Escola Preparatória de Cadetes do Ar – Aeronáutica

EPCAR

Cadetes do Ar

NV-081MR-20

NOVA CONCURSOS

Cód.: 9088121442986

OBRA

Escola Preparatória de Cadetes do Ar - Aeronáutica

Cadetes do Ar

Portaria DIRENS nº 44/DPE, de 12 de março de 2020

AUTORES
Língua Portuguesa - Profª Zenaide Auxiliadora Pachegas Branco
Matemática - Profº Bruno Chieregatti e Joao de Sá Brasil
Língua Inglesa - Profª Katiuska W. Burgos General

PRODUÇÃO EDITORIAL/REVISÃO
Josiane Sarto
Roberth Kairo

DIAGRAMAÇÃO
Dayverson Ramon
Rodrigo Bernardes

CAPA
Joel Ferreira dos Santos

Edição MAR/2020

NOVA CONCURSOS
www.novaconcursos.com.br
sac@novaconcursos.com.br

SUMÁRIO

LÍNGUA PORTUGUESA

MATEMÁTICA

SUMÁRIO

LÍNGUA INGLESA

ÍNDICE

MATEMÁTICA

NOÇÕES DE CONJUNTOS; IGUALDADE DE CONJUNTOS; SUBCONJUNTOS; OPERAÇÕES COM CONJUNTOS: INTERSEÇÃO E REUNIÃO; RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TEORIA DOS CONJUNTOS

Conceitos Básicos

Conjuntos: Não existe uma definição de conjunto pois trata-se de um conceito primitivo. Um cacho de bananas, um cardume de peixes, uma porção de livros, uma coleção de objetos ou equipes são todos exemplos de conjuntos.

Elemento: É todo componente de um conjunto. Em um cacho de bananas (conjunto), um elemento é uma banana, por exemplo. Convém frisar que um conjunto pode ele mesmo ser elemento de algum outro conjunto

Tipos de Conjuntos

Finito: É todo conjunto que possui um número finito de elementos. Por exemplo, o conjunto dos números naturais pares e menores do que 10. Esse conjunto é dado por: e possui 4 elementos.

Infinito: É todo conjunto que possui infinitos elementos. Por exemplo, o conjunto dos números naturais pares. Esse conjunto é dado por: {2,4,6,8,10,12,...} e possui infinitos elementos.

Unitário: É todo conjunto que possui um único elemento. Por exemplo, o conjunto dos números naturais pares e menores do que 4. Esse conjunto é dado por {2} e possui um único elemento.

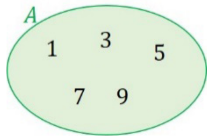
Vazio: É todo conjunto que não possui elementos. Por exemplo, o conjunto dos números naturais ímpares e menores do que 1. Como não existe nenhum número natural ímpar menor do que 1, esse conjunto é vazio. A representação de um conjunto vazio pode ser feita de duas formas: Ø ou { }.

Representação de Conjuntos

Os conjuntos podem ser representados de três formas diferentes:

Extensão: Nessa forma, o conjunto é nomeado por uma letra maiúscula e os elementos são escritos entre chaves. Por exemplo: A={1,3,5,7,9}.

Graficamente: Os conjuntos são representados por formas geométricas onde os elementos são escritos no seu interior.



Compreensão: aqui é indicada uma característica comum a todos os elementos. Por exemplo: $B = \{x \,|x \text{ é natural e par}\}$.. (Lê-se x, tal que x é par). Ou seja, o conjunto B possui elementos (representados por x) que são números naturais pares.

Relações

Pertinência: expressa a relação entre ELEMENTO e CONJUNTO. É representada pelos símbolos (pertence) ou (não pertence)

Se x é um elemento de um conjunto A, escrevemos A
Lê-se: x é elemento de A ou x pertence a A.

Se x não é um elemento de um conjunto A, escreveremos x A
Lê-se x não é elemento de A ou x não pertence a A.

Continência: expressa a relação entre CONJUNTOS. Aqui nasce o conceito de subconjunto.

Subconjunto

Sejam A e B dois conjuntos. Se todo elemento de A é também elemento de B, dizemos que A é um subconjunto de B ou A é a parte de B ou, ainda, A está contido em B e indicamos por A $\subset$ B.

Simbolicamente: AB $\Leftrightarrow$ ()($\in$ A $\Rightarrow$ $\in$ B) (= para todo)

Portanto, A $\not\subset$ B significa que A não é um subconjunto de B ou A não é parte de B ou, ainda, A não está contido em B.

Por outro lado, A $\not\subset$ B se, e somente se, existe, pelo menos, um elemento de A que não é elemento de B.

Simbolicamente: A $\not\subset$ B $\Leftrightarrow$ ()($\in$ A e $\notin$ B) (=existe)

Ex:
{2,4} $\subset$ {2,3,4}, pois 2 $\in$ {2,3,4} e 4 $\in$ {2,3,4}
{2,3,4} $\not\subset$ {2,4}, pois 3 $\notin$ {2,4}
{5,6} $\subset$ {5,6}, pois 5 $\in$ {5,6} e 6 $\in$ {5,6}

Igualdade entre Conjuntos

Sejam A e B dois conjuntos. Dizemos que A é igual a B e indicamos por A = B se, e somente se, A é subconjunto de B e B é também subconjunto de A.

Simbolicamente: A = B $\Leftrightarrow$ A $\subset$ B e B $\subset$ A

Demonstrar que dois conjuntos A e B são iguais equivale, segundo a definição, a demonstrar que A $\subset$ B e B $\subset$ A.

Segue da definição que dois conjuntos são iguais se, e somente se, possuem os mesmos elementos.

Portanto A ≠ B significa que A é diferente de B.

Portanto $A \neq B$ se, e somente se, A não é subconjunto de B ou B não é subconjunto de A.

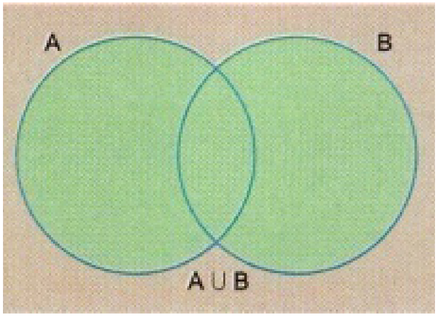
Simbolicamente: $A \neq B \Leftrightarrow A \not\subset B$ ou $B \not\subset A$

Operações

União de conjuntos

A união (ou reunião) dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A ou a B. Representa-se por $A \cup B$

Simbolicamente: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$



Exs:

{2,3}∪{4,5,6}={2,3,4,5,6}

{2,3,4}∪{3,4,5}={2,3,4,5}

{2,3}∪{1,2,3,4}={1,2,3,4}

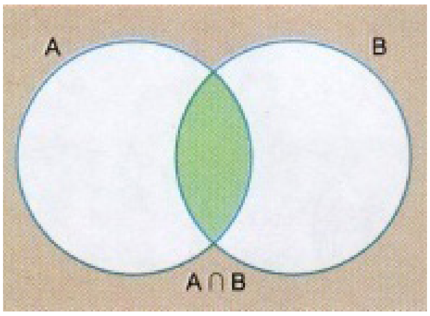
{a,b}∪∅={a,b}

Intersecção de conjuntos

A intersecção dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem, simultaneamente, a A e a B.

Representa-se por $A \cap B$.

Simbolicamente: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$



Exemplos

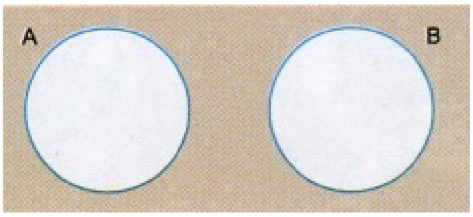
{2,3,4}∩{3,5}={3}

{1,2,3}∩{2,3,4}={2,3}

{2,3}∩{1,2,3,5}={2,3}

{2,4}∩{3,5,7}=∅

Observação: Se $A \cap B = \emptyset$, dizemos que A e B são conjuntos disjuntos.

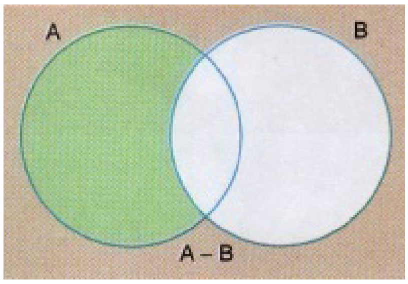


Diferença

A diferença entre os conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A e não pertencem a B.

Representa-se por A - B.

Simbolicamente: $A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$



Se B⊂A, o conjunto A – B é também chamado de conjunto complementar de B em relação a A, representado por C_A B.

Simbolicamente: $C_A B=\{x|x\in A \text{ e } x\notin B\}$

Exs:

A = {0,1,2,3} e B = {0,2}

A – B = {1,3}, C_A B={1,3} e C_B A = B – A =∅

A = {1,2,3} e B = {2,3,4}

A – B = {1}

A = {0,2,4} e B = {1 ,3 ,5}

A – B = {0,2,4}

NÚMERO DE ELEMENTOS DE UM CONJUNTO

Sendo X um conjunto com um número finito de elementos, representa-se por o número de elementos de . Sendo, ainda, e dois conjuntos quaisquer, com número finito de elementos temos:

n(A∪B)=n(A)+n(B)-n(A∩B)

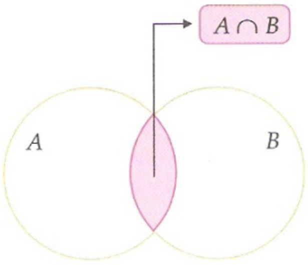
Se A∩B=∅→ n(A∪B)=n(A)+n(B)

n(A -B)=n(A)-n(A∩B)

B A n(A-B)=n(A)-n(B)

NÚMERO DE ELEMENTOS DA UNIÃO E DA INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS

Dados dois conjuntos A e B, como vemos na figura abaixo, podemos estabelecer uma relação entre os respectivos números de elementos.



$n(A \cup B)=n(A)+n(B)-n(A \cap B)$

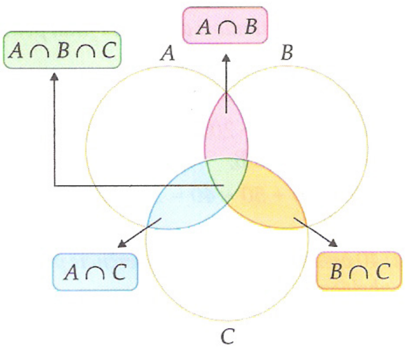
Note que ao subtrairmos os elementos comuns evitamos que eles sejam contados duas vezes.

FIQUE ATENTO!
Se os conjuntos A e B forem disjuntos ou se mesmo um deles estiver contido no outro, ainda assim a relação dada será verdadeira.

#FicaDica

Podemos ampliar a relação do número de elementos para três ou mais conjuntos com a mesma eficiência.

Veja o exemplo abaixo:



$n(A \cup B \cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A \cap B)-$
$-n(A \cap C)-n(B \cap C)+n(A \cap B \cap C)$

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (UFMG) Uma escola realizou uma pesquisa sobre os hábitos alimentares de seus alunos. Alguns resultados dessa pesquisa foram:

- 82% do total de entrevistados gostam de chocolate;
- 78% do total de entrevistados gostam de pizza; e
- 75% do total de entrevistados gostam de batata frita.

Então, é CORRETO afirmar que, no total de alunos entrevistados, a porcentagem dos que gostam, ao mesmo tempo, de chocolate, de pizza e de batata frita é, pelo menos, de:

a) 25%.
b) 30%.
c) 35%.
d) 40%.

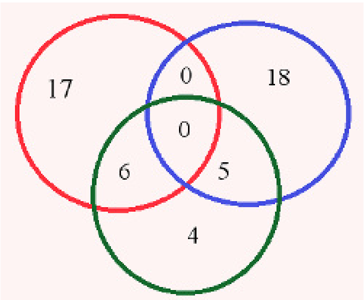
Resposta: Letra C. Inicialmente devemos nomear as incógnitas da equação da questão:
x = pessoas que gostam de pizza.
y = pessoas que gostam de chocolate.
z = pessoas que gostam de batata frita.
w = pessoas que gostam de chocolate e batata frita.
s = pessoas que gostam de batata frita e pizza.
v = pessoas que gostam de chocolate e pizza.
d = pessoas que gostam ao mesmo tempo de chocolate, pizza e batata frita.
Agora que já sabemos quais são as incógnitas, vamos escrever as equações:
Gostam de chocolate: Selecionaremos todas as variáveis que possuem chocolate:
$y + w + v + d = 82\%$
Gostam de pizza: Selecionaremos todas as variáveis que possuem pizza:
$x + s + v + d = 78\%$
Gostam de batata frita: Selecionaremos todas as variáveis que possuem batata frita:
$z + d + s + w = 75\%$
Agora vamos realizar a soma das equações das pessoas que gostam de chocolate com as pessoas que gostam de pizza:
$y + w + v + d + x + s + v + d = 82\% + 78\%$
$y + w + v + d + x + s + (v + d) = 160\%$ → Veja que $y + w + v + d + x + s = 100\%$ de pessoas.
$100\% + v + d = 160\%$
$v + d = 160\% - 100\%$
$v + d = 60\%$
Some as equações gerais com a equação referente às pessoas que gostam de batata frita ($v + d = 60\%$):
$z + d + s + w + v + d = 75\% + 60\%$
$z + d + s + w + v + (d) = 135\%$ → Observe que $z + d + s + w + v = 100\%$.
$100\% + d = 135$.
Obtemos, então, o sistema:
$v + d = 60\%$ → Primeira equação
$100\% + d = 135\%$ → Segunda equação
Resolvendo a segunda equação, obtemos:
$100\% + d = 135\%$
$d = 35\%$ → Pessoas que gostam ao mesmo tempo de chocolate, batata frita e pizza.
Substituindo o valor de d na primeira equação, temos:
$v + d = 60\%$
$v + 35\% = 60\%$
$v = 25\%$ → Pessoas que gostam de chocolate e pizza.

2. (UFPA) Um professor de Matemática, ao lecionar Teoria dos Conjuntos em uma certa turma, realizou uma pesquisa sobre as preferências clubísticas de seus n alunos, tendo chegado ao seguinte resultado:

- 23 alunos torcem pelo Paysandu Sport Club;
- 23 alunos torcem pelo Clube do Remo;
- 15 alunos torcem pelo Clube de Regatas Vasco da Gama;
- 6 alunos torcem pelo Paysandu e pelo Vasco;
- 5 alunos torcem pelo Vasco e pelo Remo.

Se designarmos por A o conjunto dos torcedores do Paysandu, por B o conjunto dos torcedores do Remo e por C o conjunto dos torcedores do Vasco, todos da referida turma, teremos, evidentemente, A ∩ B = Ø. Concluímos que o número n de alunos dessa turma é
a) 49.
b) 50.
c) 47.
d) 45.
d) 46.

Resposta: Letra B. Para resolver essa questão, devemos desenhar os diagramas de todos os conjuntos descritos no enunciado, destacando a sua intersecção.



Efetuando a adição, temos que: 17 + 18 + 5 + 6 + 4 = 50
O número n de alunos dessa turma é 50.

CONJUNTOS NUMÉRICOS; CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS: PROPRIEDADES, OPERAÇÕES, NÚMEROS PRIMOS E COMPOSTOS, DIVISIBILIDADE, DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS, MÚLTIPLOS E DIVISORES, MÁXIMO DIVISOR COMUM (M.D.C.), MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (M.M.C.) E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

NÚMEROS NATURAIS E SUAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

1. Definição de Números Naturais

Os números naturais como o próprio nome diz, são os números que naturalmente aprendemos, quando estamos iniciando nossa alfabetização. Nesta fase da vida, não estamos preocupados com o sinal de um número, mas sim em encontrar um sistema de contagem para quantificarmos as coisas. Assim, os números naturais são sempre positivos e começando por zero e acrescentando sempre uma unidade, obtemos os seguintes elementos:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots.\}$$

Sabendo como se constrói os números naturais, podemos agora definir algumas relações importantes entre eles:

a) Todo número natural dado tem um sucessor (número que está imediatamente à frente do número dado na seqüência numérica). Seja m um número natural qualquer, temos que seu sucessor será sempre definido como m+1. Para ficar claro, seguem alguns exemplos:

Ex: O sucessor de 0 é 1.
Ex: O sucessor de 1 é 2.
Ex: O sucessor de 19 é 20.

b) Se um número natural é sucessor de outro, então os dois números que estão imediatamente ao lado do outro são considerados como consecutivos. Vejam os exemplos:

Ex: 1 e 2 são números consecutivos.
Ex: 5 e 6 são números consecutivos.
Ex: 50 e 51 são números consecutivos.

c) Vários números formam uma coleção de números naturais consecutivos se o segundo for sucessor do primeiro, o terceiro for sucessor do segundo, o quarto for sucessor do terceiro e assim sucessivamente. Observe os exemplos a seguir:

Ex: 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são consecutivos.
Ex: 5, 6 e 7 são consecutivos.
Ex: 50, 51, 52 e 53 são consecutivos.

d) Analogamente a definição de sucessor, podemos definir o número que vem imediatamente antes ao número analisado. Este número será definido como antecessor. Seja m um número natural qualquer, temos que seu antecessor será sempre definido como m-1. Para ficar claro, seguem alguns exemplos:

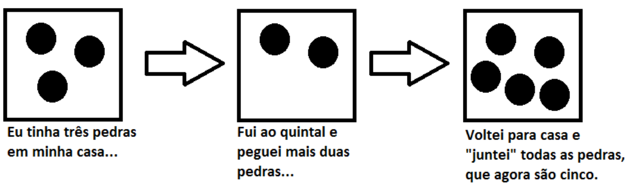
Ex: O antecessor de 2 é 1.
Ex: O antecessor de 56 é 55.
Ex: O antecessor de 10 é 9.

FIQUE ATENTO!
O único número natural que não possui antecessor é o 0 (zero) !

1.1. Operações com Números Naturais

Agora que conhecemos os números naturais e temos um sistema numérico, vamos iniciar o aprendizado das operações matemáticas que podemos fazer com eles. Muito provavelmente, vocês devem ter ouvido falar das quatro operações fundamentais da matemática: Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão. Vamos iniciar nossos estudos com elas:

Adição: A primeira operação fundamental da Aritmética tem por finalidade reunir em um só número, todas as unidades de dois ou mais números. Antes de surgir os algarismos indo-arábicos, as adições podiam ser realizadas por meio de tábuas de calcular, com o auxílio de pedras ou por meio de ábacos. Esse método é o mais simples para se aprender o conceito de adição, veja a figura a seguir:



Observando a historinha, veja que as unidades (pedras) foram reunidas após o passeio no quintal. Essa reunião das pedras é definida como adição. Simbolicamente, a adição é representada pelo símbolo "+" e assim a historinha fica da seguinte forma:

$$\underset{Tinha\ em\ casa}{3} + \underset{Peguei\ no\ quintal}{2} = \underset{Resultado}{5}$$

Como toda operação matemática, a adição possui algumas propriedades, que serão apresentadas a seguir:

a) Fechamento: A adição no conjunto dos números naturais é fechada, pois a soma de dois números naturais será sempre um número natural.

b) Associativa: A adição no conjunto dos números naturais é associativa, pois na adição de três ou mais parcelas de números naturais quaisquer é possível associar as parcelas de quaisquer modos, ou seja, com três números naturais, somando o primeiro com o segundo e ao resultado obtido somarmos um terceiro, obteremos um resultado que é igual à soma do primeiro com a soma do segundo e o terceiro. Apresentando isso sob a forma de números, sejam A,B e C, três números naturais, temos que:

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

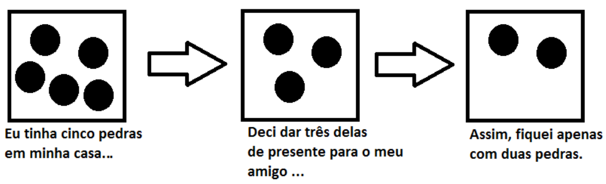
c) Elemento neutro: Esta propriedade caracteriza-se pela existência de número que ao participar da operação de adição, não altera o resultado final. Este número será o 0 (zero). Seja A, um número natural qualquer, temos que:

$$A + 0 = A$$

d) Comutativa: No conjunto dos números naturais, a adição é comutativa, pois a ordem das parcelas não altera a soma, ou seja, somando a primeira parcela com a segunda parcela, teremos o mesmo resultado que se somando a segunda parcela com a primeira parcela. Sejam dois números naturais A e B, temos que:

$$A + B = B + A$$

Subtração: É a operação contrária da adição. Ao invés de reunirmos as unidades de dois números naturais, vamos retirar uma quantidade de um número. Voltando novamente ao exemplo das pedras:



Observando a historinha, veja que as unidades (pedras) que eu tinha foram separadas. Essa separação das pedras é definida como subtração. Simbolicamente, a subtração é representada pelo símbolo "-" e assim a historinha fica da seguinte forma:

$$\underset{Tinha\ em\ casa}{5} - \underset{Presente\ para\ o\ amigo}{3} = \underset{Resultado}{2}$$

A subtração de números naturais também possui suas propriedades, definidas a seguir:

a) Não fechada: A subtração de números naturais não é fechada, pois há um caso onde a subtração de dois números naturais não resulta em um número natural. Sejam dois números naturais A,B onde A < B, temos que:

$$\mathrm{A} - \mathrm{B} < 0$$

Como os números naturais são positivos, A-B não é um número natural, portanto a subtração não é fechada.