

Escola de Sargentos das Armas

ESA

Curso de Formação e Graduação de Sargentos

Obra

ESA - Escola de Sargentos das Armas

Curso de Formação e Graduação de Sargentos

Autores

MATEMÁTICA • Kairton Batista (Prof.º Kaká) e Sérgio Mendes

PORTUGUÊS • Monalisa Costa, Ana Cátia Collares, Giselli Neves, Gabriela Coelho, Rebecca Soares e Nelson Sartori

HISTÓRIA E GEOGRAFIA DO BRASIL • Jean Talvani, Otávio Massaro e Zé Soares

INGLÊS • Rebecca Soares

Edição:

Abril/2021

Todos os direitos autorais dessa obra são reservados e protegidos pela Lei nº 9.610/1998. É proibida a reprodução parcial ou total, por qualquer meio, sem autorização prévia expressa por escrito pela editora Nova Concursos.

Essa obra é vendida sem a garantia de atualização futura. No caso de atualizações voluntárias e erratas, serão disponibilizadas no site www.novaconcursos.com.br. Para acessar, clique em "Erratas e Retificações", no rodapé da página, e siga as orientações.

Produção Editorial

Carolina Gomes
Josiane Inácio
Karolaine Assis

Organização

Roberth Kairo
Saula Isabela Diniz

Revisão de Conteúdo

Ana Cláudia Prado
Fernanda Silva
Jaíne Martins
Maciel Rigoni
Nataly Ternero

Análise de Conteúdo

Ana Beatriz Mamede
Arthur de Carvalho
João Augusto Borges

Diagramação

Dayverson Ramon
Higor Moreira
Lucas Gomes
Willian Lopes

Capa



Joel Ferreira dos Santos

Projeto Gráfico

Daniela Jardim & Rene Bueno



Dúvidas

www.novaconcursos.com.br/contato 
sac@novaconcursos.com.br 

APRESENTAÇÃO

Um bom planejamento de seus estudos é determinante para sua preparação de sucesso na busca pela tão almejada aprovação em um cargo público. Por isso, pensando no máximo aproveitamento de seus estudos, esse livro foi organizado de acordo com os itens do *Edital Nº 3/SCA de 05/04/2021 da Escola de Sargento das Armas (ESA)*. Os assuntos foram didaticamente reunidos em um sumário planejado para otimizar o seu tempo e o seu aprendizado.

Ao longo da teoria, você encontrará boxes – *Importante e Dica* – com orientações, macetes e conceitos fundamentais cobrados nas provas, além de *Questões Comentadas* das principais bancas para complementar seus estudos. E para treinar seus conhecimentos, a seção *Hora de Praticar*, trazendo exercícios gabaritados da banca organizadora do último certame.

A obra que você tem em suas mãos é resultado da competência de nosso time editorial e da vasta experiência de nossos professores e autores parceiros – muitos também responsáveis pelas aulas que você encontra em nossos *Cursos Online* – o que será um diferencial na sua preparação. Nosso time faz tudo pensando no seu sonho de ser aprovado em um concurso público. Agora é com você!

Intensifique ainda mais a sua preparação acessando o *Bônus* disponível *online* para este livro em nossa plataforma: curso com *10 horas* de videoaulas, conforme os assuntos cobrados na última prova. Para acessar, basta seguir as orientações na próxima página.

SUMÁRIO

MATEMÁTICA.....	15
■ TEORIA DOS CONJUNTOS E CONJUNTOS NUMÉRICOS.....	15
REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS, SUBCONJUNTOS, OPERAÇÕES.....	15
União, Interseção, Diferença e Complementar. Conjunto Universo e Conjunto Vazio.....	15
CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS E INTEIROS	20
Operações Fundamentais, Número de Divisores, Máximo Divisor Comum e Mínimo Múltiplo Comum ..	20
CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS	25
Operações Fundamentais	25
Representação Fracionária e Decimal.....	25
CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS	26
Razões e Proporções, Grandezas Diretamente e Indiretamente Proporcionais e Porcentagem	26
NÚMEROS COMPLEXOS	31
Operações, Módulo, Conjugado de um Número Complexo, Representações Algébrica e Trigonométrica. Representação no Plano de Argand - Gauss, Potencialização e Radiciação. Extração de Raízes. Fórmulas de Moivre. Resolução de Equações Binomiais e Trinomiais.....	31
■ FUNÇÕES	39
DEFINIÇÃO, DOMÍNIO, IMAGEM, CONTRADOMÍNIO, FUNÇÕES INJETORAS, SOBREJETORAS E BIJETORAS, FUNÇÕES PARES E ÍMPARES, FUNÇÕES PERIÓDICAS, FUNÇÕES COMPOSTAS E RELAÇÕES.....	39
RAIZ DE UMA FUNÇÃO.....	42
FUNÇÃO CONSTANTE, FUNÇÃO CRESCENTE, FUNÇÃO DECRESCENTE.....	42
FUNÇÃO DEFINIDA POR MAIS DE UMA SENTENÇA	43
FUNÇÃO INVERSA E SEU GRÁFICO.....	43
■ FUNÇÃO LINEAR, FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO QUADRÁTICA.....	44
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM, CARACTERÍSTICAS	44
VARIAÇÕES DE SINAL	47
INEQUAÇÃO PRODUTO E INEQUAÇÃO QUOCIENTE	48
MÁXIMOS E MÍNIMOS.....	49
■ FUNÇÃO MODULAR	49
DEFINIÇÃO, GRÁFICO, DOMÍNIO E IMAGEM DA FUNÇÃO MODULAR.....	49

EQUAÇÕES MODULARES	50
INEQUAÇÕES MODULARES	50
■ FUNÇÃO EXPONENCIAL.....	51
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM, CARACTERÍSTICAS DA FUNÇÃO EXPONENCIAL E LOGARITMOS DECIMAIS	51
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS	51
■ FUNÇÃO LOGARÍTMICA	52
DEFINIÇÃO DE LOGARITMO E PROPRIEDADES OPERATÓRIAS	52
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA.....	52
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES LOGARÍTMICAS	53
■ TRIGONOMETRIA	56
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO (SENO, COSSENO E TANGENTE).....	56
ARCOS NOTÁVEIS.....	57
IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTAIS.....	59
MEDIDAS DE ARCOS E ÂNGULOS.....	61
UNIDADES DE MEDIDAS DE ARCOS E ÂNGULOS: O GRAU E O RADIANO	61
Medida de um Arco em Graus	61
Medida de um Arco em Radianos.....	61
REDUÇÃO	62
Redução ao 1º Quadrante	62
FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	64
RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS EM UM TRIÂNGULO QUALQUER	69
TRANSFORMAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS, ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE ARCOS	71
FÓRMULAS DO ARCO DUPLO	71
FÓRMULAS DO ARCO METADE	72
TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO	73
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES	73
■ CONTAGEM E ANÁLISE COMBINATÓRIA	77
FATORIAL	78
Definição e Operações.....	78
PRINCÍPIOS MULTIPLICATIVOS E ADITIVO DA CONTAGEM	78

ARRANJOS, COMBINAÇÕES E PERMUTAÇÕES.....	79
BINÔMIO DE NEWTON: DESENVOLVIMENTO, COEFICIENTES BINOMIAIS E TERMO GERAL.....	81
■ PROBABILIDADE	83
EXPERIMENTO ALEATÓRIO, EXPERIMENTO AMOSTRAL, ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO	83
PROBABILIDADE EM ESPAÇOS AMOSTRAIS EQUIPROVÁVEIS	84
PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS	84
PROPRIEDADES DAS PROBABILIDADES	85
PROBABILIDADE CONDICIONAL	86
PROBABILIDADE DE DOIS EVENTOS SUCESSIVOS E EXPERIMENTOS BINOMIAIS	86
■ MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES.....	91
OPERAÇÕES COM MATRIZES (ADIÇÃO, MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR, TRANSPOSIÇÃO E PRODUTO).....	91
MATRIZ INVERSA	94
DETERMINANTE DE UMA MATRIZ: DEFINIÇÃO E PROPRIEDADE	94
SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES	97
■ SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E PROGRESSÕES.....	102
SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS	102
Números Primos	102
PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: TERMO GERAL, SOMA DOS TERMOS E PROPRIEDADES.....	102
PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS (FINITAS E INFINITAS): TERMO GERAL, SOMA DOS TERMOS E PROPRIEDADES	104
■ GEOMETRIA ESPACIAL DE POSIÇÃO	106
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS RETAS	106
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DOIS PLANOS.....	106
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E PLANO	107
PERPENDICULARIDADE ENTRE DUAS RETAS, ENTRE DOIS PLANOS E ENTRE RETA E PLANO	107
PROJEÇÃO ORTOGONAL	107
■ GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA	108
PRISMAS	108
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas, Volumes e Troncos	108

PIRÂMIDE	109
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas, Volumes e Troncos	109
CILINDRO	111
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas, Volumes e Troncos	111
CONE	112
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas, Volumes e Troncos	112
ESFERA	114
Elementos, Seção da Esfera, Área, Volumes e Partes da Esfera	114
INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO DE SÓLIDOS	114
GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA	116
PONTO	116
O Plano Cartesiano, Distância entre dois Pontos, Ponto Médio de um Segmento e Condição de Alinhamento de três Pontos.....	116
RETA	117
Equações Geral e Reduzida.....	117
Interseção de Retas	118
Paralelismo e Perpendicularidade	118
Ângulo entre Duas Retas	118
Distância entre Ponto e Reta e Distância entre duas Retas.....	119
Bissetrizes do Ângulo entre duas Retas.....	119
Área de um Triângulo e Inequações do Primeiro Grau com duas Variáveis.....	119
CIRCUNFERÊNCIA	120
Equações Geral e Reduzida.....	120
Posições Relativas entre Ponto e Circunferência	121
Reta e Circunferência e duas Circunferências	121
Problemas de Tangência	122
Equações e Inequações do Segundo Grau com Duas Variáveis	123
ELIPSE	125
Definição.....	125
Equações	125
Posições Relativas entre Ponto e Elipse	125
Posições Relativas entre Reta e Elipse.....	125
HIPÉRBOLE	127
Definição.....	127

Equações da Hipérbole	127
Posições Relativas entre Ponto e Hipérbole	127
Posições Relativas entre Reta e Hipérbole	127
Equações das Assíntotas da Hipérbole	128
PARÁBOLA	129
Definição	129
Equações	129
Posições Relativas entre Ponto e Parábola	129
Posições Relativas entre Reta e Parábola	130
RECONHECIMENTO DE CÔNICAS A PARTIR DE SUA EQUAÇÃO GERAL	130
■ GEOMETRIA PLANA	133
ÂNGULO	133
Definição, Elementos e Propriedades	133
ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA	135
PARALELISMO E PERPENDICULARIDADE	137
SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS	138
PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO	140
TRIÂNGULOS RETÂNGULOS, TEOREMA DE PITÁGORAS	141
RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIÂNGULOS (RETÂNGULOS E QUAISQUER)	141
FEIXE DE RETAS PARALELAS E TRANSVERSAIS, TEOREMA DE TALES	142
TEOREMA DAS BISSETRIZES INTERNAS E EXTERNAS DE UM TRIÂNGULO	143
POLÍGONOS, POLÍGONOS REGULARES, CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS	143
PERÍMETRO E ÁREA DE POLÍGONOS, POLÍGONOS REGULARES, CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS	145
QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS	146
FÓRMULA DE HERON (HIERÃO)	149
CONGRUÊNCIA DE FIGURAS PLANAS	150
RAZÃO ENTRE ÁREAS	151
INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO	151
■ POLINÔMIOS	154
FUNÇÃO POLINOMIAL	154
Grau de um Polinômio	154
Valor Numérico de um Polinômio (Raiz)	154

Polinômios Idênticos	155
Polinômio Nulo	155
OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS	155
Divisão de Polinômios	156
Teorema do Resto	156
Teorema de D'Alembert	156
Dispositivo Prático de Briot-Ruffini	156
EQUAÇÕES POLINOMIAIS TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA, RAÍZES RACIONAIS, TEOREMA DA DECOMPOSIÇÃO E RAÍZES RACIONAIS	157
Equações Polinomiais	157
Raiz ou Zero de uma Equação Polinomial (Raízes Reais) – Raízes Racionais	157
TFA: Teorema Fundamental da Álgebra (ou Teorema da Decomposição) – Fatoração de um Polinômio	157
Produtos Notáveis – Fatoração de um Polinômio	158
RELAÇÕES DE GIRARD, RELAÇÃO ENTRE COEFICIENTES E RAÍZES, FATORAÇÃO, MULTIPLICIDADE DE RAÍZES E PRODUTOS NOTÁVEIS	158
RAÍZES IMAGINÁRIAS E TEOREMA DE BOLZANO	160
LÍNGUA PORTUGUESA	165
LEITURA, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DE TEXTOS; LEITURA, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS PRESENTES EM UM TEXTO E O RESPECTIVO RELACIONAMENTO COM O UNIVERSO EM QUE O TEXTO FOI PRODUZIDO	165
CORRETA ESCRITA DAS PALAVRAS DA LÍNGUA PORTUGUESA	168
FONÉTICA	168
PARTIÇÃO SILÁBICA	169
ORTOGRAFIA	169
ACENTUAÇÃO GRÁFICA	170
PONTUAÇÃO	171
MORFOLOGIA	174
ESTRUTURA E FORMAÇÃO DAS PALAVRAS E CLASSES DE PALAVRAS	174
MORFOSSINTAXE	178
FRASE, ORAÇÃO E PERÍODO	178
TERMOS DA ORAÇÃO E ORAÇÕES DO PERÍODO (DESENVOLVIDAS E REDUZIDAS)	179
FUNÇÕES SINTÁTICAS DO PRONOME RELATIVO	190

SINTAXE DE REGÊNCIA (VERBAL E NOMINAL).....	200
SINTAXE DE CONCORDÂNCIA (VERBAL E NOMINAL).....	192
SINTAXE DE COLOCAÇÃO.....	198
■ NOÇÕES DE VERSIFICAÇÃO	198
ESTRUTURA DO VERSO, TIPOS DE VERSO, RIMA, ESTROFAÇÃO E POEMAS DE FORMA FIXA	198
■ TEORIA DA LINGUAGEM E SEMÂNTICA.....	200
HISTÓRIA DA LÍNGUA PORTUGUESA	200
LINGUAGEM, LÍNGUA, DISCURSO E ESTILO.....	200
NÍVEIS DE LINGUAGEM E FUNÇÕES DA LINGUAGEM	201
FIGURAS DE LINGUAGEM E SIGNIFICADO DAS PALAVRAS	204
■ INTRODUÇÃO À LITERATURA.....	211
A ARTE LITERÁRIA, OS GÊNEROS LITERÁRIOS E A EVOLUÇÃO DA ARTE LITERÁRIA, EM PORTUGAL E NO BRASIL.....	211
■ LITERATURA BRASILEIRA.....	215
CONTEXTO HISTÓRICO, CARACTERÍSTICAS, PRINCIPAIS AUTORES E OBRAS DO QUINHENTISMO	215
BARROCO.....	216
ARCADISMO.....	217
ROMANTISMO	217
REALISMO	218
NATURALISMO	219
IMPRESSIONISMO.....	219
PARNASIANISMO	220
SIMBOLISMO	220
PRÉ-MODERNISMO E MODERNISMO	221
■ REDAÇÃO, GÊNERO TEXTUAL, TEXTUALIDADE E ESTILO.....	225
TEXTO E CONTEXTO	250
O TEXTO NARRATIVO.....	251
O Enredo, o Tempo, o Espaço e o Narrador.....	251
A Técnica da Descrição	252
O Texto Argumentativo.....	254
O Tema e a Impessoalidade.....	253

A CARTA ARGUMENTATIVA	257
A CRÔNICA ARGUMENTATIVA	257
A ARGUMENTAÇÃO E A PERSUASÃO	258
O TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO	258
A CONSISTÊNCIA DOS ARGUMENTOS E A CONTRA-ARGUMENTAÇÃO	258
O PARÁGRAFO	259
A INFORMATIVIDADE E O SENSO COMUM.....	259
FORMAS DE DESENVOLVIMENTO DO TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO, A INTRODUÇÃO E A CONCLUSÃO	259
ALTERAÇÕES INTRODUZIDAS NA ORTOGRAFIA DA LÍNGUA PORTUGUESA PELO ACORDO ORTOGRÁFICO	259
HISTÓRIA E GEOGRAFIA DO BRASIL.....	271
■ A EXPANSÃO ULTRAMARINA EUROPEIA DOS SÉCULOS XV E XVI.....	271
■ O SISTEMA COLONIAL PORTUGUÊS NA AMÉRICA	271
ESTRUTURA POLÍTICO-ADMINISTRATIVA, SOCIOECONÔMICA, INVASÕES ESTRANGEIRAS	271
EXPANSÃO TERRITORIAL: INTERIORIZAÇÃO E FORMAÇÃO DAS FRONTEIRAS, AS REFORMAS POMBALINAS E AS REBELIÕES COLONIAIS	274
MOVIMENTOS E TENTATIVAS EMANCIPACIONISTAS.....	275
A PRESENÇA BRITÂNICA NO BRASIL.....	277
MOVIMENTOS EMANCIPACIONISTAS E A INDEPENDÊNCIA DO BRASIL.....	278
■ O PERÍODO JOANINO E A INDEPENDÊNCIA	279
A TRANSFERÊNCIA DA CORTE, OS TRATADOS, AS PRINCIPAIS MEDIDAS DE D. JOÃO VI NO BRASIL, A POLÍTICA JOANINA	279
■ BRASIL IMPERIAL	281
PRIMEIRO REINADO E PERÍODO REGENCIAL: ASPECTOS ADMINISTRATIVOS, MILITARES, CULTURAIS, ECONÔMICOS, SOCIAIS E TERRITORIAIS.....	281
■ OS PARTIDOS POLÍTICOS	282
SEGUNDO REINADO: ASPECTOS ADMINISTRATIVOS, MILITARES, ECONÔMICOS, SOCIAIS E TERRITORIAIS.....	283
CRISE DA MONARQUIA E PROCLAMAÇÃO DA REPÚBLICA	283
■ BRASIL REPÚBLICA	283

ASPECTOS ADMINISTRATIVOS, CULTURAIS, ECONÔMICOS, SOCIAIS E TERRITORIAIS, REVOLTAS, CRISES E CONFLITOS.....	283
A PARTICIPAÇÃO BRASILEIRA NA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL.....	303
■ O TERRITÓRIO NACIONAL	304
A CONSTRUÇÃO DO ESTADO E DA NAÇÃO, A OBRA DE FRONTEIRAS, FUSOS HORÁRIOS E A FEDERAÇÃO BRASILEIRA	304
O ESPAÇO BRASILEIRO: RELEVO, CLIMAS, VEGETAÇÃO, HIDROGRAFIA E SOLOS.....	318
POLÍTICAS TERRITORIAIS: MEIO AMBIENTE	323
MODELO ECONÔMICO BRASILEIRO: O PROCESSO DE INDUSTRIALIZAÇÃO, O ESPAÇO INDUSTRIAL, A ENERGIA E O MEIO AMBIENTE, OS COMPLEXOS AGROINDUSTRIAIS E OS EIXOS DE CIRCULAÇÃO E OS CUSTOS DE DESLOCAMENTO.....	326
A POPULAÇÃO BRASILEIRA: A SOCIEDADE NACIONAL, A NOVA DINÂMICA DEMOGRÁFICA, OS TRABALHADORES E O MERCADO DE TRABALHO, A QUESTÃO AGRÁRIA, POBREZA E EXCLUSÃO SOCIAL E O ESPAÇO DAS CIDADES	335
■ POLÍTICAS TERRITORIAIS E REGIONAIS: A AMAZÔNIA, O NORDESTE, O MERCOSUL E A AMÉRICA DO SUL.....	339
INGLÊS	347
■ COMPETÊNCIAS E HABILIDADES	347
■ COMPREENDER A UTILIZAÇÃO DE MECANISMOS DE COESÃO E COERÊNCIA NA PRODUÇÃO ESCRITA.....	347
■ COMPREENDER DE QUE FORMA DETERMINADA EXPRESSÃO PODE SER INTERPRETADA EM RAZÃO DE ASPECTOS SOCIAIS E/OU CULTURAIS	347
■ ANALISAR OS RECURSOS EXPRESSIVOS DA LINGUAGEM VERBAL, RELACIONANDO TEXTOS E CONTEXTOS MEDIANTE A NATUREZA, FUNÇÃO, ORGANIZAÇÃO, ESTRUTURA, DE ACORDO COM AS CONDIÇÕES DE PRODUÇÃO	348
■ CONTEÚDOS LINGÜÍSTICOS TEXTUAIS.....	349
■ DENOTAÇÃO E CONOTAÇÃO	352
■ SINONÍMIA E ANTONÍMIA	354
■ CORRELAÇÃO MORFOLÓGICA, SINTÁTICA E/OU SEMÂNTICA.....	356
■ PRONOMES E SUAS REFERÊNCIAS	357
■ ARTIGOS (DEFINIDOS E INDEFINIDOS).....	360
■ SINGULAR E PLURAL.....	361
■ VERBOS NO TEMPO PRESENTE, PARA EXPRESSAR HÁBITOS E ROTINAS, EM SUAS FORMAS AFIRMATIVA, INTERROGATIVA OU NEGATIVA.....	363

