

Superintendência de Água e Esgoto de Catanduva - São Paulo

# SAEC-CATANDUVA-SP

Comum aos Cargos de Nível Médio - Técnico: Atendente,  
Fiscal de Obras e Fiscal de Obras Hidráulicas

NV-084MR-20



Todos os direitos autorais desta obra são protegidos pela Lei nº 9.610, de 19/12/1998.  
Proibida a reprodução, total ou parcialmente, sem autorização prévia expressa por escrito da editora e do autor. Se você conhece algum caso de "pirataria" de nossos materiais, denuncie pelo [sac@novaconcursos.com.br](mailto:sac@novaconcursos.com.br).

## **OBRA**

Superintendência de Água e Esgoto de Catanduva - São Paulo

Comum aos Cargos de Nível Médio

EDITAL NORMATIVO DO CONCURSO PÚBLICO N.º 01/2020

## **AUTORES**

Língua Portuguesa - Profª Zenaide Auxiliadora Pachegas Branco

Matemática - Profº Bruno Chierigatti e Joao de Sá Brasil

## **PRODUÇÃO EDITORIAL/REVISÃO**

Roberth Kairo

Aline Mesquita

## **DIAGRAMAÇÃO**

Dayverson Ramon

Rodrigo Bernardes

## **CAPA**

Joel Ferreira dos Santos

Edição Mar/2020



[www.novaconcursos.com.br](http://www.novaconcursos.com.br)

[sac@novaconcursos.com.br](mailto:sac@novaconcursos.com.br)

# SUMÁRIO

## LÍNGUA PORTUGUESA

Fonema .....	1
Sílaba .....	3
Ortografia.....	4
Classes de Palavras: substantivo, adjetivo, preposição, conjunção, advérbio, verbo, pronome, numeral, interjeição e artigo. Colocação dos pronomes nas frases.....	8
Acentuação.....	45
Concordância nominal; Concordância Verbal.....	48
Sinais de Pontuação.....	56
Uso da Crase.....	59
Análise Sintática Período Simples e Composto .....	63
Figuras de Linguagem.....	73
Interpretação de Textos.....	77

## MATEMÁTICA

Radicais: operações – simplificação, propriedade – racionalização de denominadores. ....	1
Razão e Proporção. ....	2
Porcentagem. ....	5
Juros Simples. ....	7
Conjunto de números reais. ....	9
Fatoração de expressão algébrica. Expressão algébrica – operações. Expressões algébricas fracionárias – operações – simplificação. ....	14
MDC e MMC. ....	20
Sistema de medidas: comprimento, superfície, massa, capacidade, tempo e volume: unidades de medida; transformações de unidades. ....	22
Estatística: noções básicas, razão, proporção, interpretação e construção de tabelas e gráficos. ....	28
Geometria: elementos básicos, conceitos primitivos, representação geométrica no plano; .....	33
Noções de probabilidade e análise combinatória.....	66

# ÍNDICE

## MATEMÁTICA

Radicais: operações – simplificação, propriedade – racionalização de denominadores. ....	1
Razão e Proporção. ....	2
Porcentagem. ....	5
Juros Simples. ....	7
Conjunto de números reais. ....	9
Fatoração de expressão algébrica. Expressão algébrica – operações. Expressões algébricas fracionárias – operações – simplificação. ....	14
MDC e MMC. ....	20
Sistema de medidas: comprimento, superfície, massa, capacidade, tempo e volume: unidades de medida; transformações de unidades. ....	22
Estatística: noções básicas, razão, proporção, interpretação e construção de tabelas e gráficos. ....	28
Geometria: elementos básicos, conceitos primitivos, representação geométrica no plano; ....	33
Noções de probabilidade e análise combinatória. ....	66

## RADICAIS: OPERAÇÕES – SIMPLIFICAÇÃO, PROPRIEDADE – RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES.

### RADICIAÇÃO

Define-se radiciação como a operação inversa à potenciação. Sabe-se, da potenciação que:

$$5^2 = 25$$

Assim, a radiciação determina qual número elevado a um determinado número resulta no número que aparece internamente na raiz. No exemplo acima, qual número elevado ao quadrado resulta em 25. Matematicamente:

$$\sqrt[2]{25} = 5$$

O número "2" que aparece ao lado esquerdo e "em cima" da raiz indica a ordem da mesma, nesse caso uma raiz quadrada. É possível calcular raízes de ordens superiores: 3 (cúbica), 4 (quarta) e assim por diante. Por exemplo:

$$\sqrt[3]{27}$$

Nesse caso deseja-se saber qual número elevado ao cubo resulta em 27. Esse número é 3, pois  $3^3 = 27$ . Quando não houver nenhum índice escrito na raiz, entende-se ser uma raiz quadrada. Portanto  $\sqrt{4} = \sqrt[2]{4} = 2$



#### FIQUE ATENTO!

Quando a ordem da raiz é par (2,4,6...) o número que está dentro da raiz (radicando) deve ser positivo. Caso contrário não existirá raiz. Por exemplo:  $\sqrt{-9}$  significa encontrar qual número elevado ao quadrado resulta em -9. Porém todo número elevado ao quadrado (positivo ou negativo) resulta em um número positivo. Assim, a raiz pedida não existe.



#### #FicaDica

Nem todas as raízes são exatas. Podemos listar várias:  $\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{24}$  e tantas outras. Porém é possível simplificá-las, realizando a decomposição em fatores primos dos radicandos. Veja a seguir.

Ex:

$\sqrt{8}$ . Decompondo 8 em fatores primos, é possível escrever  $8 = 2^3$ . Porém, vamos agrupar os fatores primos (quando possível) em grupos de 2 (ordem da raiz). Então,  $8 = 2^2 \cdot 2$

Assim, a raiz é dada por:  $\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$  pois o 2 que está elevado ao quadrado e multiplicando o outro dois "sai" da raiz pois tem o expoente igual à ordem da raiz.

Ex:

$\sqrt{200}$ . Decompondo 200 em fatores primos, é possível escrever  $200 = 2^3 \cdot 5^2$ . Porém, vamos agrupar os fatores primos em grupos de 2 (ordem da raiz). Então,  $200 = 2^2 \cdot 2 \cdot 5^2$

Assim, a raiz é dada por:

$$\sqrt{200} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 5^2} = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

Ex:

$\sqrt[3]{432}$ . Decompondo em fatores primos vem:  $432 = 2^4 \cdot 3^3$ . Como a raiz, agora, é cúbica, agrupamos os fatores primos em grupos de 3:  $432 = 2^3 \cdot 2 \cdot 3^3$ .

Assim, a raiz é dada por

$$\sqrt[3]{432} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

#### Propriedades da radiciação:

- $\sqrt[x]{a^y} = a^{\frac{y}{x}}$
- $(\sqrt[x]{a})^y = \sqrt[x]{a^y}$
- $\sqrt[x]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[x]{a}}{\sqrt[x]{b}}$
- $\sqrt[x]{a \cdot b} = \sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[x]{b}$

### RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

A racionalização de denominadores é uma convenção matemática para não se ter radicais nos denominadores das frações. Existem dois tipos, quando o radical ocupa todo o denominador ou quando ele está somado (ou subtraído) de algum número. Cada tipo tem sua estratégia de operação que será apresentada a seguir, apenas para os casos de onde as raízes são quadradas:

Tipo 1: Radical Ocupa todo o denominador

Número com radical ocupando todo o denominador

Lembrando que:  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$   
O resultado é o número racionalizado

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

1° passo: Copia-se o número

2° passo: Multiplica-se o número pelo mesmo denominador que aparece no número original (Lembre-se de multiplicar em cima e embaixo!)

Tipo 2: Radical somado (subtraído) de algum número

Número com radical somado ou subtraído com outro número

Lembrando que:  $(\sqrt{7}-2) \cdot (\sqrt{7}+2) = 7 - 2^2 = 7 - 4 = 3$   
O resultado é o número racionalizado

$$\frac{1}{\sqrt{7}-2} = \frac{1}{\sqrt{7}-2} \cdot \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2} = \frac{\sqrt{7}+2}{3}$$

1° passo: Copia-se o número

2° passo: Multiplica-se o número pelo mesmo radical e o número sem radical com o sinal trocado.



## EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. Efetue  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$

**Resposta:**  $2^{\frac{1}{6}}$  Aplicando as propriedades de radiciação, tem-se:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}}$$

2. (CPCAR/2002) Ao se resolver a expressão numérica

$$\left[ \sqrt[3]{\frac{(25 \cdot 10^{-6}) \cdot 0,000075}{10}} \right] : \left[ \frac{5\sqrt[3]{1,5}}{10^4} \right] \cdot (-0,0010)^0$$

o valor encontrado é

- a)  $\sqrt[3]{2}$
- b)  $\sqrt[3]{3}$
- c) 1
- d) 0,1

**Resposta: Letra A.** Afim de simplificar a expressão dada nesse exercício, vamos rescrever alguns números da expressão usando a definição de radiciação e as propriedades de potenciação.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{\frac{(25 \cdot 10^{-6}) \cdot 0,000075}{10}} &= \sqrt[3]{\frac{(5^2 \cdot (2 \cdot 5)^{-6}) \cdot 75 \cdot 10^{-6}}{10}} \\ &= \sqrt[3]{(5^2 \cdot (2 \cdot 5)^{-6}) \cdot 75 \cdot 10^{-7}} \\ &= \sqrt[3]{2^{-6} \cdot 5^{-4} \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot (2 \cdot 5)^{-7}} \\ &= \sqrt[3]{3 \cdot 2^{-12} \cdot 5^{-9}} = 2^{-4} \cdot 5^{-3} \cdot \sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

Agora, agrupando todos os termos, temos:

$$\begin{aligned} \frac{5\sqrt[3]{1,5}}{10^4} &= \frac{5\sqrt[3]{1,5}}{(2 \cdot 5)^4} \\ (-0,0010)^0 &= 1 \\ (2^{-4} \cdot 5^{-3} \cdot \sqrt[3]{3}) \cdot \frac{5\sqrt[3]{1,5}}{(2 \cdot 5)^4} &= (2^{-4} \cdot 5^{-3} \cdot \sqrt[3]{3}) \cdot \frac{(2 \cdot 5)^4}{5^3 \sqrt[3]{1,5}} \\ &= \frac{5\sqrt[3]{3}}{5^3 \sqrt[3]{1,5}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3/2}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

Resultado final dessa expressão é  $\sqrt[3]{2}$

### RAZÃO E PROPORÇÃO.

#### RAZÃO

Quando se utiliza a matemática na resolução de problemas, os números precisam ser relacionados para se obter uma resposta. Uma das maneiras de se relacionar

os números é através da razão. Sejam dois números reais  $a$  e  $b$ , com  $b \neq 0$ , define-se razão entre  $a$  e  $b$  (nessa ordem) o quociente  $a \div b$ , ou  $\frac{a}{b}$ .

A razão basicamente é uma fração, e como sabem, frações são números racionais. Entretanto, a leitura deste número é diferente, justamente para diferenciarmos quando estamos falando de fração ou de razão.

- a) Quando temos o número  $\frac{3}{5}$  e estamos tratando de fração, lê-se: "três quintos".
- b) Quando temos o número  $\frac{3}{5}$  e estamos tratando de razão, lê-se: "3 para 5".

Além disso, a nomenclatura dos termos também é diferente:

O número 3 é **numerador**

a) Na fração  $\frac{3}{5}$

O número 5 é **denominador**

O número 3 é **antecedente**

b) Na razão  $\frac{3}{5}$

O número 5 é **consequente**

Ex. A razão entre 20 e 50 é  $\frac{20}{50} = \frac{2}{5}$  já a razão entre 50 e 20 é  $\frac{50}{20} = \frac{5}{2}$ . Ou seja, deve-se sempre indicar o antecedente e o consequente para sabermos qual a ordem de montarmos a razão.

Ex. Numa classe de 36 alunos há 15 rapazes e 21 moças. A razão entre o número de rapazes e o número de moças é  $\frac{15}{21}$ , se simplificarmos, temos que a fração equivalente  $\frac{5}{7}$ , o que significa que para "cada 5 rapazes há 7 moças". Por outro lado, a razão entre o número de rapazes e o total de alunos é dada por  $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ , o que equivale a dizer que "de cada 12 alunos na classe, 5 são rapazes".

**Razão entre grandezas de mesma espécie:** A razão entre duas grandezas de mesma espécie é o quociente dos números que expressam as medidas dessas grandezas numa mesma unidade.

Ex. Um automóvel necessita percorrer uma estrada de 360 km. Se ele já percorreu 240 km, qual a razão entre a distância percorrida em relação ao total?

Como os dois números são da mesma espécie (distância) e estão na mesma unidade (km), basta fazer a razão:

$$r = \frac{240 \text{ km}}{360 \text{ km}} = \frac{2}{3}$$

No caso de mesma espécie, porém em unidades diferentes, deve-se escolher uma das unidades e converter a outra.

Ex. Uma maratona possui aproximadamente 42 km de extensão. Um corredor percorreu 36000 metros. Qual a razão entre o que falta para percorrer em relação à extensão da prova?

Veja que agora estamos tentando relacionar metros com quilômetros. Para isso, deve-se converter uma das unidades, vamos utilizar "km":

$$36000 \text{ m} = 36 \text{ km}$$

Como é pedida a razão entre o que falta em relação ao total, temos que:

$$r = \frac{42 \text{ km} - 36 \text{ km}}{42 \text{ km}} = \frac{6 \text{ km}}{42 \text{ km}} = \frac{1}{7}$$

Ex. Uma sala tem 8 m de comprimento. Esse comprimento é representado num desenho por 20 cm. Qual é a razão entre o comprimento representado no desenho e o comprimento real?

Convertendo o comprimento real para cm, temos que:

$$e = \frac{20 \text{ cm}}{800 \text{ cm}} = \frac{1}{40}$$



#### #FicaDica

A razão entre um comprimento no desenho e o correspondente comprimento real, chama-se escala

**Razão entre grandezas de espécies diferentes:** É possível também relacionar espécies diferentes e isto está normalmente relacionado a unidades utilizadas na física:

Ex. Considere um carro que às 9 horas passa pelo quilômetro 30 de uma estrada e, às 11 horas, pelo quilômetro 170. Qual a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no traslado?

Para montarmos a razão, precisamos obter as informações:

$$\text{Distância percorrida: } 170 \text{ km} - 30 \text{ km} = 140 \text{ km}$$

$$\text{Tempo gasto: } 11 \text{ h} - 9 \text{ h} = 2 \text{ h}$$

Calculamos a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para isso:

$$v = \frac{140 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{70}{1} = 70 \text{ km/h}$$

Como são duas espécies diferentes, a razão entre elas será uma espécie totalmente diferente das outras duas.



#### #FicaDica

A razão entre uma distância e uma medida de tempo é chamada de velocidade.

Ex. A Região Sudeste (Espírito Santo, Minas Gerais, Rio de Janeiro e São Paulo) tem uma área aproximada de 927 286 km<sup>2</sup> e uma população de 66 288 000 habitantes, aproximadamente, segundo estimativas projetadas pelo

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para o ano de 1995. Qual a razão entre o número de habitantes e a área total?

Dividindo-se o número de habitantes pela área, obtemos o número de habitantes por km<sup>2</sup> (hab./km<sup>2</sup>):

$$d = \frac{66288000 \text{ hab}}{927286 \text{ km}^2} = 71,5 \frac{\text{hab}}{\text{km}^2}$$



#### #FicaDica

A razão entre o número de habitantes e a área deste local é denominada densidade demográfica.

Ex. Um carro percorreu, na cidade, 83,76 km com 8 L de gasolina. Dividindo-se o número de quilômetros percorridos pelo número de litros de combustível consumidos, teremos o número de quilômetros que esse carro percorre com um litro de gasolina:

$$c = \frac{83,76 \text{ km}}{8 \text{ l}} = 10,47 \frac{\text{km}}{\text{l}}$$



#### #FicaDica

A razão entre a distância percorrida em relação a uma quantidade de combustível é definida como "consumo médio"

#### Proporção

A definição de proporção é muito simples, pois se trata apenas da igualdade de razões.

Na proporção  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$  (lê-se: "3 está para 5 assim

como 6 está para 10").

Observemos que o produto  $3 \cdot 10 = 30$  é igual ao produto  $5 \cdot 6 = 30$ , o que caracteriza a propriedade fundamental das proporções



#### #FicaDica

Se multiplicarmos em cruz (ou em x), teremos que os produtos entre o numeradores e os denominadores da outra razão serão iguais.

Ex. Na igualdade  $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ , temos  $2 \times 9 = 3 \times 6 = 18$ , logo, temos uma proporção.

Ex. Na bula de um remédio pediátrico recomenda-se a seguinte dosagem: 7 gotas para cada 3 kg do "peso" da criança. Se uma criança tem 15 kg, qual será a dosagem correta?

Como temos que seguir a receita, temos que atender a proporção, assim, chamaremos de  $x$  a quantidade de gotas a serem ministradas:

$$\frac{7 \text{ gotas}}{3 \text{ kg}} = \frac{x \text{ gotas}}{15 \text{ kg}}$$

Logo, para atendermos a proporção, precisaremos encontrar qual o número que atenderá a proporção. Multiplicando em cruz, temos que:

$$3x = 105$$

$$x = \frac{105}{3}$$

$$x = 35 \text{ gotas}$$

Ou seja, para uma criança de 30 kg, deve-se ministrar 35 gotas do remédio, atendendo a proporção.

**Outro jeito de ver a proporção:** Já vimos que uma proporção é verdadeira quando realizamos a multiplicação em cruz e encontramos o mesmo valor nos dois produtos. Outra maneira de verificar a proporção é verificar se as duas razões que estão sendo igualadas são frações equivalentes. Lembra deste conceito?



#### FIQUE ATENTO!

Uma fração é equivalente a outra quando podemos multiplicar (ou dividir) o numerador e o denominador da fração por um mesmo número, chegando ao numerador e denominador da outra fração.

Ex.  $\frac{4}{3}$  e  $\frac{12}{9}$  são frações equivalentes, pois:

$$4x = 12 \rightarrow x = 3$$

$$3x = 9 \rightarrow x = 3$$

Ou seja, o numerador e o denominador de  $\frac{4}{3}$  quando multiplicados pelo mesmo número (3), chegam ao numerador e denominador da outra fração, logo, elas são equivalentes e conseqüentemente, proporcionais.

Agora vamos apresentar algumas propriedades da proporção:

**a) Soma dos termos:** Quando duas razões são proporcionais, podemos criar outra proporção somando os numeradores com os denominadores e dividindo pelos numeradores (ou denominadores) das razões originais:

$$\frac{5}{2} = \frac{10}{4} \rightarrow \frac{5+2}{5} = \frac{10+4}{10} \rightarrow \frac{7}{5} = \frac{14}{10}$$

ou

$$\frac{5}{2} = \frac{10}{4} \rightarrow \frac{5+2}{2} = \frac{10+4}{4} \rightarrow \frac{7}{2} = \frac{14}{4}$$

**b) Diferença dos termos:** Analogamente a soma, temos também que se realizarmos a diferença entre os termos, também chegaremos em outras proporções:

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6} \rightarrow \frac{4-3}{4} = \frac{8-6}{8} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

ou

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6} \rightarrow \frac{4-3}{3} = \frac{8-6}{6} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

**c) Soma dos antecedentes e consequentes:** A soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes assim como cada antecedente está para o seu consequente:

$$\frac{12}{8} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{12+3}{8+2} = \frac{15}{10} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

**d) Diferença dos antecedentes e consequentes:** A soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes assim como cada antecedente está para o seu consequente:

$$\frac{12}{8} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{12-3}{8-2} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$



#### FIQUE ATENTO!

Usamos razão para fazer comparação entre duas grandezas. Assim, quando dividimos uma grandeza pela outra estamos comparando a primeira com a segunda. Enquanto proporção é a igualdade entre duas razões.



#### EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. O estado de Tocantins ocupa uma área aproximada de 278.500 km<sup>2</sup>. De acordo com o Censo/2000 o Tocantins tinha uma população de aproximadamente 1.156.000 habitantes. Qual é a densidade demográfica do estado de Tocantins?

**Resposta :** A densidade demográfica é definida como a razão entre o número de habitantes e a área ocupada:

$$d = \frac{1\ 156\ 000 \text{ hab.}}{278\ 500 \text{ km}^2} = 4,15 \text{ hab/km}^2$$

2. Se a área de um retângulo ( $A_1$ ) mede 300 cm<sup>2</sup> e a área de um outro retângulo ( $A_2$ ) mede 100 cm<sup>2</sup>, qual é o valor da razão entre as áreas ( $A_1$ ) e ( $A_2$ )?

**Resposta :** Ao fazermos a razão das áreas, temos:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{300}{100} = 3$$

Então, isso significa que a área do retângulo 1 é 3 vezes maior que a área do retângulo 2.

### 3.(CELESC – Assistente Administrativo – FEPESE/2016)

Dois amigos decidem fazer um investimento conjunto por um prazo determinado. Um investe R\$ 9.000 e o outro R\$ 16.000. Ao final do prazo estipulado obtêm um lucro de R\$ 2.222 e decidem dividir o lucro de maneira proporcional ao investimento inicial de cada um. Portanto o amigo que investiu a menor quantia obtém com o investimento um lucro:

- a) Maior que R\$ 810,00
- b) Maior que R\$ 805,00 e menor que R\$ 810,00
- c) Maior que R\$ 800,00 e menor que R\$ 805,00
- d) Maior que R\$ 795,00 e menor que R\$ 800,00
- e) Menor que R\$ 795,00

**Resposta : Letra D.** Ambos aplicaram R\$ 9000,00+R\$ 16000,00=R\$ 25000,00 e o lucro de R\$ 2222,00 foi sobre este valor. Assim, constrói-se uma proporção entre o valor aplicado (neste caso, R\$ 9000,00, pois o exercício quer o lucro de quem aplicou menos) e seu respectivo lucro:

$$\frac{9000}{x} = \frac{25000}{2222} \rightarrow 25x = 19998 \rightarrow x = \text{R\$ } 799,92$$

4. Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios como, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por descarga em vez dos 15 litros utilizados por bacias sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?

**Resposta:** Se x for o número de litros de água despejadas pela bacia ecológica, tem-se que:

$$15/60=6/x \rightarrow 15x=6 \cdot 60 \rightarrow 15x=360$$

Logo:  $x=360/15=24$  litros.

Então, a economia de água foi de  $(60-24) = 36$  litros.

## PORCENTAGEM.

### Porcentagem

A definição de porcentagem passa pelo seu próprio nome, pois é uma fração de denominador centesimal, ou seja, é uma fração de denominador 100. Representamos porcentagem pelo % e lê-se: "por cento".

Deste modo, a fração  $\frac{50}{100}$  ou qualquer uma equivalente a ela é uma porcentagem que podemos representar por 50%.

A porcentagem nada mais é do que uma razão, que representa uma "parte" e um "todo" a qual referimos como 100%. Assim, de uma maneira geral, temos que:

$$A = \frac{p}{100} \cdot V$$

Onde A, é a parte, p é o valor da porcentagem e V é o todo (100%). Assim, os problemas básicos de porcentagem se resumem a três tipos:

### Cálculo da parte (Conheço p e V e quero achar A):

Para calcularmos uma porcentagem de um valor V, basta multiplicarmos a fração correspondente, ou seja,  $\frac{p}{100}$  por V. Assim:

$$\text{P\% de } V = A = \frac{p}{100} \cdot V$$

$$\text{Ex. } 23\% \text{ de } 240 = \frac{23}{100} \cdot 240 = 55,2$$

Ex. Em uma pesquisa de mercado, constatou-se que 67% de uma amostra assistem a certo programa de TV. Se a população é de 56.000 habitantes, quantas pessoas assistem ao tal programa?

Aqui, queremos saber a "parte" da população que assiste ao programa de TV, como temos a porcentagem e o total, basta realizarmos a multiplicação:

$$67\% \text{ de } 56000 = A = \frac{67}{100} \cdot 56000 = 37520$$

Resp. 37 520 pessoas.

**Cálculo da porcentagem (conheço A e V e quero achar p):** Utilizaremos a mesma relação para achar o valor de p e apenas precisamos rearranjar a mesma:

$$A = \frac{p}{100} \cdot V \rightarrow p = \frac{A}{V} \cdot 100$$

Ex. Um time de basquete venceu 10 de seus 16 jogos. Qual foi sua porcentagem de vitórias?

Neste caso, o exercício quer saber qual a porcentagem de vitórias que esse time obteve, assim:

$$p = \frac{A}{V} \cdot 100 = \frac{10}{16} \cdot 100 = 62,5\%$$

Resp: O time venceu 62,5% de seus jogos.

Ex. Em uma prova de concurso, o candidato acertou 48 de 80 questões. Se para ser aprovado é necessário acertar 55% das questões, o candidato foi ou não foi aprovado?

Para sabermos se o candidato passou, é necessário calcular sua porcentagem de acertos:

$$p = \frac{A}{V} \cdot 100 = \frac{48}{80} \cdot 100 = 60\% > 55\%$$

Logo, o candidato foi aprovado.

### Cálculo do todo (conheço p e A e quero achar V):

No terceiro caso, temos interesse em achar o total (Nosso 100%) e para isso basta rearranjar a equação novamente:

$$A = \frac{p}{100} \cdot V \rightarrow p = \frac{A}{V} \cdot 100 \rightarrow V = \frac{A}{p} \cdot 100$$

Ex. Um atirador tem taxa de acerto de 75% de seus tiros ao alvo. Se em um treinamento ele acertou 15 tiros, quantos tiros ele deu no total?

Neste caso, o problema gostaria de saber quanto vale o "todo", assim:

$$V = \frac{A}{p} \cdot 100 = \frac{15}{75} \cdot 100 = 0,2 \cdot 100 = 20 \text{ tiros}$$

**Forma Decimal:** Outra forma de representação de porcentagens é através de números decimais, pois todos eles pertencem à mesma classe de números, que são os números racionais. Assim, para cada porcentagem, há um número decimal equivalente. Por exemplo, 35% na forma decimal seriam representados por 0,35. A conversão é muito simples: basta fazer a divisão por 100 que está representada na forma de fração:

$$75\% = \frac{75}{100} = 0,75$$

### Aumento e desconto percentual

Outra classe de problemas bem comuns sobre porcentagem está relacionada ao aumento e a redução percentual de um determinado valor. Usaremos as definições apresentadas anteriormente para mostrar a teoria envolvida

**Aumento Percentual:** Consideremos um valor inicial  $V$  que deve sofrer um aumento de  $p\%$  de seu valor. Chamemos de  $V_A$  o valor após o aumento. Assim:

$$V_A = V + \frac{p}{100} \cdot V$$

Fatorando:

$$V_A = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot V$$

Em que  $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$  será definido como fator de aumento, que pode estar representado tanto na forma de fração ou decimal.

**Desconto Percentual:** Consideremos um valor inicial  $V$  que deve sofrer um desconto de  $p\%$  de seu valor. Chamemos de  $V_D$  o valor após o desconto.

$$V_D = V - \frac{p}{100} \cdot V$$

Fatorando:

$$V_D = \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot V$$

Em que  $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$  será definido como fator de desconto, que pode estar representado tanto na forma de fração ou decimal.

Ex. Uma empresa admite um funcionário no mês de janeiro sabendo que, já em março, ele terá 40% de aumento. Se a empresa deseja que o salário desse funcionário, a partir de março, seja R\$ 3 500,00, com que salário deve admiti-lo?

Neste caso, o problema deu o valor de  $V_2$  e gostaria de saber o valor de  $V$ , assim:

$$V_A = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot V$$

$$3500 = \left(1 + \frac{40}{100}\right) \cdot V$$

$$3500 = (1+0,4) \cdot V$$

$$3500 = 1,4 \cdot V$$

$$V = \frac{3500}{1,4} = 2500$$

Resp. R\$ 2 500,00

Ex. Uma loja entra em liquidação e pretende abaixar em 20% o valor de seus produtos. Se o preço de um deles é de R\$ 250,00, qual será seu preço na liquidação?

Aqui, basta calcular o valor de  $V_D$ :

$$V_D = \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot V$$

$$V_D = \left(1 - \frac{20}{100}\right) \cdot 250,00$$

$$V_D = (1 - 0,2) \cdot 250,00$$

$$V_D = (0,8) \cdot 250,00$$

$$V_D = 200,00$$

Resp. R\$ 200,00



### FIQUE ATENTO!

Em alguns problemas de porcentagem são necessários cálculos sucessivos de aumentos ou descontos percentuais. Nesses casos é necessário ter atenção ao problema, pois erros costumeiros ocorrem quando se calcula a porcentagem do valor inicial para obter todos os valores finais com descontos ou aumentos. Na verdade, esse cálculo só pode ser feito quando o problema diz que **TODOS** os descontos ou aumentos são dados a uma porcentagem do valor inicial. Mas em geral, os cálculos são feitos como mostrado no texto a seguir.

**Aumentos e Descontos Sucessivos:** Consideremos um valor inicial  $V$ , e vamos considerar que ele irá sofrer dois aumentos sucessivos de  $p_1\%$  e  $p_2\%$ . Sendo  $V_1$  o valor após o primeiro aumento, temos:

$$V_1 = V \cdot \left(1 + \frac{p_1}{100}\right)$$

Sendo  $V_2$  o valor após o segundo aumento, ou seja, após já ter aumentado uma vez, temos que:

$$V_2 = V_1 \cdot \left(1 + \frac{p_2}{100}\right)$$

Como temos também uma expressão para  $V_1$ , basta substituir:

$$V_2 = V \cdot \left(1 + \frac{p_1}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p_2}{100}\right)$$