

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| MATEMÁTICA..... | 15 |
| ■ TEORIA DOS CONJUNTOS E CONJUNTOS NUMÉRICOS..... | 15 |
| REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS, SUBCONJUNTOS, OPERAÇÕES..... | 15 |
| União, Interseção, Diferença e Complementar. Conjunto Universo e Conjunto Vazio..... | 15 |
| CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS E INTEIROS | 20 |
| Operações Fundamentais, Número de Divisores, Máximo Divisor Comum e Mínimo Múltiplo Comum .. | 20 |
| CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS | 25 |
| Operações Fundamentais | 25 |
| Representação Fracionária e Decimal..... | 25 |
| CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS | 26 |
| Razões e Proporções, Grandezas Diretamente e Indiretamente Proporcionais e Porcentagem | 26 |
| NÚMEROS COMPLEXOS | 31 |
| Operações, Módulo, Conjugado de um Número Complexo, Representações Algébrica e Trigonométrica. Representação no Plano de Argand - Gauss, Potencialização e Radiciação. Extração de Raízes. Fórmulas de Moivre. Resolução de Equações Binomiais e Trinomiais..... | 31 |
| ■ FUNÇÕES | 39 |
| DEFINIÇÃO, DOMÍNIO, IMAGEM, CONTRADOMÍNIO, FUNÇÕES INJETORAS, SOBREJETORAS E BIJETORAS, FUNÇÕES PARES E ÍMPARES, FUNÇÕES PERIÓDICAS, FUNÇÕES COMPOSTAS E RELAÇÕES..... | 39 |
| RAIZ DE UMA FUNÇÃO..... | 42 |
| FUNÇÃO CONSTANTE, FUNÇÃO CRESCENTE, FUNÇÃO DECRESCENTE..... | 42 |
| FUNÇÃO DEFINIDA POR MAIS DE UMA SENTENÇA | 43 |
| FUNÇÃO INVERSA E SEU GRÁFICO..... | 43 |
| ■ FUNÇÃO LINEAR, FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO QUADRÁTICA..... | 44 |
| GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM, CARACTERÍSTICAS | 44 |
| VARIAÇÕES DE SINAL | 47 |
| INEQUAÇÃO PRODUTO E INEQUAÇÃO QUOCIENTE | 48 |
| MÁXIMOS E MÍNIMOS..... | 49 |
| ■ FUNÇÃO MODULAR | 49 |
| DEFINIÇÃO, GRÁFICO, DOMÍNIO E IMAGEM DA FUNÇÃO MODULAR..... | 49 |

| | |
|---|-----------|
| EQUAÇÕES MODULARES | 50 |
| INEQUAÇÕES MODULARES | 50 |
| ■ FUNÇÃO EXPONENCIAL..... | 51 |
| GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM, CARACTERÍSTICAS DA FUNÇÃO EXPONENCIAL E LOGARITMOS DECIMAIS | 51 |
| EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS | 51 |
| ■ FUNÇÃO LOGARÍTMICA | 52 |
| DEFINIÇÃO DE LOGARITMO E PROPRIEDADES OPERATÓRIAS | 52 |
| GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA..... | 52 |
| EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES LOGARÍTMICAS | 53 |
| ■ TRIGONOMETRIA | 56 |
| TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO (SENO, COSSENO E TANGENTE)..... | 56 |
| ARCOS NOTÁVEIS..... | 57 |
| IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTAIS..... | 59 |
| MEDIDAS DE ARCOS E ÂNGULOS..... | 61 |
| UNIDADES DE MEDIDAS DE ARCOS E ÂNGULOS: O GRAU E O RADIANO | 61 |
| Medida de um Arco em Graus | 61 |
| Medida de um Arco em Radianos..... | 61 |
| REDUÇÃO | 62 |
| Redução ao 1º Quadrante | 62 |
| FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS | 64 |
| RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS EM UM TRIÂNGULO QUALQUER | 69 |
| TRANSFORMAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS, ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE ARCOS | 71 |
| FÓRMULAS DO ARCO DUPLO | 71 |
| FÓRMULAS DO ARCO METADE | 72 |
| TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO | 73 |
| EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES | 73 |
| ■ CONTAGEM E ANÁLISE COMBINATÓRIA | 77 |
| FATORIAL | 78 |
| Definição e Operações..... | 78 |
| PRINCÍPIOS MULTIPLICATIVOS E ADITIVO DA CONTAGEM | 78 |

| | |
|--|------------|
| ARRANJOS, COMBINAÇÕES E PERMUTAÇÕES..... | 79 |
| BINÔMIO DE NEWTON: DESENVOLVIMENTO, COEFICIENTES BINOMIAIS E TERMO GERAL..... | 81 |
| ■ PROBABILIDADE | 83 |
| EXPERIMENTO ALEATÓRIO, EXPERIMENTO AMOSTRAL, ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO | 83 |
| PROBABILIDADE EM ESPAÇOS AMOSTRAIS EQUIPROVÁVEIS | 84 |
| PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS | 84 |
| PROPRIEDADES DAS PROBABILIDADES | 85 |
| PROBABILIDADE CONDICIONAL | 86 |
| PROBABILIDADE DE DOIS EVENTOS SUCESSIVOS E EXPERIMENTOS BINOMIAIS | 86 |
| ■ MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES..... | 91 |
| OPERAÇÕES COM MATRIZES (ADIÇÃO, MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR, TRANSPOSIÇÃO E PRODUTO)..... | 91 |
| MATRIZ INVERSA | 94 |
| DETERMINANTE DE UMA MATRIZ: DEFINIÇÃO E PROPRIEDADE | 94 |
| SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES | 97 |
| ■ SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E PROGRESSÕES..... | 102 |
| SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS | 102 |
| Números Primos | 102 |
| PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: TERMO GERAL, SOMA DOS TERMOS E PROPRIEDADES..... | 102 |
| PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS (FINITAS E INFINITAS): TERMO GERAL, SOMA DOS TERMOS E PROPRIEDADES | 104 |
| ■ GEOMETRIA ESPACIAL DE POSIÇÃO | 106 |
| POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS RETAS | 106 |
| POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DOIS PLANOS..... | 106 |
| POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E PLANO | 107 |
| PERPENDICULARIDADE ENTRE DUAS RETAS, ENTRE DOIS PLANOS E ENTRE RETA E PLANO | 107 |
| PROJEÇÃO ORTOGONAL | 107 |
| ■ GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA | 108 |
| PRISMAS | 108 |
| Conceito, Elementos, Classificação, Áreas, Volumes e Troncos | 108 |

| | |
|---|------------|
| PIRÂMIDE | 109 |
| Conceito, Elementos, Classificação, Áreas, Volumes e Troncos | 109 |
| CILINDRO | 111 |
| Conceito, Elementos, Classificação, Áreas, Volumes e Troncos | 111 |
| CONE | 112 |
| Conceito, Elementos, Classificação, Áreas, Volumes e Troncos | 112 |
| ESFERA | 114 |
| Elementos, Seção da Esfera, Área, Volumes e Partes da Esfera | 114 |
| INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO DE SÓLIDOS | 114 |
| GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA | 116 |
| PONTO | 116 |
| O Plano Cartesiano, Distância entre dois Pontos, Ponto Médio de um Segmento e Condição de Alinhamento de três Pontos..... | 116 |
| RETA | 117 |
| Equações Geral e Reduzida..... | 117 |
| Interseção de Retas | 118 |
| Paralelismo e Perpendicularidade | 118 |
| Ângulo entre Duas Retas | 118 |
| Distância entre Ponto e Reta e Distância entre duas Retas..... | 119 |
| Bissetrizes do Ângulo entre duas Retas..... | 119 |
| Área de um Triângulo e Inequações do Primeiro Grau com duas Variáveis..... | 119 |
| CIRCUNFERÊNCIA | 120 |
| Equações Geral e Reduzida..... | 120 |
| Posições Relativas entre Ponto e Circunferência | 121 |
| Reta e Circunferência e duas Circunferências | 121 |
| Problemas de Tangência | 122 |
| Equações e Inequações do Segundo Grau com Duas Variáveis | 123 |
| ELIPSE | 125 |
| Definição..... | 125 |
| Equações | 125 |
| Posições Relativas entre Ponto e Elipse | 125 |
| Posições Relativas entre Reta e Elipse..... | 125 |
| HIPÉRBOLE | 127 |
| Definição..... | 127 |

| | |
|---|------------|
| Equações da Hipérbole | 127 |
| Posições Relativas entre Ponto e Hipérbole | 127 |
| Posições Relativas entre Reta e Hipérbole | 127 |
| Equações das Assíntotas da Hipérbole | 128 |
| PARÁBOLA | 129 |
| Definição | 129 |
| Equações | 129 |
| Posições Relativas entre Ponto e Parábola | 129 |
| Posições Relativas entre Reta e Parábola | 130 |
| RECONHECIMENTO DE CÔNICAS A PARTIR DE SUA EQUAÇÃO GERAL | 130 |
| ■ GEOMETRIA PLANA | 133 |
| ÂNGULO | 133 |
| Definição, Elementos e Propriedades | 133 |
| ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA | 135 |
| PARALELISMO E PERPENDICULARIDADE | 137 |
| SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS | 138 |
| PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO | 140 |
| TRIÂNGULOS RETÂNGULOS, TEOREMA DE PITÁGORAS | 141 |
| RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIÂNGULOS (RETÂNGULOS E QUAISQUER) | 141 |
| FEIXE DE RETAS PARALELAS E TRANSVERSAIS, TEOREMA DE TALES | 142 |
| TEOREMA DAS BISSETRIZES INTERNAS E EXTERNAS DE UM TRIÂNGULO | 143 |
| POLÍGONOS, POLÍGONOS REGULARES, CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS | 143 |
| PERÍMETRO E ÁREA DE POLÍGONOS, POLÍGONOS REGULARES, CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS | 145 |
| QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS | 146 |
| FÓRMULA DE HERON (HIERÃO) | 149 |
| CONGRUÊNCIA DE FIGURAS PLANAS | 150 |
| RAZÃO ENTRE ÁREAS | 151 |
| INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO | 151 |
| ■ POLINÔMIOS | 154 |
| FUNÇÃO POLINOMIAL | 154 |
| Grau de um Polinômio | 154 |
| Valor Numérico de um Polinômio (Raiz) | 154 |

| | |
|--|------------|
| Polinômios Idênticos | 155 |
| Polinômio Nulo | 155 |
| OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS | 155 |
| Divisão de Polinômios | 156 |
| Teorema do Resto | 156 |
| Teorema de D'Alembert | 156 |
| Dispositivo Prático de Briot-Ruffini | 156 |
| EQUAÇÕES POLINOMIAIS TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA, RAÍZES RACIONAIS, TEOREMA DA DECOMPOSIÇÃO E RAÍZES RACIONAIS | 157 |
| Equações Polinomiais | 157 |
| Raiz ou Zero de uma Equação Polinomial (Raízes Reais) – Raízes Racionais | 157 |
| TFA: Teorema Fundamental da Álgebra (ou Teorema da Decomposição) – Fatoração de um Polinômio | 157 |
| Produtos Notáveis – Fatoração de um Polinômio | 158 |
| RELAÇÕES DE GIRARD, RELAÇÃO ENTRE COEFICIENTES E RAÍZES, FATORAÇÃO, MULTIPLICIDADE DE RAÍZES E PRODUTOS NOTÁVEIS | 158 |
| RAÍZES IMAGINÁRIAS E TEOREMA DE BOLZANO | 160 |
| LÍNGUA PORTUGUESA | 165 |
| ■ LEITURA, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DE TEXTOS; LEITURA, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS PRESENTES EM UM TEXTO E O RESPECTIVO RELACIONAMENTO COM O UNIVERSO EM QUE O TEXTO FOI PRODUZIDO | 165 |
| ■ CORRETA ESCRITA DAS PALAVRAS DA LÍNGUA PORTUGUESA | 168 |
| FONÉTICA | 168 |
| PARTIÇÃO SILÁBICA | 169 |
| ORTOGRAFIA | 169 |
| ACENTUAÇÃO GRÁFICA | 170 |
| PONTUAÇÃO | 171 |
| ■ MORFOLOGIA | 174 |
| ESTRUTURA E FORMAÇÃO DAS PALAVRAS E CLASSES DE PALAVRAS | 174 |
| ■ MORFOSSINTAXE | 178 |
| FRASE, ORAÇÃO E PERÍODO | 178 |
| TERMOS DA ORAÇÃO E ORAÇÕES DO PERÍODO (DESENVOLVIDAS E REDUZIDAS) | 179 |
| FUNÇÕES SINTÁTICAS DO PRONOME RELATIVO | 190 |

| | |
|---|-----|
| SINTAXE DE REGÊNCIA (VERBAL E NOMINAL)..... | 200 |
| SINTAXE DE CONCORDÂNCIA (VERBAL E NOMINAL)..... | 192 |
| SINTAXE DE COLOCAÇÃO..... | 198 |
| ■ NOÇÕES DE VERSIFICAÇÃO | 198 |
| ESTRUTURA DO VERSO, TIPOS DE VERSO, RIMA, ESTROFAÇÃO E POEMAS DE FORMA FIXA | 198 |
| ■ TEORIA DA LINGUAGEM E SEMÂNTICA..... | 200 |
| HISTÓRIA DA LÍNGUA PORTUGUESA | 200 |
| LINGUAGEM, LÍNGUA, DISCURSO E ESTILO..... | 200 |
| NÍVEIS DE LINGUAGEM E FUNÇÕES DA LINGUAGEM | 201 |
| FIGURAS DE LINGUAGEM E SIGNIFICADO DAS PALAVRAS | 204 |
| ■ INTRODUÇÃO À LITERATURA..... | 211 |
| A ARTE LITERÁRIA, OS GÊNEROS LITERÁRIOS E A EVOLUÇÃO DA ARTE LITERÁRIA, EM PORTUGAL E NO BRASIL..... | 211 |
| ■ LITERATURA BRASILEIRA..... | 215 |
| CONTEXTO HISTÓRICO, CARACTERÍSTICAS, PRINCIPAIS AUTORES E OBRAS DO QUINHENTISMO | 215 |
| BARROCO | 216 |
| ARCADISMO..... | 217 |
| ROMANTISMO | 217 |
| REALISMO | 218 |
| NATURALISMO | 219 |
| IMPRESSIONISMO..... | 219 |
| PARNASIANISMO | 220 |
| SIMBOLISMO | 220 |
| PRÉ-MODERNISMO E MODERNISMO | 221 |
| ■ REDAÇÃO, GÊNERO TEXTUAL, TEXTUALIDADE E ESTILO..... | 225 |
| TEXTO E CONTEXTO | 250 |
| O TEXTO NARRATIVO..... | 251 |
| O Enredo, o Tempo, o Espaço e o Narrador..... | 251 |
| A Técnica da Descrição | 252 |
| O Texto Argumentativo..... | 254 |
| O Tema e a Impessoalidade..... | 253 |

| | |
|--|------------|
| A CARTA ARGUMENTATIVA | 257 |
| A CRÔNICA ARGUMENTATIVA | 257 |
| A ARGUMENTAÇÃO E A PERSUASÃO | 258 |
| O TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO | 258 |
| A CONSISTÊNCIA DOS ARGUMENTOS E A CONTRA-ARGUMENTAÇÃO | 258 |
| O PARÁGRAFO | 259 |
| A INFORMATIVIDADE E O SENSO COMUM..... | 259 |
| FORMAS DE DESENVOLVIMENTO DO TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO, A INTRODUÇÃO E A CONCLUSÃO | 259 |
| ALTERAÇÕES INTRODUZIDAS NA ORTOGRAFIA DA LÍNGUA PORTUGUESA PELO ACORDO ORTOGRÁFICO | 259 |
| HISTÓRIA E GEOGRAFIA DO BRASIL..... | 271 |
| ■ A EXPANSÃO ULTRAMARINA EUROPEIA DOS SÉCULOS XV E XVI..... | 271 |
| ■ O SISTEMA COLONIAL PORTUGUÊS NA AMÉRICA | 271 |
| ESTRUTURA POLÍTICO-ADMINISTRATIVA, SOCIOECONÔMICA, INVASÕES ESTRANGEIRAS | 271 |
| EXPANSÃO TERRITORIAL: INTERIORIZAÇÃO E FORMAÇÃO DAS FRONTEIRAS, AS REFORMAS POMBALINAS E AS REBELIÕES COLONIAIS | 274 |
| MOVIMENTOS E TENTATIVAS EMANCIPACIONISTAS..... | 275 |
| A PRESENÇA BRITÂNICA NO BRASIL..... | 277 |
| MOVIMENTOS EMANCIPACIONISTAS E A INDEPENDÊNCIA DO BRASIL..... | 278 |
| ■ O PERÍODO JOANINO E A INDEPENDÊNCIA | 279 |
| A TRANSFERÊNCIA DA CORTE, OS TRATADOS, AS PRINCIPAIS MEDIDAS DE D. JOÃO VI NO BRASIL, A POLÍTICA JOANINA | 279 |
| ■ BRASIL IMPERIAL | 281 |
| PRIMEIRO REINADO E PERÍODO REGENCIAL: ASPECTOS ADMINISTRATIVOS, MILITARES, CULTURAIS, ECONÔMICOS, SOCIAIS E TERRITORIAIS..... | 281 |
| ■ OS PARTIDOS POLÍTICOS | 282 |
| SEGUNDO REINADO: ASPECTOS ADMINISTRATIVOS, MILITARES, ECONÔMICOS, SOCIAIS E TERRITORIAIS..... | 283 |
| CRISE DA MONARQUIA E PROCLAMAÇÃO DA REPÚBLICA | 283 |
| ■ BRASIL REPÚBLICA | 283 |

| | |
|---|-----|
| ASPECTOS ADMINISTRATIVOS, CULTURAIS, ECONÔMICOS, SOCIAIS E TERRITORIAIS, REVOLTAS, CRISES E CONFLITOS..... | 283 |
| A PARTICIPAÇÃO BRASILEIRA NA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL..... | 303 |
| ■ O TERRITÓRIO NACIONAL | 304 |
| A CONSTRUÇÃO DO ESTADO E DA NAÇÃO, A OBRA DE FRONTEIRAS, FUSOS HORÁRIOS E A FEDERAÇÃO BRASILEIRA | 304 |
| O ESPAÇO BRASILEIRO: RELEVO, CLIMAS, VEGETAÇÃO, HIDROGRAFIA E SOLOS..... | 318 |
| POLÍTICAS TERRITORIAIS: MEIO AMBIENTE | 323 |
| MODELO ECONÔMICO BRASILEIRO: O PROCESSO DE INDUSTRIALIZAÇÃO, O ESPAÇO INDUSTRIAL, A ENERGIA E O MEIO AMBIENTE, OS COMPLEXOS AGROINDUSTRIAIS E OS EIXOS DE CIRCULAÇÃO E OS CUSTOS DE DESLOCAMENTO..... | 326 |
| A POPULAÇÃO BRASILEIRA: A SOCIEDADE NACIONAL, A NOVA DINÂMICA DEMOGRÁFICA, OS TRABALHADORES E O MERCADO DE TRABALHO, A QUESTÃO AGRÁRIA, POBREZA E EXCLUSÃO SOCIAL E O ESPAÇO DAS CIDADES | 335 |
| ■ POLÍTICAS TERRITORIAIS E REGIONAIS: A AMAZÔNIA, O NORDESTE, O MERCOSUL E A AMÉRICA DO SUL..... | 339 |
| INGLÊS | 347 |
| ■ COMPETÊNCIAS E HABILIDADES | 347 |
| ■ COMPREENDER A UTILIZAÇÃO DE MECANISMOS DE COESÃO E COERÊNCIA NA PRODUÇÃO ESCRITA..... | 347 |
| ■ COMPREENDER DE QUE FORMA DETERMINADA EXPRESSÃO PODE SER INTERPRETADA EM RAZÃO DE ASPECTOS SOCIAIS E/OU CULTURAIS | 347 |
| ■ ANALISAR OS RECURSOS EXPRESSIVOS DA LINGUAGEM VERBAL, RELACIONANDO TEXTOS E CONTEXTOS MEDIANTE A NATUREZA, FUNÇÃO, ORGANIZAÇÃO, ESTRUTURA, DE ACORDO COM AS CONDIÇÕES DE PRODUÇÃO | 348 |
| ■ CONTEÚDOS LINGÜÍSTICOS TEXTUAIS..... | 349 |
| ■ DENOTAÇÃO E CONOTAÇÃO | 352 |
| ■ SINONÍMIA E ANTONÍMIA | 354 |
| ■ CORRELAÇÃO MORFOLÓGICA, SINTÁTICA E/OU SEMÂNTICA..... | 356 |
| ■ PRONOMES E SUAS REFERÊNCIAS | 357 |
| ■ ARTIGOS (DEFINIDOS E INDEFINIDOS)..... | 360 |
| ■ SINGULAR E PLURAL..... | 361 |
| ■ VERBOS NO TEMPO PRESENTE, PARA EXPRESSAR HÁBITOS E ROTINAS, EM SUAS FORMAS AFIRMATIVA, INTERROGATIVA OU NEGATIVA..... | 363 |

| | |
|--|-----|
| ■ VERBOS NO PRESENTE CONTÍNUO, PARA EXPRESSAR ATIVIDADES MOMENTÂNEAS E FUTURO, EM SUAS FORMAS AFIRMATIVA, INTERROGATIVA OU NEGATIVA..... | 363 |
| ■ COMPARATIVO E SUPERLATIVO..... | 364 |
| ■ ADJETIVOS E ADVÉRBIOS E SUAS POSIÇÕES NAS FRASES..... | 365 |
| ■ QUANTIFICADORES (MANY, MUCH, FEW, LITTLE, A LOT OF)..... | 368 |

MATEMÁTICA

TEORIA DOS CONJUNTOS E CONJUNTOS NUMÉRICOS

A **Teoria de Conjuntos** deve ser vista como **um dos tópicos mais importantes** da Matemática Contemporânea.

É ela que dá **sustentação lógica** a outros tópicos inerentes à Matemática, como por exemplo: Funções, Probabilidade, Análise Combinatória, Polinômios, Progressões (Aritméticas e Geométricas) etc.

Acreditar nos alicerces estabelecidos por esta Teoria é ter a **garantia** de que o rigor matemático, a coesão e a elegância na exposição do conteúdo terão seu lugar de destaque garantidos.

REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS, SUBCONJUNTOS, OPERAÇÕES

União, interseção, diferença e complementar. Conjunto universo e conjunto vazio

No contexto da Teoria de Conjuntos, **três noções primitivas** são aceitas sem definição e, portanto, não necessitam de demonstração. São elas:

- Conjunto,
- Elemento;
- Pertinência entre Conjunto e Elemento.

Os **Conjuntos** (ou coleções) devem ser representados por letras latinas Maiúsculas: *A, B, C* etc.

Alguns exemplos de Conjuntos:

- $M = \{\text{janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro, dezembro}\}$ é o conjunto dos meses do ano que possuem 31 dias;
- $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ é o conjunto dos números primos até 19;
- $N = \{\text{Estados Unidos, Canadá, México}\}$ é o conjunto dos países da América do Norte.

Os **Elementos** referem-se aos objetos inerentes aos Conjuntos. Nos exemplos acima, cada um dos componentes dos Conjuntos apresentados são elementos destes (por exemplo: no conjunto dos números primos, cada número ali destacado representa um elemento deste conjunto).

A **Relação de Pertinência** entre Conjunto e Elemento estabelece a identificação entre estes. Para tanto utilizamos os símbolos \in (pertence) ou \notin (não pertence).

Nos exemplos acima temos algumas situações para destacar esta relação:

- O mês de abril não pertence ao conjunto M , ou simbolicamente, $\text{Abril} \notin M$;
- O número 11 pertence ao conjunto P , ou simbolicamente, $11 \in P$;
- O Haiti não pertence ao conjunto N , ou simbolicamente, $\text{Haiti} \notin N$.

REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS

Existem 3 maneiras distintas de se apresentar Conjuntos:

- Analítica,
- Sintética;
- Diagrama de Euler-Venn (ou simplesmente Diagrama).

Na representação **Analítica** destaca-se cada um dos elementos que pertencem a um determinado conjunto. Nos exemplos que foram mencionados acima (conjuntos M , P e N), todos eles foram representados desta maneira.

Na representação **Sintética** devemos destacar uma característica que seja comum a todos os elementos pertencentes a um conjunto qualquer. Nos exemplos que mencionamos acima, esta representação ficaria da seguinte maneira (abaixo Lê-se x/x como “ x é tal que x tem a propriedade”):

- $M = \{x / x \text{ é mês do ano com 31 dias}\}$;
- $P = \{x / x \text{ é número primo}\}$;
- $N = \{x / x \text{ é país da América do Norte}\}$.

Na representação por **Diagramas** devemos definir uma região (normalmente um círculo) onde devem ser representados todos os elementos pertencentes ao conjunto. Importante não esquecer de nomear o conjunto.

Observe as situações abaixo (já apresentados anteriormente) que são exemplos desta representação:

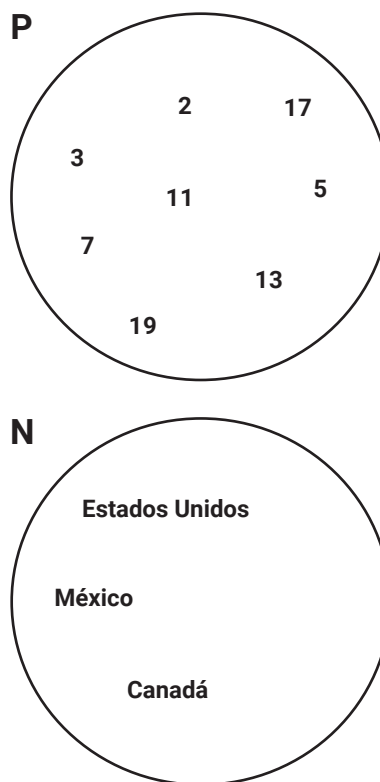


Figura 1. Representação de conjuntos por diagramas

CONJUNTO UNITÁRIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Unitário** quando ele apresentar exatamente um único elemento (ou objeto).

São **exemplos** de Conjuntos Unitários:

- $H = \{1986\}$ é o conjunto formado pelo ano do Século XX em que o Cometa Halley pôde ser visto por quem estava na Terra. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, 1986;
- $F = \{\text{Michael Phelps}\}$ é o conjunto formado pelo esportista que mais ganhou medalhas olímpicas. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, ele é composto pelo medalhista Norte-Americano Michael Phelps (ganhador de 28 medalhas olímpicas, em um total de 4 Olimpíadas que participou);
- Conjunto dos números primos pares. Neste caso, a este conjunto pertence somente o número 2.

CONJUNTO VAZIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Vazio** quando ele não apresentar elemento (ou objeto) algum. A notação utilizada para representar um Conjunto Vazio é: $\{\}$ ou \emptyset

Importante!

É muito comum as pessoas representarem o Conjunto Vazio da seguinte maneira: $\{\emptyset\}$

Na verdade, o que se tem aí é um conjunto que possui um único elemento que é o conjunto vazio.

Complicado?

O importante é não cometer este erro de forma alguma: utilize $\{\}$ ou \emptyset , e nunca as duas representações ao mesmo tempo!

São **exemplos** de Conjuntos Vazios:

- Conjunto dos meses que apresentam 32 dias;
- Países que fazem parte da América do Norte e que começam com a letra W;
- Número primo irracional;
- Seleção de Futebol que tenha conquistado 10 Copas do Mundo.

CONJUNTO UNIVERSO

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Universo** quando a ele pertencem todos os elementos.

No **exemplo** abaixo o conjunto universo considerado poderia ser os seguintes:

- Se fossemos escolher um aluno qualquer do 1º ano B do Ensino Médio de uma Escola que apresentasse uma determinada característica (como por exemplo o uso de óculos de grau), nosso Conjunto Universo poderia ser representado pela Turma ao qual o aluno pertence (no caso o 1º ano B), ou ainda a Escola onde ele estuda. Percebam que neste caso dá para escolher mais de um conjunto Universo.

Você poderá escolher o Conjunto Universo ao qual pertencem todos os elementos que são de seu interesse.

Dentre estes, você selecionará aqueles que apresentam a característica procurada (ou de interesse).

CONJUNTOS IGUAIS

Dois conjuntos A e B são **iguais** quando todo elemento de A pertence a B , e vice-versa.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$ (Lê-se: *A é igual a B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A se, e somente se, x pertence a B*).

Dois observações são bastante importantes e impactam diretamente na compreensão de outros conteúdos que dependem de Teoria de Conjuntos:

- A **ordem** na Teoria de Conjuntos não importa (não interfere)! Observe o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Se trocarmos a ordem dos elementos deste conjunto, como por exemplo $\{3, 1, 4, 2\}$, este conjunto continua recebendo o nome de A , pois apresenta os mesmos elementos (mesmo estando estes em ordem distinta daquela apresentada inicialmente). Portanto, variações do conjunto A (outras possíveis são: $\{1, 3, 4, 2\}$, $\{4, 3, 1, 2\}$, $\{2, 3, 4, 1\}$ etc.) no que tange a ordem dos elementos não interferem em sua nomeação.
- A **repetição** na Teoria de Conjuntos não importa (não interfere)! Observe o mesmo conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Se repetirmos os elementos deste conjunto, como por exemplo $\{2, 2, 3, 4, 4, 1, 1, 1\}$, este conjunto continua recebendo o nome de A , pois apresenta os mesmos elementos (mesmo estando estes repetidos). Cabe destacar que neste caso a quantidade de elementos continua sendo a mesma, ou seja, 4 elementos pertencem ao conjunto A . Portanto, variações do conjunto A (outras possíveis são: $\{1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4\}$, $\{1, 2, 3, 3, 3, 4\}$, $\{4, 4, 2, 2, 3, 1, 4\}$ etc.) no que tange a repetição dos elementos não interferem em sua nomeação.

SUBCONJUNTO

Um conjunto A é **Subconjunto** de um conjunto B se, e somente se, todo elemento de A pertence também a B .

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$ (Lê-se: *A está contido em B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A, então x pertence a B*).

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

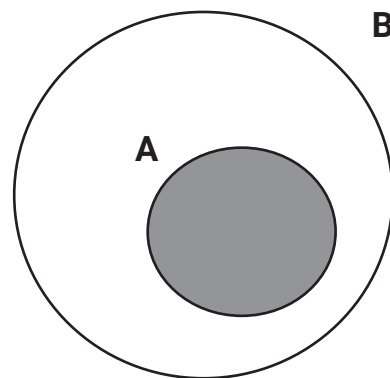


Figura 2. Subconjunto A do conjunto B

Perceba que todo elemento pertencente ao conjunto A (no interior da região verde), automaticamente, pertence também a B .

É desta maneira que representamos por Diagramas a relação de inclusão $A \subset B$. Concluimos que A é subconjunto de B .

Diferentemente do que acontece quando relacionamos elementos com conjuntos (ali vigoram as relações de pertinência, ou seja, somente utilizamos \in (pertence) ou \notin (não pertence)), quando tratamos da **relação entre conjuntos**, utilizamos os símbolos abaixo:

- \subset (está contido) ou;
- $\not\subset$ (não está contido) ou;
- \supset (contém) ou;
- $\not\supset$ (não contém).

Dá-se o nome de **Subconjunto Impróprio** de B à seguinte situação:

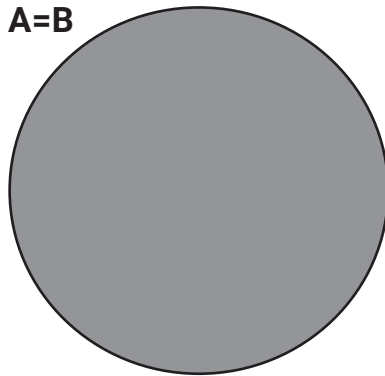


Figura 3. Subconjunto Impróprio de B

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (A \subset B \text{ e } B \subset A)$ (Lê-se: *A é igual a B, se, e somente se, A está contido em B e B está contido em A*).

Doas propriedades são bastante importantes e impactam diretamente na compreensão de outros conteúdos que dependem de Teoria de Conjuntos:

- **O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto!** Representamos esta situação da seguinte maneira: $\emptyset \subset A$. Apesar de parecer insignificante em um primeiro momento (aquelas observações que passam despercebidas quando estudo um determinado assunto), esta propriedade é extremamente importante para a simplificação de demonstrações de Teoremas. Sem ela, diversas situações envolvendo conjuntos teriam suas “comprovações” apresentadas de uma maneira muito mais extenuante (cansativa)!
- **Todo conjunto está contido em si mesmo!** Representamos esta situação da seguinte maneira: $A \subset A$. Também aparentemente insignificante, esta propriedade tem seu “lugar de destaque” no contexto da Teoria de Conjuntos e é extremamente útil no que se refere a simplificação de demonstrações de Teoremas. Ela também recebe o nome de Propriedade Reflexiva.

CONJUNTO DAS PARTES OU PARTIÇÃO

Dado um conjunto A , chama-se **Conjunto das Partes** (ou Partição) de A (representado por $P(A)$), aquele que é formado por todos os subconjuntos de A .

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $P(A) = \{X / X \subset A\}$, onde X é subconjunto de A (Lê-se: *X é tal que, X está contido em A*).

Por intermédio do Conjunto das Partes de um determinado conjunto dado (A por exemplo), podemos reforçar aquilo que talvez você já tenha percebido intuitivamente, ou seja, **um conjunto pode ser elemento de outro conjunto**.

Antes de apresentarmos um exemplo que possa ilustrar esta situação, uma **propriedade importante** deve ser destacada: o número de elementos de $P(A)$ é dado por 2^n , ou seja, 2 elevado ao número de elementos do conjunto A .

Exemplo 1: Determine o conjunto das partes de $B = \{1, 2, 3, 4\}$.

Resposta:

$$P(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 1\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}, \emptyset\}$$

Observe que temos acima representados, todos os subconjuntos do conjunto B , ou seja, $P(B)$. Atenção especial deve ser dada aos elementos (que aqui são conjuntos) $\{1, 2, 3, 4\}$ (perceba que é o próprio conjunto B , pois todo conjunto está contido nele mesmo) e \emptyset (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^4 = 16$ subconjuntos!

Exemplo 2: Determine o conjunto das partes de $C = \{1, 2, 3\}$.

Resposta:

$$P(C) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\}$$

Observe que temos acima representados, todos os subconjuntos do conjunto C , ou seja, $P(C)$. Atenção especial deve ser dada aos elementos (que aqui são conjuntos) $\{1, 2, 3\}$ (perceba que é o próprio conjunto C , pois todo conjunto está contido nele mesmo) e \emptyset (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^3 = 8$ subconjuntos!

Vamos utilizar de diagramas para entender melhor a importância da Partição do conjunto C :

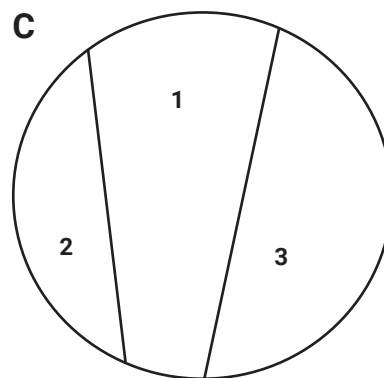


Figura 4. Partição do conjunto C , com elementos tomados 1 a 1

Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 1 a 1, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: $\{1\}$, $\{2\}$ e $\{3\}$.

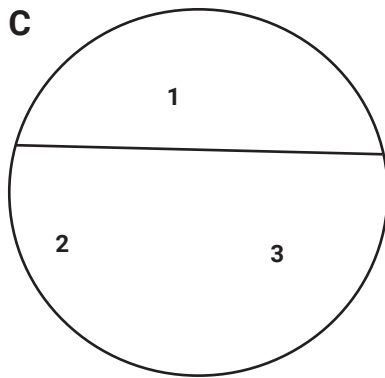
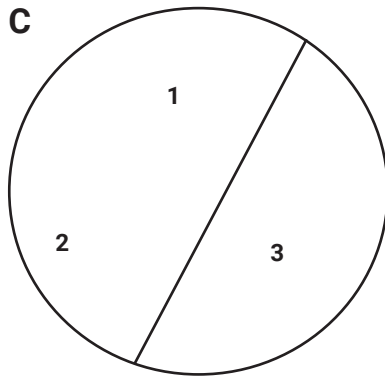
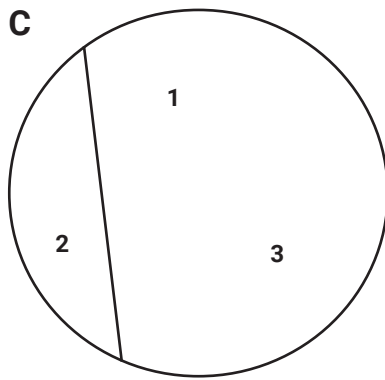


Figura 5. Partições do conjunto C, com elementos tomados 2 a 2

Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 2 a 2, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: {1, 3}, {1, 2}, {2, 3}. Perceba que aqui vale a observação referente a repetição de elementos na Teoria de Conjuntos, ou seja, os elementos {1}, {2} e {3} aqui aparecem repetidos, mas já foram tomados na primeira situação abordada neste exemplo. Portanto, você não irá tomá-los novamente!

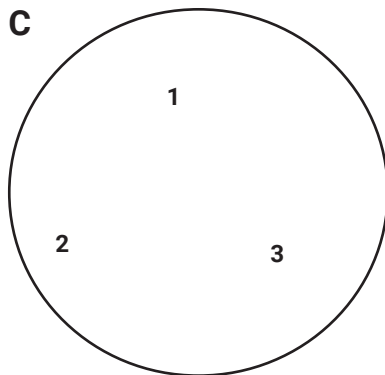


Figura 6. Partição do conjunto C, com elementos tomados 3 a 3

Situação que apresenta o próprio conjunto C tomado 3 a 3, ou seja, 1 subconjunto aparece claramente: {1, 2, 3}. Perceba que aqui vale a observação referente ao fato de que todo conjunto está contido nele mesmo.

Por fim tente “dar um up” em sua abstração e perceber que o conjunto vazio é complementar (veremos adiante o que isto signifique! Depois de ter acesso a este conteúdo não se esqueça de voltar aqui!) do conjunto C. De certa maneira, podemos dizer que ele está representado acima (onde aparece o próprio conjunto C).

UNIÃO OU REUNIÃO DE CONJUNTOS

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **União** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B (disjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cup B = \{x / x \in A \text{ ou } x \in B\}$ (Lê-se: os elementos do conjunto A *união com B* são representados por x, tal que x pertence a A ou x pertence a B).

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

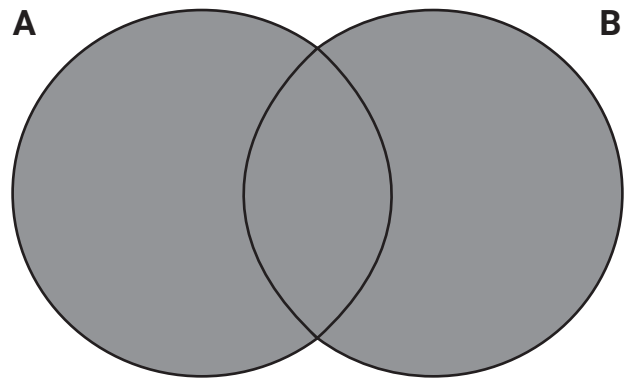


Figura 7. União dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cup B$ (A *união com B*) são aqueles que pertencem exclusivamente a A, unidos com aqueles que pertencem exclusivamente a B, unidos com aqueles que pertencem a intersecção (como veremos em seguida!).

É desta maneira que representamos por Diagramas a relação de disjunção lógica $A \cup B$.

INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **Intersecção** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e a B (conjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cap B = \{x / x \in A \text{ e } x \in B\}$ (Lê-se: os elementos do conjunto A *intersecção com B* são representados por x, tal que x pertence a A e x pertence a B).

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira: