vida, que pressupõe a dinâmica da cooperação planejada e o movimento constante da instalação de justiça.

Uma cultura de paz exige esforço para modificar o pensamento e a ação das pessoas para que se promova a paz. Falar de violência e de como ela nos assola deixa de ser, então, a temática principal. Não que ela vá ser esquecida ou abafada; ela pertence ao nosso dia a dia e temos consciência disso. Porém, o sentido do discurso, a ideologia que o alimenta, precisa impregná-lo de palavras e conceitos que anunciem os valores humanos que decantam a paz, que lhe proclamam e promovem. A violência já é bastante denunciada, e quanto mais falamos dela, mais lembramos de sua existência em nosso meio social. É hora de começarmos a convocar a presença da paz em nós, entre nós, entre nações, entre povos.

Um dos primeiros passos nesse sentido refere-se à gestão de conflitos. Ou seja, prevenir os conflitos potencialmente violentos e reconstruir a paz e a confiança entre pessoas originárias de situação de guerra é um dos exemplos mais comuns a serem considerados. Tal missão estende-se às escolas, instituições públicas e outros locais de trabalho por todo o mundo, bem como aos parlamentos e centros de comunicação e associações.

Outro passo é tentar erradicar a pobreza e reduzir as desigualdades, lutando para atingir um desenvolvimento sustentado e o respeito pelos direitos humanos, reforçando as instituições democráticas, promovendo a liberdade de expressão, preservando a diversidade cultural e o ambiente. É, então, no entrelaçamento “paz — desenvolvimento — direitos humanos — democracia” que podemos vislumbrar a educação para a paz.

Leila Dupret. Cultura de paz e ações sócio-educativas: desafios para a escola contemporânea. In: Psicol. Esc. Educ. (Impr.) v. 6, n.º 1. Campinas, jun./2002 (com adaptações).

De acordo com o texto CG1A1AAA, os elementos "gestão de conflitos" e "erradicar a pobreza" devem ser concebidos como

- obstáculos para a construção da cultura da paz.
- dispensáveis para a construção da cultura da paz.
- irrelevantes na construção da cultura da paz.
- etapas para a construção da cultura da paz.
- consequências da construção da cultura da paz.

Resposta: Letra D. Em "a": *obstáculos* para a construção da cultura da paz. = incorreto
 Em "b": *dispensáveis* para a construção da cultura da paz. = incorreto
 Em "c": *irrelevantes* na construção da cultura da paz. = incorreto
 Em "d": **etapas** para a construção da cultura da paz.
 Em "e": *consequências* da construção da cultura da paz. = incorreto
 Ao texto: *Um dos primeiros passos nesse sentido refere-se à gestão de conflitos. (...) Outro passo é tentar erradicar a pobreza e reduzir as desigualdades* = etapas para construção da paz.

10. (PC-SP - PAPILOSCOPISTA POLICIAL – VUNESP-2013) Leia o cartum de Jean Galvão



(<https://www.facebook.com/jeangalvao.cartunista>)

Considerando a relação entre a fala do personagem e a imagem visual, pode-se concluir que o que o leva a pular a onda é a necessidade de

- demonstrar respeito às religiões.
- realizar um ritual místico.
- divertir-se com os amigos.
- preservar uma tradição familiar.
- esquivar-se da sujeira da água.

Resposta: Letra E. Em "a": demonstrar *respeito às religiões*. = incorreto
 Em "b": realizar um *ritual místico*. = incorreto
 Em "c": *divertir-se com os amigos*. = incorreto
 Em "d": preservar uma *tradição familiar*. = incorreto
 Em "e": **esquivar-se da sujeira** da água.
 O personagem pula a onda para que não seja atingido pelo lixo que se encontra no mar.

11. (PM-SP - SARGENTO DA POLÍCIA MILITAR – VUNESP-2015) Leia a tira.



(Folha de S.Paulo, 02.10.2015. Adaptado)

Com sua fala, a personagem revela que

- a violência era comum no passado.
- as pessoas lutam contra a violência.
- a violência está banalizada.
- o preço que pagou pela violência foi alto.

Resposta: Letra C. Em "a": a violência *era comum no passado*. = incorreto
 Em "b": as pessoas *lutam contra a violência*. = incorreto
 Em "c": a **violência está banalizada**.
 Em "d": o *preço que pagou* pela violência foi alto. = incorreto
 Infelizmente, a personagem revela que a violência está banalizada, nem há mais "punições" para os agressivos.

12. (PM-SP - ASPIRANTE DA POLÍCIA MILITAR [INTERIOR] – VUNESP-2017) Leia a charge.



(Pancho. www.gazetadopovo.com.br)

É correto associar o humor da charge ao fato de que

- os personagens têm uma autoestima elevada e são otimistas, mesmo vivendo em uma situação de completo confinamento.
- os dois personagens estão muito bem informados sobre a economia, o que não condiz com a imagem de criminosos.
- o valor dos cosméticos afetará diretamente a vida dos personagens, pois eles demonstram preocupação com a aparência.
- o aumento dos preços de cosméticos não surpreende os personagens, que estão acostumados a pagar caro por eles nos presídios.

- e) os preços de cosméticos não deveriam ser relevantes para os personagens, dada a condição em que se encontram.

Resposta: Letra E. Em "a": os personagens têm uma *autoestima elevada e são otimistas*, mesmo vivendo em uma situação de completo confinamento. = incorreto

Em "b": os dois personagens estão muito bem informados sobre a economia, o que *não condiz com a imagem de criminosos*. = incorreto

Em "c": o valor dos cosméticos afetar diretamente a vida dos personagens, pois eles demonstram preocupação com a aparência. = incorreto

Em "d": o aumento dos preços de cosméticos não surpreende os personagens, que estão acostumados a pagar caro por eles nos presídios. = incorreto

Em "e": **os preços** de cosméticos **não deveriam ser relevantes** para os personagens, dada a condição em que se encontram.

Pela condição em que os personagens se encontram, o aumento no preço dos cosméticos não os afeta.

13. (TJ-AL – ANALISTA JUDICIÁRIO – OFICIAL DE JUSTIÇA AVALIADOR – FGV-2018)

Texto 1 – Além do celular e da carteira, cuidado com as figurinhas da Copa

Gilberto Porcidãoio – O Globo, 12/04/2018

A febre do troca-troca de figurinhas pode estar atingindo uma temperatura muito alta. Preocupados que os mais afoitos pelos cromos possam até roubá-los, muitos jornalheiros estão levando seus estoques para casa quando termina o expediente. Pode parecer piada, mas há até boatos sobre quadrilhas de roubo de figurinha espalhados por mensagens de celular.

Sobre a estrutura do título dado ao texto 1, a afirmativa adequada é:

- as figurinhas da Copa passaram a ocupar o lugar do celular e da carteira nos roubos urbanos;
- as figurinhas da Copa se somaram ao celular e à carteira como alvo de desejo dos assaltantes;
- o alerta dado no título se dirige aos jornalheiros que vendem as figurinhas da Copa;
- os ladrões passaram a roubar as figurinhas da Copa nas bancas de jornais;
- as figurinhas da Copa se transformaram no alvo principal dos ladrões.

Resposta: Letra B. Em "a": as figurinhas da Copa passaram a ocupar o lugar do celular e da carteira nos roubos urbanos; = incorreto

Em "b": as figurinhas da Copa **se somaram** ao celular e à carteira como alvo de desejo dos assaltantes;

Em "c": o alerta dado no título se *dirige aos jornalheiros* que vendem as figurinhas da Copa; = incorreto

Em "d": os ladrões passaram a *roubar* as figurinhas da Copa nas bancas de jornais; = incorreto

Em "e": as figurinhas da Copa se transformaram no *alvo principal* dos ladrões. = incorreto

O título do texto já nos dá a resposta: **além do** celular e da carteira, ou seja, as figurinhas da Copa também passaram a ser alvo dos assaltantes.

14. (TJ-AL – ANALISTA JUDICIÁRIO – OFICIAL DE JUSTIÇA AVALIADOR – FGV-2018)



O humor da tira é conseguido através de uma quebra de expectativa, que é:

- o fato de um adulto colecionar figurinhas;
- as figurinhas serem de temas sociais e não esportivos;
- a falta de muitas figurinhas no álbum;
- a reclamação ser apresentada pelo pai e não pelo filho;
- uma criança ajudar a um adulto e não o contrário.

Resposta: Letra B. Em "a": o fato de um *adulto colecionar figurinhas*; = incorreto

Em "b": as figurinhas serem de **temas sociais e não esportivos**;

Em "c": a *falta de muitas figurinhas* no álbum; = incorreto

Em "d": a *reclamação ser apresentada pelo pai* e não pelo filho; = incorreto

Em "e": *uma criança ajudar* a um adulto e não o contrário. = incorreto

O humor está no fato de o álbum ser sobre um tema incomum: *assuntos sociais*.

15. (TJ-AL – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FGV-2018) Observe a charge abaixo.



No caso da charge, a crítica feita à internet é:

- a) a criação de uma dependência tecnológica excessiva;
- b) a falta de exercícios físicos nas crianças;
- c) o risco de contatos perigosos;
- d) o abandono dos estudos regulares;
- e) a falta de contato entre membros da família.

Resposta: Letra A. Em "a": a criação de uma **dependência tecnológica** excessiva;

Em "b": a *falta de exercícios físicos* nas crianças; = incorreto

Em "c": o risco de *contatos perigosos*; = incorreto

Em "d": o *abandono dos estudos* regulares; = incorreto

Em "e": a *falta de contato entre membros da família*. = incorreto

Através da fala do garoto chegamos à resposta: dependência tecnológica - expressa em sua fala.

16. (TJ-SC – ANALISTA ADMINISTRATIVO – FGV-2018) Observe a charge a seguir:



A charge acima é uma homenagem a Stephen Hawking, destacando o fato de o cientista:

- a) ter alcançado o céu após sua morte;
- b) mostrar determinação no combate à doença;
- c) ser comparado a cientistas famosos;
- d) ser reconhecido como uma mente brilhante;
- e) localizar seus interesses nos estudos de Física.

Resposta: Letra D. Em "a": ter *alcançado o céu* após sua morte; = incorreto

Em "b": mostrar determinação no *combate à doença*; = incorreto

Em "c": ser *comparado a cientistas* famosos; = incorreto

Em "d": ser **reconhecido como uma mente brilhante**;

Em "e": *localizar seus interesses* nos estudos de Física. = incorreto

Usemos a fala de Einstein: "**a mente brilhante que estávamos esperando**".

17. (TJ-PE – ANALISTA JUDICIÁRIO – FUNÇÃO ADMINISTRATIVA – IBFC-2017)

A EVOLUÇÃO DO HOMEM E DO COMPUTADOR



A observação dos elementos não verbais do texto é responsável pelo entendimento do humor sugerido. Nesse sentido, a evolução do homem e do computador, através de tais elementos, deve ser entendida como:

- a) complementar.
- b) semelhante.
- c) conflitante.
- d) antitética.
- e) idealizada.

Resposta: Letra D. As imagens mostram um contraste entre o desenvolvimento do computador e do homem; enquanto aquele vai se tornando mais "fino, elegante", este fica sedentário, engorda. A palavra "antitética" significa "oposta, oposição".

18. (TRF-2.ª REGIÃO – ANALISTA JUDICIÁRIO – ÁREA ADMINISTRATIVA – CONSULPLAN-2017)



A produção da obra acima, *Os Retirantes* (1944), foi realizada seis anos depois da publicação do romance *Vidas Secas*. Nessa obra, ao abordar a miséria e a seca claramente vistas através da representação de uma família de retirantes, Cândido Portinari

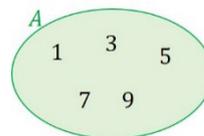
- a) apresenta uma temática, assim como a descrição dos personagens e do ambiente, de forma sutil e dinâmica.
- b) permite visualizar a degradação da figura humana e o retrato da figura da morte afugentada pelos personagens.
- c) apresenta elementos físicos presentes no cotidiano dos retirantes vítimas da seca e aspectos relacionados à desigualdade social.
- d) utiliza a linguagem não verbal com o objetivo de construir uma imagem cuja ênfase mística se opõe aos fatos da realidade observável.

ÍNDICE

MATEMÁTICA

Conjuntos: linguagem básica, pertinência, inclusão, igualdade, reunião e interseção.....	01
Números naturais, inteiros, racionais e reais: adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação.....	04
Múltiplos e divisores, fatoração, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum.	07
Medidas: comprimento, área, volume, ângulo, tempo e massa.....	10
Proporções e Matemática Comercial: grandezas diretamente e inversamente proporcionais.....	15
Regra de três simples e composta.....	18
Porcentagem, juros e descontos simples.....	21
Cálculo Algébrico: identidades algébricas notáveis. Operações com expressões algébricas. Operações com polinômios.....	24
Equações e Inequações: equações do 1º e 2º grau.....	34
Interpretação de gráficos.....	36
Sistemas de equações de 1º e 2º grau.....	41
Análise Combinatória e Probabilidade: arranjos, combinações e permutações simples. Probabilidade de um evento....	46
Progressões: progressões aritmética e geométrica.....	48
Geometrias Plana e Sólida: geometria plana: elementos primitivos.....	50
Retas perpendiculares e planas.....	52
Teorema de Tales.....	59
Relações métricas e trigonométricas em triângulos retângulos.....	60
Áreas de triângulos, paralelogramos, trapézios e discos.....	64
Áreas e volumes de prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas.....	83
Funções: operações com funções de 1º e 2º grau. Gráficos de funções de 1º e 2º grau. Máximo e mínimo da função de 2º grau.	86
Funções logaritmo e exponencial.....	94
Trigonometria: funções trigonométricas. Identidades fundamentais. Aplicação da trigonometria ao cálculo de elementos de um triângulo.....	95
Raciocínio lógico. Raciocínio sequencial. Orientações espacial e temporal. Formação de conceitos. Discriminação de elementos. Compreensão do processo lógico que, a partir de um conjunto de hipóteses, conduz, de forma válida, a conclusões determinadas.....	96

CONJUNTOS: LINGUAGEM BÁSICA, PERTINÊNCIA, INCLUSÃO, IGUALDADE, REUNIÃO E INTERSEÇÃO.



Teoria dos Conjuntos

Conceitos Básicos

Conjuntos: Não existe uma definição de conjunto pois trata-se de um conceito primitivo. Um cacho de bananas, um cardume de peixes, uma porção de livros, uma coleção de objetos ou equipes são todos exemplos de conjuntos.

Elemento: É todo componente de um conjunto. Em um cacho de bananas (conjunto), um elemento é uma banana, por exemplo. Convém frisar que um conjunto pode ele mesmo ser elemento de algum outro conjunto

Tipos de Conjuntos

Finito: É todo conjunto que possui um número finito de elementos. Por exemplo, o conjunto dos números naturais pares e menores do que 10. Esse conjunto é dado por: e possui 4 elementos.

Infinito: É todo conjunto que possui infinitos elementos. Por exemplo, o conjunto dos números naturais pares. Esse conjunto é dado por: $\{2,4,6,8,10,12,\dots\}$ e possui infinitos elementos.

Unitário: É todo conjunto que possui um único elemento. Por exemplo, o conjunto dos números naturais pares e menores do que 4. Esse conjunto é dado por $\{2\}$ e possui um único elemento.

Vazio: É todo conjunto que não possui elementos. Por exemplo, o conjunto dos números naturais ímpares e menores do que 1. Como não existe nenhum número natural ímpar menor do que 1, esse conjunto é vazio. A representação de um conjunto vazio pode ser feita de duas formas: \emptyset ou $\{ \}$.

Representação de Conjuntos

Os conjuntos podem ser representados de três formas diferentes:

Extensão: Nessa forma, o conjunto é nomeado por uma letra maiúscula e os elementos são escritos entre chaves. Por exemplo: $A = \{1,3,5,7,9\}$.

Graficamente: Os conjuntos são representados por formas geométricas onde os elementos são escritos no seu interior.

Compreensão: aqui é indicada uma característica comum a todos os elementos. Por exemplo: $B = \{x \mid x \text{ é natural e par}\}$. (Lê-se x, tal que x é par). Ou seja, o conjunto B possui elementos (representados por x) que são números naturais pares.

Relações

Pertinência: expressa a relação entre ELEMENTO e CONJUNTO. É representada pelos símbolos (pertence) ou (não pertence)

Se x é um elemento de um conjunto A, escrevemos $x \in A$
Lê-se: x é elemento de A ou x pertence a A.

Se x não é um elemento de um conjunto A, escrevemos $x \notin A$
Lê-se x não é elemento de A ou x não pertence a A.

Continência: expressa a relação entre CONJUNTOS. Aqui nasce o conceito de subconjunto.

Subconjunto

Sejam A e B dois conjuntos. Se todo elemento de A é também elemento de B, dizemos que A é um subconjunto de B ou A é a parte de B ou, ainda, A está contido em B e indicamos por $A \subset B$.

Simbolicamente: $AB \Leftrightarrow (\forall x (x \in A \Rightarrow x \in B))$ (= para todo)

Portanto, $A \not\subset B$ significa que A não é um subconjunto de B ou A não é parte de B ou, ainda, A não está contido em B.

Por outro lado, $A \not\subset B$ se, e somente se, existe, pelo menos, um elemento de A que não é elemento de B.

Simbolicamente: $A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x (x \in A \wedge x \notin B))$ (=existe)

Ex:

$\{2,4\} \subset \{2,3,4\}$, pois $2 \in \{2,3,4\}$ e $4 \in \{2,3,4\}$

$\{2,3,4\} \not\subset \{2,4\}$, pois $3 \notin \{2,4\}$

$\{5,6\} \subset \{5,6\}$, pois $5 \in \{5,6\}$ e $6 \in \{5,6\}$

Igualdade entre Conjuntos

Sejam A e B dois conjuntos. Dizemos que A é igual a B e indicamos por $A = B$ se, e somente se, A é subconjunto de B e B é também subconjunto de A.

Simbolicamente: $A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$

Demonstrar que dois conjuntos A e B são iguais equivale, segundo a definição, a demonstrar que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Segue da definição que dois conjuntos são iguais se, e somente se, possuem os mesmos elementos.

Portanto $A \neq B$ significa que A é diferente de B. Portanto $A \neq B$ se, e somente se, A não é subconjunto de B ou B não é subconjunto de A.

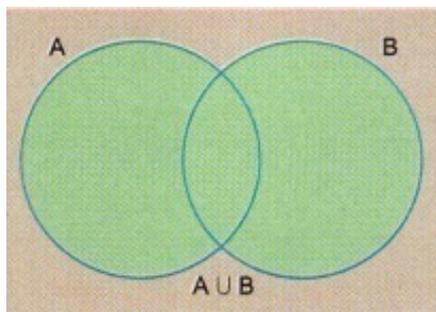
Simbolicamente: $A \neq B \Leftrightarrow A \not\subset B \vee B \not\subset A$

Operações

União de conjuntos

A união (ou reunião) dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A ou a B. Representa-se por $A \cup B$

Simbolicamente: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ ou } x \in B\}$



Exs:

$$\{2,3\} \cup \{4,5,6\} = \{2,3,4,5,6\}$$

$$\{2,3,4\} \cup \{3,4,5\} = \{2,3,4,5\}$$

$$\{2,3\} \cup \{1,2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$$

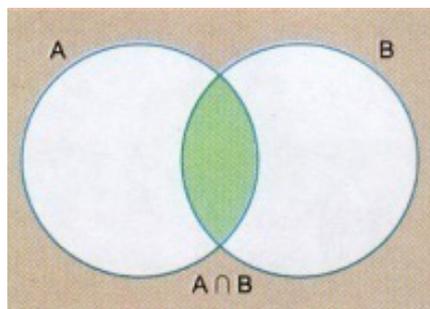
$$\{a,b\} \cup \emptyset = \{a,b\}$$

Intersecção de conjuntos

A intersecção dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem, simultaneamente, a A e a B.

Representa-se por $A \cap B$.

Simbolicamente: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ e } x \in B\}$



Exemplos

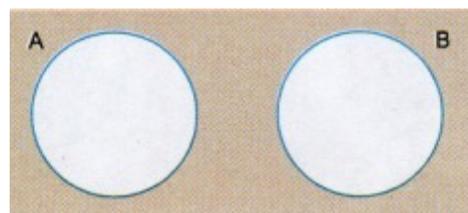
$$\{2,3,4\} \cap \{3,5\} = \{3\}$$

$$\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3\}$$

$$\{2,3\} \cap \{1,2,3,5\} = \{2,3\}$$

$$\{2,4\} \cap \{3,5,7\} = \emptyset$$

Observação: Se $A \cap B = \emptyset$, dizemos que A e B são conjuntos disjuntos.

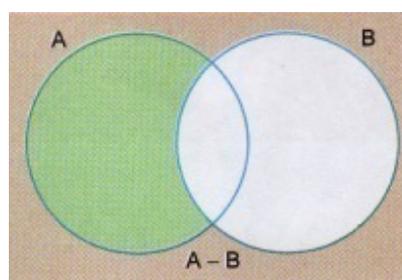


Diferença

A diferença entre os conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A e não pertencem a B.

Representa-se por $A - B$.

Simbolicamente: $A - B = \{x | x \in A \text{ e } x \notin B\}$



Se $A - B$, o conjunto $A - B$ é também chamado de conjunto complementar de B em relação a A, representado por $A - B$.

Simbolicamente:

Exs:

$$A = \{0,1,2,3\} \text{ e } B = \{0,2\}$$

$$A - B = \{1,3\}, C_A B = \{1,3\} \text{ e } C_B A = B - A = \emptyset$$

$$A = \{1,2,3\} \text{ e } B = \{2,3,4\}$$

$$A - B = \{1\}$$

$$A = \{0,2,4\} \text{ e } B = \{1,3,5\}$$

$$A - B = \{0,2,4\}$$

Número de elementos de um conjunto

Se X um conjunto com um número finito de elementos, representa-se por $n(X)$ o número de elementos de X. Sendo, ainda, A e B dois conjuntos quaisquer, com número finito de elementos temos:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

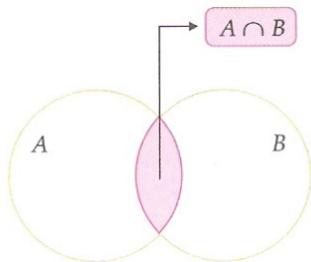
$$\text{Se } A \cap B = \emptyset \rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

Número de Elementos da União e da Intersecção de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, como vemos na figura abaixo, podemos estabelecer uma relação entre os respectivos números de elementos.



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Note que ao subtrairmos os elementos comuns evitamos que eles sejam contados duas vezes.



FIQUE ATENTO!

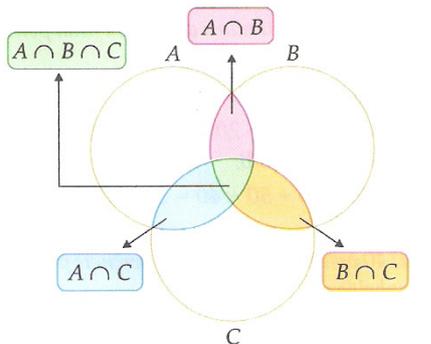
Se os conjuntos A e B forem disjuntos ou se mesmo um deles estiver contido no outro, ainda assim a relação dada será verdadeira.



#FicaDica

Podemos ampliar a relação do número de elementos para três ou mais conjuntos com a mesma eficiência.

Veja o exemplo abaixo:



$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$



EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (UFMG) Uma escola realizou uma pesquisa sobre os hábitos alimentares de seus alunos. Alguns resultados dessa pesquisa foram:

- 82% do total de entrevistados gostam de chocolate;

- 78% do total de entrevistados gostam de pizza; e
- 75% do total de entrevistados gostam de batata frita.

Então, é CORRETO afirmar que, no total de alunos entrevistados, a porcentagem dos que gostam, ao mesmo tempo, de chocolate, de pizza e de batata frita é, pelo menos, de:

- 25%.
- 30%.
- 35%.
- 40%.

Resposta: Letra C. Inicialmente devemos nomear as incógnitas da equação da questão:

x = pessoas que gostam de pizza.

y = pessoas que gostam de chocolate.

z = pessoas que gostam de batata frita.

w = pessoas que gostam de chocolate e batata frita.

s = pessoas que gostam de batata frita e pizza.

v = pessoas que gostam de chocolate e pizza.

d = pessoas que gostam ao mesmo tempo de chocolate, pizza e batata frita.

Agora que já sabemos quais são as incógnitas, vamos escrever as equações:

Gostam de chocolate: Seleccionaremos todas as variáveis que possuem chocolate:

$$y + w + v + d = 82\%$$

Gostam de pizza: Seleccionaremos todas as variáveis que possuem pizza:

$$x + s + v + d = 78\%$$

Gostam de batata frita: Seleccionaremos todas as variáveis que possuem batata frita:

$$z + d + s + w = 75\%$$

Agora vamos realizar a soma das equações das pessoas que gostam de chocolate com as pessoas que gostam de pizza:

$$y + w + v + d + x + s + v + d = 82\% + 78\%$$

$$y + w + v + d + x + s + (v + d) = 160\% \rightarrow \text{Veja que } y + w + v + d + x + s = 100\% \text{ de pessoas.}$$

$$100\% + v + d = 160\%$$

$$v + d = 160\% - 100\%$$

$$v + d = 60\%$$

Some as equações gerais com a equação referente às pessoas que gostam de batata frita ($v + d = 60\%$):

$$z + d + s + w + v + d = 75\% + 60\%$$

$$z + d + s + w + v + (d) = 135\% \rightarrow \text{Observe que } z + d + s + w + v = 100\%.$$

$$100\% + d = 135.$$

Obtemos, então, o sistema:

$$v + d = 60\% \rightarrow \text{Primeira equação}$$

$$100\% + d = 135\% \rightarrow \text{Segunda equação}$$

Resolvendo a segunda equação, obtemos:

$$100\% + d = 135\%$$

$$d = 35\% \rightarrow \text{Pessoas que gostam ao mesmo tempo de chocolate, batata frita e pizza.}$$

Substituindo o valor de d na primeira equação, temos:

$$v + d = 60\%$$

$$v + 35\% = 60\%$$

$$v = 25\% \rightarrow \text{Pessoas que gostam de chocolate e pizza.}$$

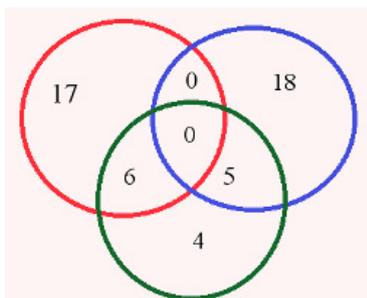
2. (UFPA) Um professor de Matemática, ao lecionar Teoria dos Conjuntos em uma certa turma, realizou uma pesquisa sobre as preferências clubísticas de seus n alunos, tendo chegado ao seguinte resultado:

- 23 alunos torcem pelo Paysandu Sport Club;
- 23 alunos torcem pelo Clube do Remo;
- 15 alunos torcem pelo Clube de Regatas Vasco da Gama;
- 6 alunos torcem pelo Paysandu e pelo Vasco;
- 5 alunos torcem pelo Vasco e pelo Remo.

Se designarmos por A o conjunto dos torcedores do Paysandu, por B o conjunto dos torcedores do Remo e por C o conjunto dos torcedores do Vasco, todos da referida turma, teremos, evidentemente, $A \cap B = \emptyset$. Concluímos que o número n de alunos dessa turma é

- 49.
- 50.
- 47.
- 45.
- 46.

Resposta: Letra B. Para resolver essa questão, devemos desenhar os diagramas de todos os conjuntos descritos no enunciado, destacando a sua intersecção.



Efetuada a adição, temos que: $17 + 18 + 5 + 6 + 4 = 50$
O número n de alunos dessa turma é 50.

NÚMEROS NATURAIS, INTEIROS, RACIONAIS E REAIS: ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO E POTENCIAÇÃO.

Números Naturais e suas operações fundamentais

1. Definição de Números Naturais

Os números naturais como o próprio nome diz, são os números que naturalmente aprendemos, quando estamos iniciando nossa alfabetização. Nesta fase da vida, não estamos preocupados com o sinal de um número, mas sim em encontrar um sistema de contagem para quantificarmos as coisas. Assim, os números naturais são sempre positivos e começando por zero e acrescentando sempre uma unidade, obtemos os seguintes elementos:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Sabendo como se constrói os números naturais, podemos agora definir algumas relações importantes entre eles:

- Todo número natural dado tem um sucessor (número que está imediatamente à frente do número dado na seqüência numérica). Seja m um número natural qualquer, temos que seu sucessor será sempre definido como $m+1$. Para ficar claro, seguem alguns exemplos:

Ex: O sucessor de 0 é 1.
Ex: O sucessor de 1 é 2.
Ex: O sucessor de 19 é 20.

- Se um número natural é sucessor de outro, então os dois números que estão imediatamente ao lado do outro são considerados como consecutivos. Vejam os exemplos:

Ex: 1 e 2 são números consecutivos.
Ex: 5 e 6 são números consecutivos.
Ex: 50 e 51 são números consecutivos.

- Vários números formam uma coleção de números naturais consecutivos se o segundo for sucessor do primeiro, o terceiro for sucessor do segundo, o quarto for sucessor do terceiro e assim sucessivamente. Observe os exemplos a seguir:

Ex: 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são consecutivos.
Ex: 5, 6 e 7 são consecutivos.
Ex: 50, 51, 52 e 53 são consecutivos.

- Analogamente a definição de sucessor, podemos definir o número que vem imediatamente antes ao número analisado. Este número será definido como antecessor. Seja m um número natural qualquer, temos que seu antecessor será sempre definido como $m-1$. Para ficar claro, seguem alguns exemplos:

Ex: O antecessor de 2 é 1.
Ex: O antecessor de 56 é 55.
Ex: O antecessor de 10 é 9.



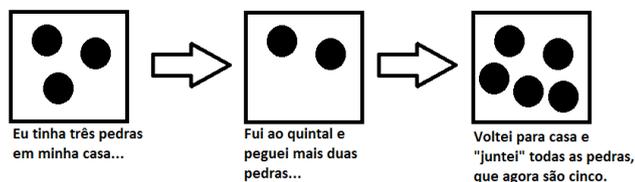
FIQUE ATENTO!

O único número natural que não possui antecessor é o 0 (zero) !

1.1. Operações com Números Naturais

Agora que conhecemos os números naturais e temos um sistema numérico, vamos iniciar o aprendizado das operações matemáticas que podemos fazer com eles. Muito provavelmente, vocês devem ter ouvido falar das quatro operações fundamentais da matemática: Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão. Vamos iniciar nossos estudos com elas:

Adição: A primeira operação fundamental da Aritmética tem por finalidade reunir em um só número, todas as unidades de dois ou mais números. Antes de surgir os algarismos indo-arábicos, as adições podiam ser realizadas por meio de tábuas de calcular, com o auxílio de pedras ou por meio de ábacos. Esse método é o mais simples para se aprender o conceito de adição, veja a figura a seguir:



Observando a historinha, veja que as unidades (pedras) foram reunidas após o passeio no quintal. Essa reunião das pedras é definida como adição. Simbolicamente, a adição é representada pelo símbolo "+" e assim a historinha fica da seguinte forma:

$$3 \text{ Tinha em casa} + 2 \text{ Peguei no quintal} = 5 \text{ Resultado}$$

Como toda operação matemática, a adição possui algumas propriedades, que serão apresentadas a seguir:

- Fechamento:** A adição no conjunto dos números naturais é fechada, pois a soma de dois números naturais será sempre um número natural.
- Associativa:** A adição no conjunto dos números naturais é associativa, pois na adição de três ou mais parcelas de números naturais quaisquer é possível associar as parcelas de quaisquer modos, ou seja, com três números naturais, somando o primeiro com o segundo e ao resultado obtido somarmos um terceiro, obteremos um resultado que é igual à soma do primeiro com a soma do segundo e o terceiro. Apresentando isso sob a forma de números, sejam A, B e C, três números naturais, temos que:

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

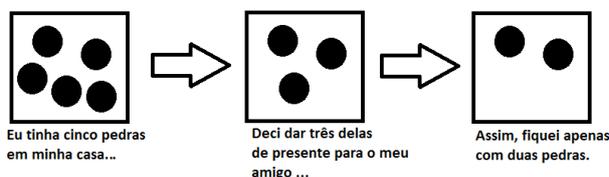
- Elemento neutro:** Esta propriedade caracteriza-se pela existência de número que ao participar da operação de adição, não altera o resultado final. Este número será o 0 (zero). Seja A, um número natural qualquer, temos que:

$$A + 0 = A$$

- Comutativa:** No conjunto dos números naturais, a adição é comutativa, pois a ordem das parcelas não altera a soma, ou seja, somando a primeira parcela com a segunda parcela, teremos o mesmo resultado que se somando a segunda parcela com a primeira parcela. Seja dois números naturais A e B, temos que:

$$A + B = B + A$$

Subtração: É a operação contrária da adição. Ao invés de reunirmos as unidades de dois números naturais, vamos retirar uma quantidade de um número. Voltando novamente ao exemplo das pedras:



Observando a historinha, veja que as unidades (pedras) que eu tinha foram separadas. Essa separação das pedras é definida como subtração. Simbolicamente, a subtração é representada pelo símbolo "-" e assim a historinha fica da seguinte forma:

$$5 \text{ Tinha em casa} - 3 \text{ Presente para o amigo} = 2 \text{ Resultado}$$

A subtração de números naturais também possui suas propriedades, definidas a seguir:

- Não fechada:** A subtração de números naturais não é fechada, pois há um caso onde a subtração de dois números naturais não resulta em um número natural. Sejam dois números naturais A, B onde $A < B$, temos que:

$$A - B < 0$$

Como os números naturais são positivos, $A - B$ não é um número natural, portanto a subtração não é fechada.

- Não Associativa:** A subtração de números naturais também não é associativa, uma vez que a ordem de resolução é importante, devemos sempre subtrair o maior do menor. Quando isto não ocorrer, o resultado não será um número natural.
- Elemento neutro:** No caso do elemento neutro, a propriedade irá funcionar se o zero for o termo a ser subtraído do número. Se a operação for inversa, o elemento neutro não vale para os números naturais:
- Não comutativa:** Vale a mesma explicação para a subtração de números naturais não ser associativa. Como a ordem de resolução importa, não podemos trocar os números de posição

Multiplicação: É a operação que tem por finalidade adicionar o primeiro número denominado multiplicando ou parcela, tantas vezes quantas são as unidades do segundo número denominadas multiplicador. Veja o exemplo:

Ex: Se eu economizar toda semana R\$ 6,00, ao final de 5 semanas, quanto eu terei guardado?

Pensando primeiramente em soma, basta eu somar todas as economias semanais:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$$

Quando um mesmo número é somado por ele mesmo repetidas vezes, definimos essa operação como multiplicação. O símbolo que indica a multiplicação é o "x" e assim a operação fica da seguinte forma:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \times 5$$

Somas repetidas = Número multiplicado pelas repetições = 30

A multiplicação também possui propriedades, que são apresentadas a seguir:

- a) Fechamento: A multiplicação é fechada no conjunto dos números naturais, pois realizando o produto de dois ou mais números naturais, o resultado será um número natural.
- b) Associativa: Na multiplicação, podemos associar três ou mais fatores de modos diferentes, pois se multiplicarmos o primeiro fator com o segundo e depois multiplicarmos por um terceiro número natural, teremos o mesmo resultado que multiplicar o terceiro pelo produto do primeiro pelo segundo. Sejam os números naturais m, n e p , temos que:

$$(m \times n) \times p = m \times (n \times p)$$

- c) Elemento Neutro: No conjunto dos números naturais também existe um elemento neutro para a multiplicação mas ele não será o zero, pois se não repetirmos a multiplicação nenhuma vez, o resultado será 0. Assim, o elemento neutro da multiplicação será o número 1. Qualquer que seja o número natural n , tem-se que:

$$n \times 1 = n$$

- d) Comutativa: Quando multiplicamos dois números naturais quaisquer, a ordem dos fatores não altera o produto, ou seja, multiplicando o primeiro elemento pelo segundo elemento teremos o mesmo resultado que multiplicando o segundo elemento pelo primeiro elemento. Sejam os números naturais m e n , temos que:

$$m \times n = n \times m$$

- e) Prioridade sobre a adição e subtração: Quando se depararem com expressões onde temos diferentes operações matemática, temos que observar a ordem de resolução das mesmas. Observe o exemplo a seguir:

Ex: $2 + 4 \times 3$

Se resolvermos a soma primeiro e depois a multiplicação, chegamos em 18.

Se resolvermos a multiplicação primeiro e depois a soma, chegamos em 14. Qual a resposta certa?

A multiplicação tem prioridade sobre a adição, portanto deve ser resolvida primeiro e assim a resposta correta é 14.



FIQUE ATENTO!

Caso haja parênteses na soma, ela tem prioridade sobre a multiplicação. Utilizando o exemplo, temos que: .

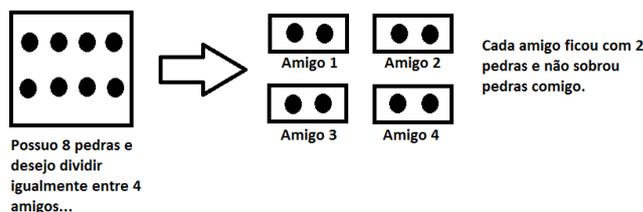
$(2 + 4) \times 3 = 6 \times 3 = 18$ Nesse caso, realiza-se a soma primeiro, pois ela está dentro dos parênteses

- f) Propriedade Distributiva: Uma outra forma de resolver o exemplo anterior quando se a soma está entre parênteses é com a propriedade distributiva. Multiplicando um número natural pela soma de dois números naturais, é o mesmo que multiplicar o fator, por cada uma das parcelas e a seguir adicionar os resultados obtidos. Veja o exemplo:

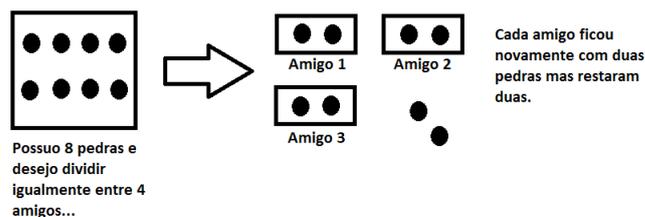
$$(2 + 4) \times 3 = 2 \times 3 + 4 \times 3 = 6 + 12 = 18$$

Veja que a multiplicação foi distribuída para os dois números do parênteses e o resultado foi o mesmo que do item anterior.

Divisão: Dados dois números naturais, às vezes necessitamos saber quantas vezes o segundo está contido no primeiro. O primeiro número é denominado dividendo e o outro número é o divisor. O resultado da divisão é chamado de quociente. Nem sempre teremos a quantidade exata de vezes que o divisor caberá no dividendo, podendo sobrar algum valor. A esse valor, iremos dar o nome de resto. Vamos novamente ao exemplo das pedras:



No caso em particular, conseguimos dividir as 8 pedras para 4 amigos, ficando cada um deles com 2 unidades e não restando pedras. Quando a divisão não possui resto, ela é definida como divisão exata. Caso contrário, se ocorrer resto na divisão, como por exemplo, se ao invés de 4 fossem 3 amigos:



Nessa divisão, cada amigo seguiu com suas duas pedras, porém restaram duas que não puderam ser distribuídas, pois teríamos amigos com quantidades diferen-

tes de pedras. Nesse caso, tivermos a divisão de 8 pedras por 3 amigos, resultando em um quociente de 2 e um resto também 2. Assim, definimos que essa divisão não é exata.

Devido a esse fato, a divisão de números naturais não é fechada, uma vez que nem todas as divisões são exatas. Também não será associativa e nem comutativa, já que a ordem de resolução importa. As únicas propriedades válidas na divisão são o elemento neutro (que segue sendo 1, desde que ele seja o divisor) e a propriedade distributiva.



FIQUE ATENTO!

A divisão tem a mesma ordem de prioridade de resolução que a multiplicação, assim ambas podem ser resolvidas na ordem que aparecem.



EXERCÍCIO COMENTADO

1. (Pref. De Bom Retiro – SC) A Loja Berlanda está com promoção de televisores. Então resolvi comprar um televisor por R\$ 1.700,00. Dei R\$ 500,00 de entrada e o restante vou pagar em 12 prestações de:

- a) R\$ 170,00
- b) R\$ 1.200,00
- c) R\$ 200,00
- d) R\$ 100,00

Resposta: Letra D Dado o preço inicial de R\$ 1700,00, basta subtrair a entrada de R\$ 500,00, assim: $R\$ 1700,00 - 500,00 = R\$ 1200,00$. Dividindo esse resultado em 12 prestações, chega-se a $R\$ 1200,00 : 12 = R\$ 100,00$

MÚLTIPLOS E DIVISORES, FATORAÇÃO, MÁXIMO DIVISOR COMUM E MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM.

MULTIPLICIDADE E DIVISIBILIDADE

Um múltiplo de um número é o produto desse número por um número natural qualquer. Já um divisor de um número é um número cujo resto da divisão do número pelo divisor é zero.

Ex: Sabe-se que $30 : 6 = 5$, porque $5 \times 6 = 30$.

Pode-se dizer então que:

"30 é divisível por 6 porque existe um número natural (5) que multiplicado por 6 dá como resultado 30."

Um número natural a é divisível por um número natural b , não-nulo, se existir um número natural c , tal que $c \cdot b = a$.

Voltando ao exemplo $30 : 6 = 5$, conclui-se que: 30 é múltiplo de 6, e 6 é divisor de 30.

Analisando outros exemplos:

- a) $20 : 5 = 4 \rightarrow 20$ é múltiplo de 5 ($4 \times 5 = 20$), e 5 é divisor de 20
- b) $12 : 2 = 6 \rightarrow 12$ é múltiplo de 2 ($6 \times 2 = 12$), e 2 é divisor de 12

1.1 Conjunto dos múltiplos de um número natural:

É obtido multiplicando-se o número natural em questão pela sucessão dos números naturais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,...

Ex: Conjunto dos múltiplos de 7. Para encontrar esse conjunto basta multiplicar por 7 cada um dos números da sucessão dos naturais:

$$\begin{aligned}7 \times 0 &= 0 \\7 \times 1 &= 7 \\7 \times 2 &= 14 \\7 \times 3 &= 21 \\7 \times 4 &= 28 \\7 \times 5 &= 35\end{aligned}$$

O conjunto formado pelos resultados encontrados forma o conjunto dos múltiplos de 7: $M(7) = \{0, 7, 14, 21, 28, \dots\}$.

Observações:

- Todo número natural é múltiplo de si mesmo.
- Todo número natural é múltiplo de 1.
- Todo número natural, diferente de zero, tem infinitos múltiplos.
- O zero é múltiplo de qualquer número natural.
- Os múltiplos do número 2 são chamados de números pares, e a fórmula geral desses números é $2k$ ($k \in N$). Os demais são chamados de números ímpares, e a fórmula geral desses números é $2k + 1$ ($k \in N$).

1.2 Critérios de divisibilidade:

São regras práticas que nos possibilitam dizer se um número é ou não divisível por outro, sem efetuarmos a divisão.

Divisibilidade por 2: Um número é divisível por 2 quando ele é par, ou seja, quando ele termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Exs:

a) 9656 é divisível por 2, pois termina em 6.

b) 4321 não é divisível por 2, pois termina em 1.

Divisibilidade por 3: Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é divisível por 3.

Exs:

a) 65385 é divisível por 3, pois $6 + 5 + 3 + 8 + 5 = 27$, e 27 é divisível por 3.

b) 15443 não é divisível por 3, pois $1 + 5 + 4 + 4 + 3 = 17$, e 17 não é divisível por 3.

Divisibilidade por 4: Um número é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos for divisível por 4.

Exs:

a) 536400 é divisível por 4, pois termina em 00.

b) 653524 é divisível por 4, pois termina em 24, e 24 é divisível por 4.

c) 76315 não é divisível por 4, pois termina em 15, e 15 não é divisível por 4.

Divisibilidade por 5: Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.

Exs:

a) 35040 é divisível por 5, pois termina em 0.

b) 7235 é divisível por 5, pois termina em 5.

c) 6324 não é divisível por 5, pois termina em 4.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. Escreva os elementos dos conjuntos dos múltiplos de 5 positivos menores que 30.

Resposta: Seguindo a tabuada do 5, temos que: $\{5, 10, 15, 20, 25\}$.

Divisibilidade por 6: Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Exs:

a) 430254 é divisível por 6, pois é divisível por 2 (termina em 4) e por 3 ($4 + 3 + 0 + 2 + 5 + 4 = 18$).

b) 80530 não é divisível por 6, pois não é divisível por 3 ($8 + 0 + 5 + 3 + 0 = 16$).

c) 531561 não é divisível por 6, pois não é divisível por 2 (termina em 1).

Divisibilidade por 7: Para verificar a divisibilidade por 7, deve-se fazer o seguinte procedimento.

- Multiplicar o último algarismo por 2
- Subtrair o resultado do número inicial sem o último algarismo

- Se o resultado for um múltiplo de 7, então o número inicial é divisível por 7.

É importante ressaltar que, em caso de números com vários algarismos, será necessário fazer o procedimento mais de uma vez.

Ex:

Analisando o número 1764

Procedimento:

- Último algarismo: 4. Multiplica-se por 2: $4 \times 2 = 8$
- Subtrai-se o resultado do número inicial sem o último algarismo: $176 - 8 = 168$
- O resultado é múltiplo de 7? Para isso precisa verificar se 168 é divisível por 7.

Aplica-se o procedimento novamente, agora para o número 168.

- Último algarismo: 8. Multiplica-se por 2: $8 \times 2 = 16$
- Subtrai-se o resultado do número inicial sem o último algarismo: $16 - 16 = 0$
- O resultado é múltiplo de 7? Sim, pois zero (0) é múltiplo de qualquer número natural.

Portanto, conclui-se que 168 é múltiplo de 7. Se 168 é múltiplo de 7, então 1764 é divisível por 7.

Divisibilidade por 8: Um número é divisível por 8 quando termina em 000 ou quando o número formado pelos três últimos algarismos for divisível por 8.

Exs:

a) 57000 é divisível por 8, pois termina em 000.

b) 67024 é divisível por 8, pois seus três últimos algarismos formam o número 24, que é divisível por 8.

c) 34125 não é divisível por 8, pois seus três últimos algarismos formam o número 125, que não é divisível por 8.

2. Escreva os elementos dos conjuntos dos múltiplos de 8 compreendidos entre 30 e 50.

Resposta: Seguindo a tabuada do 8, a partir do 30: $\{32, 40, 48\}$.

Divisibilidade por 9: Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos formam um número divisível por 9.

Exs:

a) 6253461 é divisível por 9, pois $6 + 2 + 5 + 3 + 4 + 6 + 1 = 27$ é divisível por 9.

b) 325103 não é divisível por 9, pois $3 + 2 + 5 + 1 + 0 + 3 = 14$ não é divisível por 9.

Divisibilidade por 10: Um número é divisível por 10 quando termina em zero.

Exs:

a) 563040 é divisível por 10, pois termina em zero.

b) 246321 não é divisível por 10, pois não termina em zero.

Divisibilidade por 11: Um número é divisível por 11 quando a diferença entre a soma dos algarismos de posição ímpar e a soma dos algarismos de posição par resulta em um número divisível por 11.

Exs:

a) 43813 é divisível por 11. Vejamos o porquê

Os algarismos de posição ímpar são os algarismos nas posições 1, 3 e 5. Ou seja, 4, 8 e 3. A soma desses algarismos é $4 + 8 + 3 = 15$

Os algarismos de posição par são os algarismos nas posições 2 e 4. Ou seja, 3 e 1. A soma desses algarismos é $3 + 1 = 4$

$15 - 4 = 11 \rightarrow$ A diferença divisível por 11. Logo 43813 é divisível por 11.

b) 83415721 não é divisível por 11. Vejamos o porquê

Os algarismos de posição ímpar são os algarismos nas posições 1, 3, 5 e 7. Ou seja, 8, 4, 5 e 2. A soma desses algarismos é

Os algarismos de posição ímpar são os algarismos nas posições 1, 3, 5 e 7. Ou seja, 8, 4, 5 e 2. A soma desses algarismos é $8 + 4 + 5 + 2 = 19$

Os algarismos de posição par são os algarismos nas posições 2, 4 e 6. Ou seja, 3, 1 e 7. A soma desses algarismos é $3 + 1 + 7 = 11$

$19 - 11 = 8 \rightarrow$ A diferença não é divisível por 11. Logo 83415721 não é divisível por 11.

Divisibilidade por 12: Um número é divisível por 12 quando é divisível por 3 e por 4.

Exs:

a) 78324 é divisível por 12, pois é divisível por 3 ($7 + 8 + 3 + 2 + 4 = 24$) e por 4 (termina em 24).

b) 652011 não é divisível por 12, pois não é divisível por 4 (termina em 11).

c) 863104 não é divisível por 12, pois não é divisível por 3 ($8 + 6 + 3 + 1 + 0 + 4 = 22$).

Divisibilidade por 15: Um número é divisível por 15 quando é divisível por 3 e por 5.

Exs:

a) 650430 é divisível por 15, pois é divisível por 3 ($6 + 5 + 0 + 4 + 3 + 0 = 18$) e por 5 (termina em 0).

b) 723042 não é divisível por 15, pois não é divisível por 5 (termina em 2).

c) 673225 não é divisível por 15, pois não é divisível por 3 ($6 + 7 + 3 + 2 + 2 + 5 = 25$).