■ VERBOS NO PRESENTE CONTÍNUO, PARA EXPRESSAR ATIVIDADES MOMENTÂNEAS E FUTURO, EM SUAS FORMAS AFIRMATIVA, INTERROGATIVA OU NEGATIVA.....	363
■ COMPARATIVO E SUPERLATIVO.....	364
■ ADJETIVOS E ADVÉRBIOS E SUAS POSIÇÕES NAS FRASES.....	365
■ QUANTIFICADORES (MANY, MUCH, FEW, LITTLE, A LOT OF).....	368

MATEMÁTICA

TEORIA DOS CONJUNTOS E CONJUNTOS NUMÉRICOS

A **Teoria de Conjuntos** deve ser vista como **um dos tópicos mais importantes** da Matemática Contemporânea.

É ela que dá **sustentação lógica** a outros tópicos inerentes à Matemática, como por exemplo: Funções, Probabilidade, Análise Combinatória, Polinômios, Progressões (Aritméticas e Geométricas) etc.

Acreditar nos alicerces estabelecidos por esta Teoria é ter a **garantia** de que o rigor matemático, a coesão e a elegância na exposição do conteúdo terão seu lugar de destaque garantidos.

REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS, SUBCONJUNTOS, OPERAÇÕES

União, interseção, diferença e complementar. Conjunto universo e conjunto vazio

No contexto da Teoria de Conjuntos, **três noções primitivas** são aceitas sem definição e, portanto, não necessitam de demonstração. São elas:

- Conjunto,
- Elemento;
- Pertinência entre Conjunto e Elemento.

Os **Conjuntos** (ou coleções) devem ser representados por letras latinas Maiúsculas: *A, B, C* etc.

Alguns exemplos de Conjuntos:

- $M = \{\text{janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro, dezembro}\}$ é o conjunto dos meses do ano que possuem 31 dias;
- $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ é o conjunto dos números primos até 19;
- $N = \{\text{Estados Unidos, Canadá, México}\}$ é o conjunto dos países da América do Norte.

Os **Elementos** referem-se aos objetos inerentes aos Conjuntos. Nos exemplos acima, cada um dos componentes dos Conjuntos apresentados são elementos destes (por exemplo: no conjunto dos números primos, cada número ali destacado representa um elemento deste conjunto).

A **Relação de Pertinência** entre Conjunto e Elemento estabelece a identificação entre estes. Para tanto utilizamos os símbolos \in (pertence) ou \notin (não pertence).

Nos exemplos acima temos algumas situações para destacar esta relação:

- O mês de abril não pertence ao conjunto M , ou simbolicamente, $\text{Abril} \notin M$;
- O número 11 pertence ao conjunto P , ou simbolicamente, $11 \in P$;
- O Haiti não pertence ao conjunto N , ou simbolicamente, $\text{Haiti} \notin N$.

REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS

Existem 3 maneiras distintas de se apresentar Conjuntos:

- Analítica,
- Sintética;
- Diagrama de Euler-Venn (ou simplesmente Diagrama).

Na representação **Analítica** destaca-se cada um dos elementos que pertencem a um determinado conjunto. Nos exemplos que foram mencionados acima (conjuntos M , P e N), todos eles foram representados desta maneira.

Na representação **Sintética** devemos destacar uma característica que seja comum a todos os elementos pertencentes a um conjunto qualquer. Nos exemplos que mencionamos acima, esta representação ficaria da seguinte maneira (abaixo Lê-se x/x como “ x é tal que x tem a propriedade”):

- $M = \{x / x \text{ é mês do ano com 31 dias}\}$;
- $P = \{x / x \text{ é número primo}\}$;
- $N = \{x / x \text{ é país da América do Norte}\}$.

Na representação por **Diagramas** devemos definir uma região (normalmente um círculo) onde devem ser representados todos os elementos pertencentes ao conjunto. Importante não esquecer de nomear o conjunto.

Observe as situações abaixo (já apresentados anteriormente) que são exemplos desta representação:

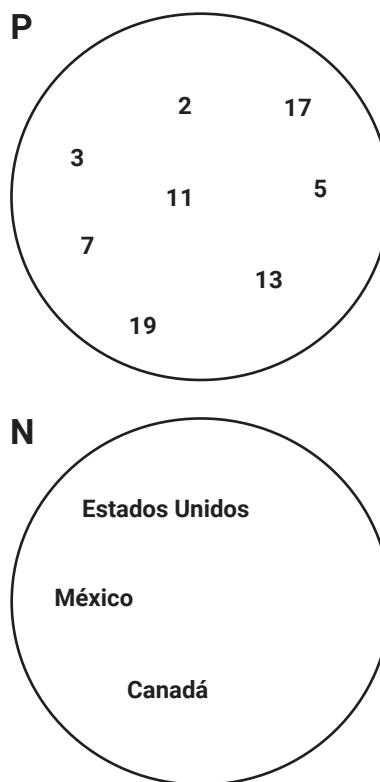


Figura 1. Representação de conjuntos por diagramas

CONJUNTO UNITÁRIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Unitário** quando ele apresentar exatamente um único elemento (ou objeto).

São **exemplos** de Conjuntos Unitários:

- $H = \{1986\}$ é o conjunto formado pelo ano do Século XX em que o Cometa Halley pôde ser visto por quem estava na Terra. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, 1986;
- $F = \{\text{Michael Phelps}\}$ é o conjunto formado pelo esportista que mais ganhou medalhas olímpicas. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, ele é composto pelo medalhista Norte-Americano Michael Phelps (ganhador de 28 medalhas olímpicas, em um total de 4 Olimpíadas que participou);
- Conjunto dos números primos pares. Neste caso, a este conjunto pertence somente o número 2.

CONJUNTO VAZIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Vazio** quando ele não apresentar elemento (ou objeto) algum. A notação utilizada para representar um Conjunto Vazio é: $\{\}$ ou \emptyset

Importante!

É muito comum as pessoas representarem o Conjunto Vazio da seguinte maneira: $\{\emptyset\}$

Na verdade, o que se tem aí é um conjunto que possui um único elemento que é o conjunto vazio.

Complicado?

O importante é não cometer este erro de forma alguma: utilize $\{\}$ ou \emptyset , e nunca as duas representações ao mesmo tempo!

São **exemplos** de Conjuntos Vazios:

- Conjunto dos meses que apresentam 32 dias;
- Países que fazem parte da América do Norte e que começam com a letra W;
- Número primo irracional;
- Seleção de Futebol que tenha conquistado 10 Copas do Mundo.

CONJUNTO UNIVERSO

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Universo** quando a ele pertencem todos os elementos.

No **exemplo** abaixo o conjunto universo considerado poderia ser os seguintes:

- Se fossemos escolher um aluno qualquer do 1º ano B do Ensino Médio de uma Escola que apresentasse uma determinada característica (como por exemplo o uso de óculos de grau), nosso Conjunto Universo poderia ser representado pela Turma ao qual o aluno pertence (no caso o 1º ano B), ou ainda a Escola onde ele estuda. Percebam que neste caso dá para escolher mais de um conjunto Universo.

Você poderá escolher o Conjunto Universo ao qual pertencem todos os elementos que são de seu interesse.

Dentre estes, você selecionará aqueles que apresentam a característica procurada (ou de interesse).

CONJUNTOS IGUAIS

Dois conjuntos A e B são **iguais** quando todo elemento de A pertence a B , e vice-versa.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$ (Lê-se: *A é igual a B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A se, e somente se, x pertence a B*).

Dois observações são bastante importantes e impactam diretamente na compreensão de outros conteúdos que dependem de Teoria de Conjuntos:

- A **ordem** na Teoria de Conjuntos não importa (não interfere)! Observe o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Se trocarmos a ordem dos elementos deste conjunto, como por exemplo $\{3, 1, 4, 2\}$, este conjunto continua recebendo o nome de A , pois apresenta os mesmos elementos (mesmo estando estes em ordem distinta daquela apresentada inicialmente). Portanto, variações do conjunto A (outras possíveis são: $\{1, 3, 4, 2\}$, $\{4, 3, 1, 2\}$, $\{2, 3, 4, 1\}$ etc.) no que tange a ordem dos elementos não interferem em sua nomeação.
- A **repetição** na Teoria de Conjuntos não importa (não interfere)! Observe o mesmo conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Se repetirmos os elementos deste conjunto, como por exemplo $\{2, 2, 3, 4, 4, 1, 1, 1\}$, este conjunto continua recebendo o nome de A , pois apresenta os mesmos elementos (mesmo estando estes repetidos). Cabe destacar que neste caso a quantidade de elementos continua sendo a mesma, ou seja, 4 elementos pertencem ao conjunto A . Portanto, variações do conjunto A (outras possíveis são: $\{1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4\}$, $\{1, 2, 3, 3, 3, 4\}$, $\{4, 4, 2, 2, 3, 1, 4\}$ etc.) no que tange a repetição dos elementos não interferem em sua nomeação.

SUBCONJUNTO

Um conjunto A é **Subconjunto** de um conjunto B se, e somente se, todo elemento de A pertence também a B .

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$ (Lê-se: *A está contido em B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A, então x pertence a B*).

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

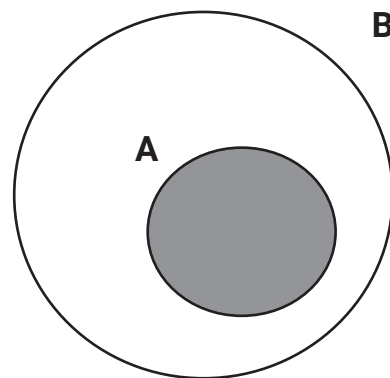


Figura 2. Subconjunto A do conjunto B

Perceba que todo elemento pertencente ao conjunto A (no interior da região verde), automaticamente, pertence também a B .

É desta maneira que representamos por Diagramas a relação de inclusão $A \subset B$. Concluimos que A é subconjunto de B .

Diferentemente do que acontece quando relacionamos elementos com conjuntos (ali vigoram as relações de pertinência, ou seja, somente utilizamos \in (pertence) ou \notin (não pertence)), quando tratamos da **relação entre conjuntos**, utilizamos os símbolos abaixo:

- \subset (está contido) ou;
- $\not\subset$ (não está contido) ou;
- \supset (contém) ou;
- $\not\supset$ (não contém).

Dá-se o nome de **Subconjunto Impróprio** de B à seguinte situação:

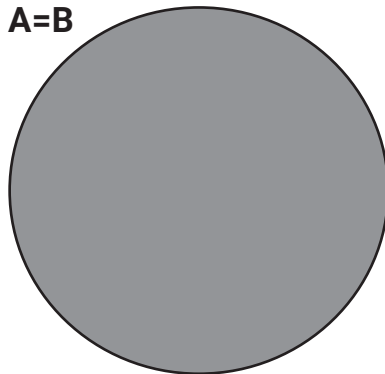


Figura 3. Subconjunto Impróprio de B

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (A \subset B \text{ e } B \subset A)$ (Lê-se: *A é igual a B, se, e somente se, A está contido em B e B está contido em A*).

Doas propriedades são bastante importantes e impactam diretamente na compreensão de outros conteúdos que dependem de Teoria de Conjuntos:

- **O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto!** Representamos esta situação da seguinte maneira: $\emptyset \subset A$. Apesar de parecer insignificante em um primeiro momento (aquelas observações que passam despercebidas quando estudo um determinado assunto), esta propriedade é extremamente importante para a simplificação de demonstrações de Teoremas. Sem ela, diversas situações envolvendo conjuntos teriam suas “comprovações” apresentadas de uma maneira muito mais extenuante (cansativa)!
- **Todo conjunto está contido em si mesmo!** Representamos esta situação da seguinte maneira: $A \subset A$. Também aparentemente insignificante, esta propriedade tem seu “lugar de destaque” no contexto da Teoria de Conjuntos e é extremamente útil no que se refere a simplificação de demonstrações de Teoremas. Ela também recebe o nome de Propriedade Reflexiva.

CONJUNTO DAS PARTES OU PARTIÇÃO

Dado um conjunto A , chama-se **Conjunto das Partes** (ou Partição) de A (representado por $P(A)$), aquele que é formado por todos os subconjuntos de A .

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $P(A) = \{X / X \subset A\}$, onde X é subconjunto de A (Lê-se: *X é tal que, X está contido em A*).

Por intermédio do Conjunto das Partes de um determinado conjunto dado (A por exemplo), podemos reforçar aquilo que talvez você já tenha percebido intuitivamente, ou seja, **um conjunto pode ser elemento de outro conjunto**.

Antes de apresentarmos um exemplo que possa ilustrar esta situação, uma **propriedade importante** deve ser destacada: o número de elementos de $P(A)$ é dado por 2^n , ou seja, 2 elevado ao número de elementos do conjunto A .

Exemplo 1: Determine o conjunto das partes de $B = \{1, 2, 3, 4\}$.

Resposta:

$$P(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 1\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}, \emptyset\}$$

Observe que temos acima representados, todos os subconjuntos do conjunto B , ou seja, $P(B)$. Atenção especial deve ser dada aos elementos (que aqui são conjuntos) $\{1, 2, 3, 4\}$ (perceba que é o próprio conjunto B , pois todo conjunto está contido nele mesmo) e \emptyset (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^4 = 16$ subconjuntos!

Exemplo 2: Determine o conjunto das partes de $C = \{1, 2, 3\}$.

Resposta:

$$P(C) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\}$$

Observe que temos acima representados, todos os subconjuntos do conjunto C , ou seja, $P(C)$. Atenção especial deve ser dada aos elementos (que aqui são conjuntos) $\{1, 2, 3\}$ (perceba que é o próprio conjunto C , pois todo conjunto está contido nele mesmo) e \emptyset (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^3 = 8$ subconjuntos!

Vamos utilizar de diagramas para entender melhor a importância da Partição do conjunto C :

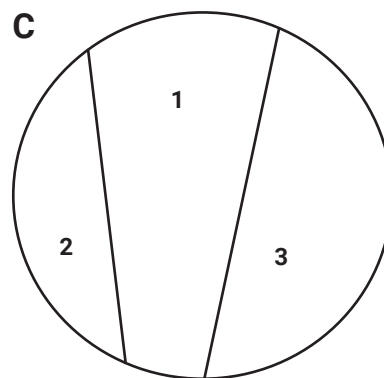


Figura 4. Partição do conjunto C , com elementos tomados 1 a 1

Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 1 a 1, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: $\{1\}$, $\{2\}$ e $\{3\}$.

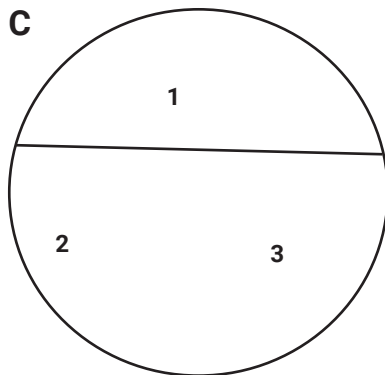
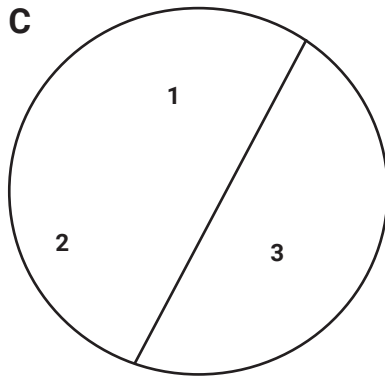
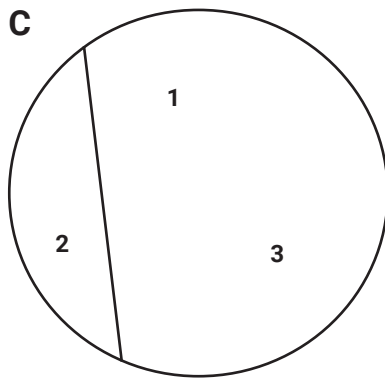


Figura 5. Partições do conjunto C, com elementos tomados 2 a 2

Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 2 a 2, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: {1, 3}, {1, 2}, {2, 3}. Perceba que aqui vale a observação referente a repetição de elementos na Teoria de Conjuntos, ou seja, os elementos {1}, {2} e {3} aqui aparecem repetidos, mas já foram tomados na primeira situação abordada neste exemplo. Portanto, você não irá tomá-los novamente!

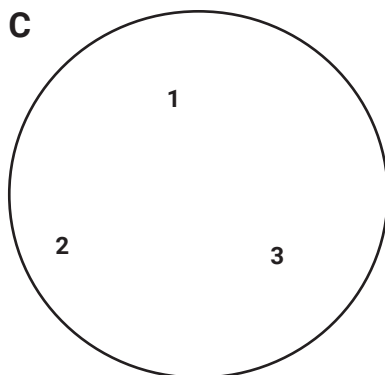


Figura 6. Partição do conjunto C, com elementos tomados 3 a 3

Situação que apresenta o próprio conjunto C tomado 3 a 3, ou seja, 1 subconjunto aparece claramente: {1, 2, 3}. Perceba que aqui vale a observação referente ao fato de que todo conjunto está contido nele mesmo.

Por fim tente “*dar um up*” em sua abstração e perceber que o conjunto vazio é complementar (veremos adiante o que isto signifique! Depois de ter acesso a este conteúdo não se esqueça de voltar aqui!) do conjunto C. De certa maneira, podemos dizer que ele está representado acima (onde aparece o próprio conjunto C).

UNIÃO OU REUNIÃO DE CONJUNTOS

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **União** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B (disjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cup B = \{x / x \in A \text{ ou } x \in B\}$ (Lê-se: os elementos do conjunto A *união com B* são representados por x, tal que x pertence a A ou x pertence a B).

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

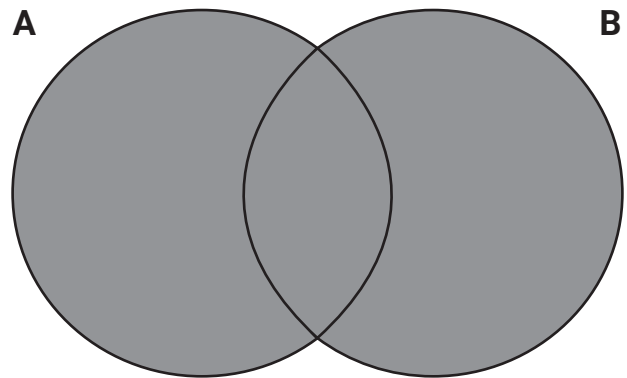


Figura 7. União dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cup B$ (A *união com B*) são aqueles que pertencem exclusivamente a A, unidos com aqueles que pertencem exclusivamente a B, unidos com aqueles que pertencem a intersecção (como veremos em seguida!).

É desta maneira que representamos por Diagramas a relação de disjunção lógica $A \cup B$.

INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **Intersecção** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e a B (conjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cap B = \{x / x \in A \text{ e } x \in B\}$ (Lê-se: os elementos do conjunto A *intersecção com B* são representados por x, tal que x pertence a A e x pertence a B).

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira: