ÍNDICE

RACIOCÍNIO LÓGICO–MATEMÁTICO

NÚMEROS INTEIROS E RACIONAIS: OPERAÇÕES (ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO, POTENCIAÇÃO); EXPRESSÕES NUMÉRICAS; MÚLTIPLOS E DIVISORES DE NÚMEROS NATURAIS; PROBLEMAS. FRAÇÕES E OPERAÇÕES COM FRAÇÕES.

NÚMEROS NATURAIS E SUAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

1. Definição de Números Naturais

Os números naturais como o próprio nome diz, são os números que naturalmente aprendemos, quando estamos iniciando nossa alfabetização. Nesta fase da vida, não estamos preocupados com o sinal de um número, mas sim em encontrar um sistema de contagem para quantificarmos as coisas. Assim, os números naturais são sempre positivos e começando por zero e acrescentando sempre uma unidade, obtemos os seguintes elementos:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots.\}$$

Sabendo como se constrói os números naturais, podemos agora definir algumas relações importantes entre eles:

a) Todo número natural dado tem um sucessor (número que está imediatamente à frente do número dado na seqüência numérica). Seja **m** um número natural qualquer, temos que seu sucessor será sempre definido como **m+1**. Para ficar claro, seguem alguns exemplos:

Ex: O sucessor de 0 é 1.
Ex: O sucessor de 1 é 2.
Ex: O sucessor de 19 é 20.

b) Se um número natural é sucessor de outro, então os dois números que estão imediatamente ao lado do outro são considerados como consecutivos. Vejam os exemplos:

Ex: 1 e 2 são números consecutivos.
Ex: 5 e 6 são números consecutivos.
Ex: 50 e 51 são números consecutivos.

c) Vários números formam uma coleção de números naturais consecutivos se o segundo for sucessor do primeiro, o terceiro for sucessor do segundo, o quarto for sucessor do terceiro e assim sucessivamente. Observe os exemplos a seguir:

Ex: 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são consecutivos.
Ex: 5, 6 e 7 **são consecutivos.**
Ex: 50, 51, 52 e 53 são consecutivos.

d) Analogamente a definição de sucessor, podemos definir o número que vem imediatamente antes ao número analisado. Este número será definido como antecessor. Seja **m** um número natural qualquer, temos que seu antecessor será sempre definido como **m-1**. Para ficar claro, seguem alguns exemplos:

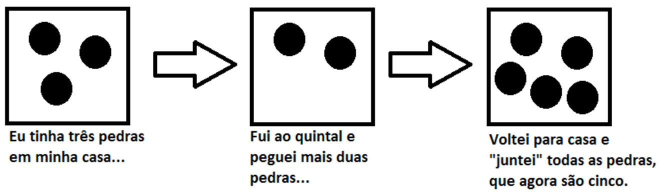
Ex: O antecessor de 2 é 1.
Ex: O antecessor de 56 é 55.
Ex: O antecessor de 10 é 9.

> **FIQUE ATENTO!**
> O único número natural que não possui antecessor é o 0 (zero) !

1.1. Operações com Números Naturais

Agora que conhecemos os números naturais e temos um sistema numérico, vamos iniciar o aprendizado das operações matemáticas que podemos fazer com eles. Muito provavelmente, vocês devem ter ouvido falar das quatro operações fundamentais da matemática: Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão. Vamos iniciar nossos estudos com elas:

Adição: A primeira operação fundamental da Aritmética tem por finalidade reunir em um só número, todas as unidades de dois ou mais números. Antes de surgir os algarismos indo-arábicos, as adições podiam ser realizadas por meio de tábuas de calcular, com o auxílio de pedras ou por meio de ábacos. Esse método é o mais simples para se aprender o conceito de adição, veja a figura a seguir:



Observando a historinha, veja que as unidades (pedras) foram reunidas após o passeio no quintal. Essa reunião das pedras é definida como adição. Simbolicamente, a adição é representada pelo símbolo "+" e assim a historinha fica da seguinte forma:

$$\underset{Tinha\ em\ casa}{3} + \underset{Peguei\ no\ quintal}{2} = \underset{Resultado}{5}$$

Como toda operação matemática, a adição possui algumas propriedades, que serão apresentadas a seguir:

a) Fechamento: A adição no conjunto dos números naturais é fechada, pois a soma de dois números naturais será sempre um número natural.

b) Associativa: A adição no conjunto dos números naturais é associativa, pois na adição de três ou mais parcelas de números naturais quaisquer é possível associar as parcelas de quaisquer modos, ou seja, com três números naturais, somando o primeiro com o segundo e ao resultado obtido somarmos um terceiro, obteremos um resultado que é igual à soma do primeiro com a soma do segundo e o terceiro. Apresentando isso sob a forma de números, sejam A,B e C, três números naturais, temos que:

$$(A+B)+C=A+(B+C)$$

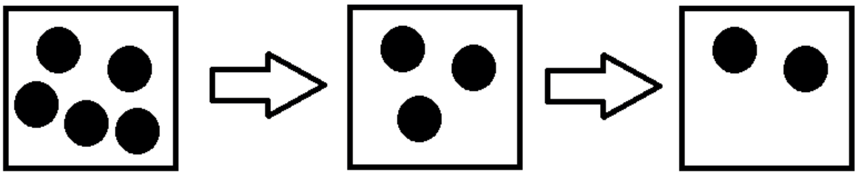
c) Elemento neutro: Esta propriedade caracteriza-se pela existência de número que ao participar da operação de adição, não altera o resultado final. Este número será o 0 (zero). Seja A, um número natural qualquer, temos que:

$$A+0=A$$

d) Comutativa: No conjunto dos números naturais, a adição é comutativa, pois a ordem das parcelas não altera a soma, ou seja, somando a primeira parcela com a segunda parcela, teremos o mesmo resultado que se somando a segunda parcela com a primeira parcela. Sejam dois números naturais A e B, temos que:

$$A+B=B+A$$

Subtração: É a operação contrária da adição. Ao invés de reunirmos as unidades de dois números naturais, vamos retirar uma quantidade de um número. Voltando novamente ao exemplo das pedras:



Observando a historinha, veja que as unidades (pedras) que eu tinha foram separadas. Essa separação das pedras é definida como subtração. Simbolicamente, a subtração é representada pelo símbolo "-" e assim a historinha fica da seguinte forma:

$$\underset{Tinha\ em\ casa}{5} - \underset{Presente\ para\ o\ amigo}{3} = \underset{Resultado}{2}$$

A subtração de números naturais também possui suas propriedades, definidas a seguir:

a) Não fechada: A subtração de números naturais não é fechada, pois há um caso onde a subtração de dois números naturais não resulta em um número natural. Sejam dois números naturais A,B onde A < B, temos que:

$$\mathrm{A}-\mathrm{B}<0$$

Como os números naturais são positivos, A-B não é um número natural, portanto a subtração não é fechada.

b) Não Associativa: A subtração de números naturais também não é associativa, uma vez que a ordem de resolução é importante, devemos sempre subtrair o maior do menor. Quando isto não ocorrer, o resultado não será um número natural.
c) Elemento neutro: No caso do elemento neutro, a propriedade irá funcionar se o zero for o termo a ser subtraído do número. Se a operação for inversa, o elemento neutro não vale para os números naturais:
d) Não comutativa: Vale a mesma explicação para a subtração de números naturais não ser associativa. Como a ordem de resolução importa, não podemos trocar os números de posição

Multiplicação: É a operação que tem por finalidade adicionar o primeiro número denominado multiplicando ou parcela, tantas vezes quantas são as unidades do segundo número denominadas multiplicador. Veja o exemplo:

Ex: Se eu economizar toda semana R$ 6,00, ao final de 5 semanas, quanto eu terei guardado?

Pensando primeiramente em soma, basta eu somar todas as economias semanais:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$$

Quando um mesmo número é somado por ele mesmo repetidas vezes, definimos essa operação como multiplicação. O símbolo que indica a multiplicação é o "x" e assim a operação fica da seguinte forma:

$$\underset{Somas\ repetidas}{6+6+6+6+6} = \underset{Número\ multiplicado\ pelas\ repetições}{6\ x\ 5} = 30$$

A multiplicação também possui propriedades, que são apresentadas a seguir:

a) Fechamento: A multiplicação é fechada no conjunto dos números naturais, pois realizando o produto de dois ou mais números naturais, o resultado será um número natural.

b) Associativa: Na multiplicação, podemos associar três ou mais fatores de modos diferentes, pois se multiplicarmos o primeiro fator com o segundo e depois multiplicarmos por um terceiro número natural, teremos o mesmo resultado que multiplicar o terceiro pelo produto do primeiro pelo segundo. Sejam os números naturais m,n e p, temos que:

$$(m\ x\ n)x\ p = m\ x\ (n\ x\ p)$$

c) Elemento Neutro: No conjunto dos números naturais também existe um elemento neutro para a multiplicação mas ele não será o zero, pois se não repetirmos a multiplicação nenhuma vez, o resultado será 0. Assim, o elemento neutro da multiplicação será o número 1. Qualquer que seja o número natural n, tem-se que:

$$n\ x\ 1 = n$$

d) Comutativa: Quando multiplicamos dois números naturais quaisquer, a ordem dos fatores não altera o produto, ou seja, multiplicando o primeiro elemento pelo segundo elemento teremos o mesmo resultado que multiplicando o segundo elemento pelo primeiro elemento. Sejam os números naturais m e n, temos que:

$$m\ x\ n = n\ x\ m$$

e) Prioridade sobre a adição e subtração: Quando se depararem com expressões onde temos diferentes operações matemática, temos que observar a ordem de resolução das mesmas. Observe o exemplo a seguir:

Ex: $2 + 4\ x\ 3$

Se resolvermos a soma primeiro e depois a multiplicação, chegamos em 18.
Se resolvermos a multiplicação primeiro e depois a soma, chegamos em 14. Qual a resposta certa?

A multiplicação tem prioridade sobre a adição, portanto deve ser resolvida primeiro e assim a resposta correta é 14.

FIQUE ATENTO!
Caso haja parênteses na soma, ela tem prioridade sobre a multiplicação. Utilizando o exemplo, temos que: .

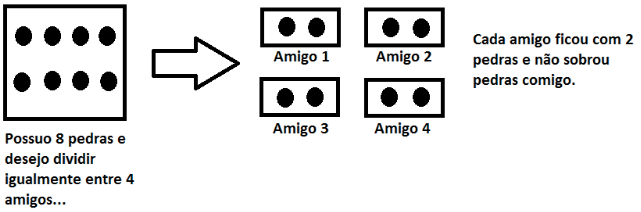
$(2 + 4)\mathbf{x}3 = 6\ \mathbf{x}\ 3 = 18$ Nesse caso, realiza-se a soma primeiro, pois ela está dentro dos parênteses

f) Propriedade Distributiva: Uma outra forma de resolver o exemplo anterior quando se a soma está entre parênteses é com a propriedade distributiva. Multiplicando um número natural pela soma de dois números naturais, é o mesmo que multiplicar o fator, por cada uma das parcelas e a seguir adicionar os resultados obtidos. Veja o exemplo:

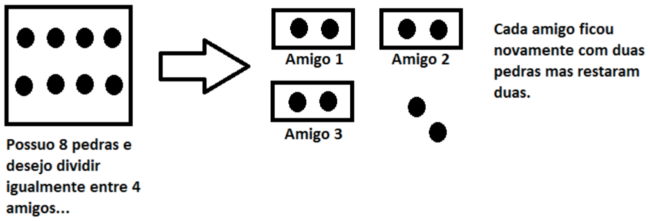
$$(2 + 4)\text{x}\ 3 = 2\text{x}3 + 4\text{x}3 = 6 + 12 = 18$$

Veja que a multiplicação foi distribuída para os dois números do parênteses e o resultado foi o mesmo que do item anterior.

Divisão: Dados dois números naturais, às vezes necessitamos saber quantas vezes o segundo está contido no primeiro. O primeiro número é denominado dividendo e o outro número é o divisor. O resultado da divisão é chamado de quociente. Nem sempre teremos a quantidade exata de vezes que o divisor caberá no dividendo, podendo sobrar algum valor. A esse valor, iremos dar o nome de resto. Vamos novamente ao exemplo das pedras:



No caso em particular, conseguimos dividir as 8 pedras para 4 amigos, ficando cada um deles como 2 unidades e não restando pedras. Quando a divisão não possui resto, ela é definida como divisão exata. Caso contrário, se ocorrer resto na divisão, como por exemplo, se ao invés de 4 fossem 3 amigos:



Nessa divisão, cada amigo seguiu com suas duas pedras, porém restaram duas que não puderam ser distribuídas, pois teríamos amigos com quantidades diferentes de pedras. Nesse caso, tivermos a divisão de 8 pedras por 3 amigos, resultando em um quociente de 2 e um resto também 2. Assim, definimos que essa divisão não é exata.

Devido a esse fato, a divisão de números naturais não é fechada, uma vez que nem todas as divisões são exatas. Também não será associativa e nem comutativa, já que a ordem de resolução importa. As únicas propriedades válidas na divisão são o elemento neutro (que segue sendo 1, desde que ele seja o divisor) e a propriedade distributiva.

FIQUE ATENTO!

A divisão tem a mesma ordem de prioridade de resolução que a multiplicação, assim ambas podem ser resolvidas na ordem que aparecem.

EXERCÍCIO COMENTADO

1. (Pref. De Bom Retiro – SC) A Loja Berlanda está com promoção de televisores. Então resolvi comprar um televisor por R$ 1.700,00. Dei R$ 500,00 de entrada e o restante vou pagar em 12 prestações de:

a) R$ 170,00
b) R$ 1.200,00
c) R$ 200,00
d) R$ 100,00

Resposta: Letra D: Dado o preço inicial de R$ 1700,00, basta subtrair a entrada de R$ 500,00, assim: R$ 1700,00-500,00 = R$ 1200,00. Dividindo esse resultado em 12 prestações, chega-se a R$ 1200,00 : 12 = R$ 100,00

NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

1.1 Definição de Números Inteiros

Definimos o conjunto dos números inteiros como a união do conjunto dos números naturais (N = {0, 1, 2, 3, 4,..., n,...}, com o conjunto dos opostos dos números naturais, que são definidos como números negativos. Este conjunto é denotado pela letra *Z* e é escrito da seguinte forma:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Sabendo da definição dos números inteiros, agora é possível indicar alguns subconjuntos notáveis:

a) O conjunto dos números inteiros **não nulos**: São todos os números inteiros, exceto o zero:

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

b) O conjunto dos números inteiros **não negativos**: São todos os inteiros que não são negativos, ou seja, os números naturais:

$$\mathbb{Z}^+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} = \mathbb{N}$$

c) O conjunto dos números inteiros **positivos**: São todos os inteiros não negativos, e neste caso, o zero não pertence ao subconjunto:

$$\mathbb{Z}^{*+} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

d) O conjunto dos números inteiros **não positivos**: São todos os inteiros não positivos:

$$\mathbb{Z}\_ = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, \}$$

e) O conjunto dos números inteiros **negativos**: São todos os inteiros não positivos, e neste caso, o zero não pertence ao subconjunto:

$$\mathbb{Z}^*\_ = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$$

1.2 Definições Importantes dos Números inteiros

Módulo: chama-se módulo de um número inteiro a distância ou afastamento desse número até o zero, na reta numérica inteira. Representa-se o módulo pelo símbolo | |. Vejam os exemplos:

Ex: O módulo de 0 é 0 e indica-se |0| = 0
Ex: O módulo de +7 é 7 e indica-se |+7| = 7
Ex: O módulo de –9 é 9 e indica-se |–9| = 9

a) O módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero, é sempre positivo.

Números Opostos: Voltando a definição do inicio do capítulo, dois números inteiros são ditos opostos um do outro quando apresentam soma zero; assim, os pontos que os representam distam igualmente da origem. Vejam os exemplos:
Ex: O oposto do número 2 é -2, e o oposto de -2 é 2, pois 2 + (-2) = (-2) + 2 = 0
Ex: No geral, dizemos que o oposto, ou simétrico, de **a** é **– a**, e vice-versa.
Ex: O oposto de zero é o próprio zero.

1.3 Operações com Números Inteiros

Adição: Diferentemente da adição de números naturais, a adição de números inteiros pode gerar um pouco de confusão ao leito. Para melhor entendimento desta operação, associaremos aos números inteiros positivos o conceito de "ganhar" e aos números inteiros negativos o conceito de "perder". Vejam os exemplos:

Ex: $(+3)\ +\ (+5)\ = ?$

Obviamente, quem conhece a adição convencional, sabe que este resultado será 8. Vamos ver agora pelo conceito de "ganhar" e "perder":

+3 = Ganhar 3
+5 = Ganhar 5

Logo: (Ganhar 3) + (Ganhar 5) = (Ganhar 8)

Ex: $(-3)\ +\ (-5)\ = ?$

Agora é o caso em que temos dois números negativos, usando o conceito de "ganhar" ou "perder":

-3 = Perder 3
-5 = Perder 5

Logo: (Perder 3) + (Perder 5) = (Perder 8)

Neste caso, estamos somando duas perdas ou dois prejuízos, assim o resultado deverá ser uma perda maior.

E se tivermos um número positivo e um negativo? Vamos ver os exemplos:

Ex: $(+8)\ +\ (-5)\ = ?$

Neste caso, temos um ganho de 8 e uma perda de 5, que naturalmente sabemos que resultará em um ganho de 3:

+8 = Ganhar 8
-5 = Perder 5

Logo: (Ganhar 8) + (Perder 5) = (Ganhar 3)

Se observarem essa operação, vocês irão perceber que ela tem o mesmo resultado que $8-5=3$. Basicamente ambas são as mesmas operações, sem a presença dos parênteses e a explicação de como se chegar a essa simplificação será apresentado nos itens seguintes deste capítulo.
Agora, e se a perda for maior que o ganho? Veja o exemplo:

Ex: $(-8)+(+5)=?$

Usando a regra, temos que:

-8 = Perder 8
+5 = Ganhar 5

Logo: (Perder 8) + (Ganhar 5) = (Perder 3)

Após a definição de adição de números inteiros, vamos apresentar algumas de suas propriedades:

a) Fechamento: O conjunto *Z* é fechado para a adição, isto é, a soma de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

b) Associativa: Para todos $a, b, c\ \in \mathbb{Z}$:

$$a\ +\ (b\ +\ c)\ =\ (a\ +\ b)\ +\ c$$

Ex: $2\ +\ (3\ +\ 7)\ =\ (2\ +\ 3)\ +\ 7$

Comutativa: Para todos *a*,*b* em *Z*:
a + b = b + a
3 + 7 = 7 + 3

Elemento Neutro: Existe 0 em *Z*, que adicionado a cada *z* em *Z*, proporciona o próprio *z*, isto é:
z + 0 = z
7 + 0 = 7

Elemento Oposto: Para todo *z* em *Z*, existe (-z) em *Z*, tal que
z + (–z) = 0
9 + (–9) = 0

Subtração de Números Inteiros

A subtração é empregada quando:
- Precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra;

- Temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra.

A subtração é a operação inversa da adição.

Observe que: 9 – 5 = 4 4 + 5 = 9

diferença
subtraendo
minuendo

Considere as seguintes situações:

1- Na segunda-feira, a temperatura de Monte Sião passou de +3 graus para +6 graus. Qual foi a variação da temperatura?
Esse fato pode ser representado pela subtração: (+6) – (+3) = +3

2- Na terça-feira, a temperatura de Monte Sião, durante o dia, era de +6 graus. À Noite, a temperatura baixou de 3 graus. Qual a temperatura registrada na noite de terça-feira?
Esse fato pode ser representado pela adição: (+6) + (–3) = +3

Se compararmos as duas igualdades, verificamos que (+6) – (+3) é o mesmo que (+5) + (–3).

Temos:
(+6) – (+3) = (+6) + (–3) = +3
(+3) – (+6) = (+3) + (–6) = –3
(–6) – (–3) = (–6) + (+3) = –3

Daí podemos afirmar: Subtrair dois números inteiros é o mesmo que adicionar o primeiro com o oposto do segundo.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. Calcule:

a) (+12) + (–40) ;
b) (+12) – (–40)
c) (+5) + (–16) – (+9) – (–20)
d) (–3) – (–6) – (+4) + (–2) + (–15)

Resposta: Aplicando as regras de soma e subtração de inteiros, tem-se que:
a) (+12) + (–40) = 12 – 40 = -28
b) (+12) – (–40) = 12 + 40 = 52
c) (+5) + (–16) – (+9) – (–20) = +5 -16 – 9 + 20 = 25 – 25 = 0
d) (–3) – (–6) – (+4) + (–2) + (–15) = -3 + 6 – 4 – 2 – 15 = 6 – 24 = -18

1.4. Multiplicação de Números Inteiros

A multiplicação funciona como uma forma simplificada de uma adição quando os números são repetidos. Poderíamos analisar tal situação como o fato de estarmos ganhando repetidamente alguma quantidade, como por exemplo, ganhar 1 objeto por 30 vezes consecutivas, significa ganhar 30 objetos e esta repetição pode ser indicada por um **x**, isto é: 1 + 1 + 1 ... + 1 + 1 = 30 x 1 = 30
Se trocarmos o número 1 pelo número 2, obteremos: 2 + 2 + 2 + ... + 2 + 2 = 30 x 2 = 60
Se trocarmos o número 2 pelo número -2, obteremos: (–2) + (–2) + ... + (–2) = 30 x (-2) = –60
Observamos que a multiplicação é um caso particular da adição onde os valores são repetidos.
Na multiplicação o produto dos números *a* e *b*, pode ser indicado por ***a* x *b***, ***a* . *b*** ou ainda ***ab*** sem nenhum sinal entre as letras.
Para realizar a multiplicação de números inteiros, devemos obedecer à seguinte regra de sinais:
(+1) x (+1) = (+1)
(+1) x (-1) = (-1)
(-1) x (+1) = (-1)
(-1) x (-1) = (+1)

Com o uso das regras acima, podemos concluir que:

Sinais dos números	Resultado do produto
Iguais	Positivo
Diferentes	Negativo

Propriedades da multiplicação de números inteiros: O conjunto *Z* é fechado para a multiplicação, isto é, a multiplicação de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

Associativa: Para todos a,b,c em *Z*:
a x (b x c) = (a x b) x c
2 x (3 x 7) = (2 x 3) x 7

Comutativa: Para todos a,b em *Z*:
a x b = b x a
3 x 7 = 7 x 3

Elemento neutro: Existe 1 em *Z*, que multiplicado por todo *z* em *Z*, proporciona o próprio *z*, isto é:
z x 1 = z
7 x 1 = 7

Elemento inverso: Para todo inteiro *z* diferente de zero, existe um inverso z^{-1}=1/z em *Z*, tal que
z x z^{-1} = z x (1/z) = 1
9 x 9^{-1} = 9 x (1/9) = 1

Distributiva: Para todos *a*,*b*,*c* em *Z*:
a x (b + c) = (a x b) + (a x c)
3 x (4+5) = (3 x 4) + (3 x 5)

1.5. Divisão de Números Inteiros

Dividendo |divisor dividendo:
Divisor = quociente 0
Quociente . divisor = dividendo

Sabemos que na divisão exata dos números naturais:

40 : 5 = 8, pois 5 . 8 = 40
36 : 9 = 4, pois 9 . 4 = 36

Vamos aplicar esses conhecimentos para estudar a divisão exata de números inteiros. Veja o cálculo:

(–20) : (+5) = q ⇨ (+5) . q = (–20) ⇨ q = (–4)
Logo: (–20) : (+5) = +4

Considerando os exemplos dados, concluímos que, para efetuar a divisão exata de um número inteiro por outro número inteiro, diferente de zero, dividimos o módulo do dividendo pelo módulo do divisor. Daí:

- Quando o dividendo e o divisor têm o mesmo sinal, o quociente é um número inteiro positivo.
- Quando o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número inteiro negativo.
- A divisão nem sempre pode ser realizada no conjunto *Z*. Por exemplo, (+7) : (–2) ou (–19) : (–5) são divisões que não podem ser realizadas em *Z*, pois o resultado não é um número inteiro.
- No conjunto *Z*, a divisão não é comutativa, não é associativa e não tem a propriedade da existência do elemento neutro.

1- Não existe divisão por zero.
Exemplo: (–15) : 0 não tem significado, pois não existe um número inteiro cujo produto por zero seja igual a –15.
2- Zero dividido por qualquer número inteiro, diferente de zero, é zero, pois o produto de qualquer número inteiro por zero é igual a zero.
Exemplos: a) 0 : (–10) = 0 /b) 0 : (+6) = 0 /c) 0 : (–1) = 0

1.6. Potenciação de Números Inteiros

A potência a^n do número inteiro *a*, é definida como um produto de *n* fatores iguais. O número a é denominado a *base* e o número *n* é o *expoente*.
a^n = a x a x a x a x ... x a
a é multiplicado por *a n* vezes

Exemplos:
3^3 = (3) x (3) x (3) = 27
$(-5)^5$ = (-5) x (-5) x (-5) x (-5) x (-5) = -3125
$(-7)^2$ = (-7) x (-7) = 49
$(+9)^2$ = (+9) x (+9) = 81

- Toda potência de **base positiva** é um número **inteiro positivo**.
  Exemplo: $(+3)^2$ = (+3) . (+3) = +9

- Toda potência de **base negativa** e **expoente par** é um número **inteiro positivo**.
  Exemplo: $(-8)^2$ = (–8) . (–8) = +64

- Toda potência de **base negativa** e **expoente ímpar** é um número **inteiro negativo**.
  Exemplo: $(-5)^3$ = (–5) . (–5) . (–5) = –125

Propriedades da Potenciação:

Produtos de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e somam-se os expoentes. $(-7)^3 . (-7)^6 = (-7)^{3+6} = (-7)^9$

Quocientes de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes. $(+13)^8 : (+13)^6 = (+13)^{8-6} = (+13)^2$

Potência de Potência: Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes. $[(+4)^5]^2 = (+4)^{5 \cdot 2} = (+4)^{10}$

Potência de expoente 1: É sempre igual à base. $(+9)^1 = +9$ $(-13)^1 = -13$

Potência de expoente zero e base diferente de zero: É igual a 1. Exemplo: $(+14)^0 = 1$ $(-35)^0 = 1$

Radiciação de Números Inteiros

A raiz n-ésima (de ordem *n*) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo b* que elevado à potência *n* fornece o número *a*. O número *n* é o índice da raiz enquanto que o número *a* é o radicando (que fica sob o sinal do radical).
A raiz quadrada (de ordem 2) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo* que elevado ao quadrado coincide com o número *a*.

Observação: Não existe a raiz quadrada de um número inteiro negativo no conjunto dos números inteiros.

Erro comum: Frequentemente lemos em materiais didáticos e até mesmo ocorre em algumas aulas aparecimento de:

$\sqrt{9} = \pm 3$

mas isto está errado. O certo é:

$\sqrt{9} = +3$

Observamos que não existe um número inteiro não negativo que multiplicado por ele mesmo resulte em um número negativo.

A raiz cúbica (de ordem 3) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro que elevado ao cubo seja igual ao número *a*. Aqui não restringimos os nossos cálculos somente aos números não negativos.

Exemplos

(a) $\sqrt[3]{8}$ = 2, pois 2^3 = 8.

(b) $\sqrt[3]{-8}$ = –2, pois $(–2)^3$ = -8.

(c) $\sqrt[3]{27}$ = 3, pois 3^3 = 27.

(d) $\sqrt[3]{-27}$ = –3, pois $(–3)^3$ = -27.

Observação: Ao obedecer à regra dos sinais para o produto de números inteiros, concluímos que:

(a) Se o índice da raiz for par, não existe raiz de número inteiro negativo.

(b) Se o índice da raiz for ímpar, é possível extrair a raiz de qualquer número inteiro.

MULTIPLICIDADE E DIVISIBILIDADE

Um múltiplo de um número é o produto desse número por um número natural qualquer. Já um divisor de um número é um número cujo resto da divisão do número pelo divisor é zero.

Ex: Sabe-se que 30 : 6 = 5, porque 5× 6 = 30.

Pode-se dizer então que:

"30 é divisível por 6 porque existe um numero natural (5) que multiplicado por 6 dá como resultado 30."

Um numero natural *a* é divisível por um numero natural *b*, não-nulo, se existir um número natural *c*, tal que c . b = a .

Voltando ao exemplo 30 : 6 = 5 , conclui-se que: 30 é múltiplo de 6, e 6 é divisor de 30.

Analisando outros exemplos:

a) 20 : 5 = 4 → 20 é múltiplo de 5 (4×5=20), e 5 é divisor de 20

b) 12 : 2 = 6 → 12 é múltiplo de 2 (6×2=12), e 2 é divisor de 12

1. Conjunto dos múltiplos de um número natural:

É obtido multiplicando-se o número natural em questão pela sucessão dos números naturais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,...

Ex: Conjunto dos múltiplos de 7. Para encontrar esse conjunto basta multiplicar por 7 cada um dos números da sucessão dos naturais:

7 *x* 0 = 0
7 *x* 1 = 7
7 *x* 2 = 14
7 *x* 3 = 21
7 *x* 4 = 28
7 *x* 5 = 35

O conjunto formado pelos resultados encontrados forma o conjunto dos múltiplos de 7: M(7) = {0, 7, 14, 21, 28,...}.

Observações:

- Todo número natural é múltiplo de si mesmo.
- Todo número natural é múltiplo de 1.
- Todo número natural, diferente de zero, tem infinitos múltiplos.
- O zero é múltiplo de qualquer número natural.
- Os múltiplos do número 2 são chamados de números pares, e a fórmula geral desses números é $2k$ $(k \in N)$. Os demais são chamados de números ímpares, e a fórmula geral desses números é $2k + 1$ $(k \in N)$.

1.1. Critérios de divisibilidade:

São regras práticas que nos possibilitam dizer se um número é ou não divisível por outro, sem efetuarmos a divisão.

Divisibilidade por 2: Um número é divisível por 2 quando ele é par, ou seja, quando ele termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Exs:
a) 9656 é divisível por 2, pois termina em 6.
b) 4321 não é divisível por 2, pois termina em 1.

Divisibilidade por 3: Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é divisível por 3.

Exs:
a) 65385 é divisível por 3, pois 6 + 5 + 3 + 8 + 5 = 27, e 27 é divisível por 3.

b) 15443 não é divisível por 3, pois 1+ 5 + 4 + 4 + 3 = 17, e 17 não é divisível por 3.

Divisibilidade por 4: Um número é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos for divisível por 4.

Exs:
a) 536400 é divisível por 4, pois termina em 00.
b) 653524 é divisível por 4, pois termina em 24, e 24 é divisível por 4.
c) 76315 não é divisível por 4, pois termina em 15, e 15 não é divisível por 4.

Divisibilidade por 5: Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.

Exs:
a) 35040 é divisível por 5, pois termina em 0.
b) 7235 é divisível por 5, pois termina em 5.
c) 6324 não é divisível por 5, pois termina em 4.

EXERCÍCIO COMENTADO

1. Escreva os elementos dos conjuntos dos múltiplos de 5 positivos menores que 30.

Resposta: Seguindo a tabuada do 5, temos que: {5,10,15,20,25}.

Divisibilidade por 6: Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Exs:
a) 430254 é divisível por 6, pois é divisível por 2 (termina em 4) e por 3 (4 + 3 + 0 + 2 + 5 + 4 = 18).
b) 80530 não é divisível por 6, pois não é divisível por 3 (8 + 0 + 5 + 3 + 0 = 16).
c) 531561 não é divisível por 6, pois não é divisível por 2 (termina em 1).

Divisibilidade por 7: Para verificar a divisibilidade por 7, deve-se fazer o seguinte procedimento.

- Multiplicar o último algarismo por 2
- Subtrair o resultado do número inicial sem o último algarismo
- Se o resultado for um múltiplo de 7, então o número inicial é divisível por 7.

É importante ressaltar que, em caso de números com vários algarismos, será necessário fazer o procedimento mais de uma vez.

Ex:
Analisando o número 1764
Procedimento:

- Último algarismo: 4. Multiplica-se por 2: 4×2=8
- Subtrai-se o resultado do número inicial sem o último algarismo: 176-8=168
- O resultado é múltiplo de 7? Para isso precisa verificar se 168 é divisível por 7.

Aplica-se o procedimento novamente, agora para o número 168.

- Último algarismo: 8. Multiplica-se por 2: 8×2=16
- Subtrai-se o resultado do número inicial sem o último algarismo: 16-16=0
- O resultado é múltiplo de 7? Sim, pois zero (0) é múltiplo de qualquer número natural.

Portanto, conclui-se que 168 é múltiplo de 7. Se 168 é múltiplo de 7, então 1764 é divisível por 7.

Divisibilidade por 8: Um número é divisível por 8 quando termina em 000 ou quando o número formado pelos três últimos algarismos for divisível por 8.
Exs:
a) 57000 é divisível por 8, pois termina em 000.
b) 67024 é divisível por 8, pois seus três últimos algarismos formam o número 24, que é divisível por 8.
c) 34125 não é divisível por 8, pois seus três últimos algarismos formam o número 125, que não é divisível por 8.

EXERCÍCIO COMENTADO

2. Escreva os elementos dos conjuntos dos múltiplos de 8 compreendidos entre 30 e 50.

Resposta: Seguindo a tabuada do 8, a partir do 30: {32,40,48}.

Divisibilidade por 9: Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos formam um número divisível por 9.

Exs:
a) 6253461 é divisível por 9, pois 6 + 2 + 5 + 3 + 4 + 6 + 1 = 27 é divisível por 9.
b) 325103 não é divisível por 9, pois 3 + 2 + 5 + 1 + 0 + 3 = 14 não é divisível por

Divisibilidade por 10: Um número é divisível por 10 quando termina em zero.

Exs:
a) 563040 é divisível por 10, pois termina em zero.
b) 246321 não é divisível por 10, pois não termina em zero.

Divisibilidade por 11: Um número é divisível por 11 quando a diferença entre a soma dos algarismos de posição ímpar e a soma dos algarismos de posição par resulta em um número divisível por 11.

Exs:
a) 43813 é divisível por 11. Vejamos o porquê

Os algarismos de posição ímpar são os algarismos nas posições 1, 3 e 5. Ou seja, 4,8 e 3. A soma desses algarismos é 4 + 8 + 3 = 15

Os algarismos de posição par são os algarismos nas posições 2 e 4. Ou seja, 3 e 1. A soma desses algarismos é 3+1 = 4

15 – 4 = 11→ A diferença divisível por 11. Logo 43813 é divisível por 11.

b) 83415721 não é divisível por 11. Vejamos o porquê

Os algarismos de posição ímpar são os algarismos nas posições 1, 3, 5 e 7. Ou seja, 8, 4, 5 e 2. A soma desses algarismos é

Os algarismos de posição ímpar são os algarismos nas posições 1, 3, 5 e 7. Ou seja, 8, 4, 5 e 2. A soma desses algarismos é 8+4+5+2 = 19

Os algarismos de posição par são os algarismos nas posições 2, 4 e 6. Ou seja, 3, 1 e 7. A soma desses algarismos é 3+1+7 = 11

19 – 11 = 8→ A diferença não é divisível por 11. Logo 83415721 não é divisível por 11.

Divisibilidade por 12: Um número é divisível por 12 quando é divisível por 3 e por 4.

Exs:
a) 78324 é divisível por 12, pois é divisível por 3 (7 + 8 + 3 + 2 + 4 = 24) e por 4 (termina em 24).

b) 652011 não é divisível por 12, pois não é divisível por 4 (termina em 11).

c) 863104 não é divisível por 12, pois não é divisível por 3 (8 + 6 + 3 +1 + 0 + 4 = 22).

Divisibilidade por 15: Um número é divisível por 15 quando é divisível por 3 e por 5.

Exs:
a) 650430 é divisível por 15, pois é divisível por 3 (6 + 5 + 0 + 4 + 3 + 0 =18) e por 5 (termina em 0).

b) 723042 não é divisível por 15, pois não é divisível por 5 (termina em 2).

c) 673225 não é divisível por 15, pois não é divisível por 3 (6 + 7 + 3 + 2 + 2 + 5 = 25).

POTENCIAÇÃO

Define-se potenciação como o resultado da multiplicação de fatores iguais, denominada base, sendo o número de fatores igual a outro número, denominado expoente. Diz-se "b elevado a c", cuja notação é:

$$b^c = \underbrace{b \times b \times \cdots \times b}_{c\ vezes}$$

Por exemplo: 4^3=4×4×4=64, sendo a base igual a 4 e o expoente igual a 3.

Esta operação não passa de uma multiplicação com fatores iguais, como por exemplo: 2^3 = 2 × 2 × 2 = 8 → 5^3 = 5 × 5 × 5 = 125

1. **Propriedades da Potenciação**

Propriedade 1: potenciação com base 1

Uma potência cuja base é igual a 1 e o expoente natural é n, denotada por 1^n, será sempre igual a 1. Em resumo, $1^n=1$

Exemplos:
a) 1^3 = 1×1×1 = 1
b) 1^7 = 1×1×1×1×1×1×1 = 1

Propriedade 2: potenciação com expoente nulo

Se n é um número natural não nulo, então temos que n^o=1.

Exemplos:
a) 5^o = 1
b) 9^o = 1

Propriedade 3: potenciação com expoente 1

Qualquer que seja a potência em que a base é o número natural n e o expoente é igual a 1, denotada por n^1 , é igual ao próprio n. Em resumo, $n^1=n$

Exemplos:
a) 5^1 = 5
b) 64^1 = 64

Propriedade 4: potenciação de base 10

Toda potência 10^n é o número formado pelo algarismo 1 seguido de n zeros.

Exemplos:
a) 10^3 = 1000
b) 10^8 = 100.000.000
c) 10^4 = 1000

Propriedade 5: multiplicação de potências de mesma base

Em uma multiplicação de duas potências de mesma base, o resultado é obtido conservando-se a base e somando-se os expoentes.

Em resumo: $x^a \times x^b = x^{a+b}$
Exemplos:
a) $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
b) $3^4 \times 3^6 = 3^{4+6} = 3^{10}$
c) $15^2 \times 15^4 = 15^{2+4} = 15^6$

Propriedade 6: divisão de potências de mesma base

Em uma divisão de duas potências de mesma base, o resultado é obtido conservando-se a base e subtraindo-se os expoentes.
Em resumo: $x^a : x^b = x^{a-b}$

Exemplos:
a) $2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2$
b) $3^9 : 3^6 = 3^{9-6} = 3^3$
c) $15^{12} : 15^4 = 15^{12-4} = 15^8$

FIQUE ATENTO!
Dada uma potência x^a , onde o número real a é negativo, o resultado dessa potência é igual ao inverso de *x* elevado a *a*, isto é, $x^a = \frac{1}{x^a}$ se a<0.

Por exemplo, $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$, $5^{-1} = \frac{1}{5^1}$.

Propriedade 7: potência de potência
Quando uma potência está elevado a outro expoente, o expoente resultante é obtido multiplicando-se os expoentes
Em resumo: $(x^a)^b = x^{a \times b}$

Exemplos:
a) $(2^5)^3 = 2^{5\times3} = 2^{15}$
b) $(3^9)^2 = 3^{9\times2} = 3^{18}$
c) $(6^{12})^4 = 6^{12\times4} = 6^{48}$

Propriedade 8: potência de produto
Quando um produto está elevado a uma potência, o resultado é um produto com cada um dos fatores elevado ao expoente
Em resumo: $(x \times y)^a = x^a \times y^a$

Exemplos:
a) $(2\times3)^3 = 2^3\times3^3$
b) $(3\times4)^2 = 3^2\times4^2$
c) $(6\times5)^4 = 6^4\times5^4$

#FicaDica
Em alguns casos podemos ter uma multiplicação ou divisão potência que não está na mesma base (como nas propriedades 5 e 6), mas pode ser simplificada. Por exemplo, $4^3\times2^5 = (2^2)^3\times2^5 = 2^6\times2^5 = 2^{6+5} = 2^{11}$ e $3^3:9 = 3^3 : 3^2 = 3^1$.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (MPE-RS – 2017) A metade de 4^{40} é igual a:

a) 2^{20}
b) 2^{39}
c) 2^{40}
d) 2^{79}
e) 2^{80}

Resposta: Letra D.
Para encontrar a metade de 4^{40}, basta dividirmos esse número por 2, isto é, $\frac{4^{40}}{2}$. Uma forma fácil de resolver essa fração é escrever o numerador e denominador dessa fração na mesma base como mostrado a seguir:

$$\frac{4^{40}}{2} = \frac{(2^2)^{40}}{2} = \frac{2^{80}}{2} = 2^{80-1} = 2^{79}.$$

Note que para resolver esse exercício utilizamos as propriedades 6 e 7.

NÚMEROS PRIMOS, MDC E MMC

O máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum são ferramentas extremamente importantes na matemática. Através deles, podemos resolver alguns problemas simples, além de utilizar seus conceitos em outros temas, como frações, simplicação de fatoriais, etc.

Porém, antes de iniciarmos a apresentar esta teoria, é importante conhecermos primeiramente uma classe de números muito importante: Os números primos.

1. Números primos

Um número natural é definido como primo se ele tem exatamente dois divisores: o número um e ele mesmo. Já nos inteiros, $p \in \mathbb{Z}$ é um primo se ele tem exatamente quatro divisores: ±1 e $\pm p$.

FIQUE ATENTO!
Por definição, 0, 1 e − 1 não são números primos.

Existem infinitos números primos, como demonstrado por Euclides por volta de 300 a.C.. A propriedade de ser um primo é chamada "primalidade", e a palavra "primo" também são utilizadas como substantivo ou adjetivo. Como "dois" é o único número primo par, o termo "primo ímpar" refere-se a todo primo maior do que dois.

O conceito de número primo é muito importante na teoria dos números. Um dos resultados da teoria dos números é o Teorema Fundamental da Aritmética, que afirma que qualquer número natural diferente de 1 pode ser escrito de forma única (desconsiderando a ordem) como um produto de números primos (chamados fatores primos): este processo se chama decomposição em fatores primos (fatoração). É exatamente este conceito que utilizaremos no MDC e MMC. Para caráter de memorização, seguem os 100 primeiros números primos positivos. Recomenda-se que memorizem ao menos os 10 primeiros para MDC e MMC:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59 , 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541

2. Múltiplos e Divisores

Diz-se que um número natural *a* é múltiplo de outro natural *b*, se existe um número natural *k* tal que:

$$a = k.b$$

Ex. 15 é múltiplo de 5, pois 15=3 x 5

Quando *a=k.b*, segue que a é múltiplo de b, mas também, *a* é múltiplo de *k*, como é o caso do número 35 que é múltiplo de 5 e de 7, pois: 35 = 7 *x* 5.

Quando *a* = *k.b*, então a é múltiplo de *b* e se conhecemos *b* e queremos obter todos os seus múltiplos, basta fazer *k* assumir todos os números naturais possíveis.

Ex. Para obter os múltiplos de dois, isto é, os números da forma *a* = *k x 2, k* seria substituído por todos os números naturais possíveis.

FIQUE ATENTO!
Um número b é sempre múltiplo dele mesmo.
a = 1 x b ↔ a = b.

A definição de divisor está relacionada com a de múltiplo.

Um número natural *b* é divisor do número natural *a*, se *a* é múltiplo de *b*.

Ex. 3 é divisor de 15, pois , logo 15 é múltiplo de 3 e também é múltiplo de 5.

#FicaDica

Um número natural tem uma quantidade finita de divisores. Por exemplo, o número 6 poderá ter no máximo 6 divisores, pois trabalhando no conjunto dos números naturais não podemos dividir 6 por um número maior do que ele. Os divisores naturais de 6 são os números 1, 2, 3, 6, o que significa que o número 6 tem 4 divisores.

MDC

Agora que sabemos o que são números primos, múltiplos e divisores, vamos ao MDC. O máximo divisor comum de dois ou mais números é o maior número que é divisor comum de todos os números dados.

Ex. Encontrar o MDC entre 18 e 24.

Divisores naturais de 18: D(18) = {1,2,3,6,9,18}.

Divisores naturais de 24: D(24) = {1,2,3,4,6,8,12,24}.

Pode-se escrever, agora, os divisores comuns a 18 e 24: D(18)∩ D (24) = {1,2,3,6}.

Observando os divisores comuns, podemos identificar o maior divisor comum dos números 18 e 24, ou seja: MDC (18,24) = 6.

Outra técnica para o cálculo do MDC:

Decomposição em fatores primos: Para obter o MDC de dois ou mais números por esse processo, procede-se da seguinte maneira:

Decompõe-se cada número dado em fatores primos.

O MDC é o produto dos fatores comuns obtidos, cada um deles elevado ao seu menor expoente.

Exemplo: Achar o MDC entre 300 e 504.

Fatorando os dois números:

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

Temos que:

$300 = 2^2.3\ .5^2$
$504 = 2^3.3^2\ .7$

O MDC será os fatores comuns com seus menores expoentes:

mdc (300,504)= $2^2.3$ = 4 .3=12

MMC

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é o menor número positivo que é múltiplo comum de todos os números dados. Consideremos:

Ex. Encontrar o MMC entre 8 e 6

Múltiplos positivos de 6: M(6) = {6,12,18,24,30,36,42,48,54,...}

Múltiplos positivos de 8: M(8) = {8,16,24,32,40,48,56,64,...}

Podem-se escrever, agora, os múltiplos positivos comuns: M(6)∩M(8) = {24,48,72,...}

Observando os múltiplos comuns, pode-se identificar o mínimo múltiplo comum dos números 6 e 8, ou seja:

Outra técnica para o cálculo do MMC:

Decomposição isolada em fatores primos: Para obter o MMC de dois ou mais números por esse processo, procedemos da seguinte maneira:

- Decompomos cada número dado em fatores primos.
- O MMC é o produto dos fatores comuns e não-comuns, cada um deles elevado ao seu maior expoente.

Ex. Achar o MMC entre 18 e 120.

Fatorando os números:

18	2
9	3
3	3
1	

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$18 = 2 . 3^2$

$120 = 2^3 . 3 . 5$

$$\text{mmc}\,(18,120) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$$

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (FEPESE-2016) João trabalha 5 dias e folga 1, enquanto Maria trabalha 3 dias e folga 1. Se João e Maria folgam no mesmo dia, então quantos dias, no mínimo, passarão para que eles folguem no mesmo dia novamente?

a) 8
b) 10
c) 12
d) 15
e) 24

Resposta: Letra c.
COMENTÁRIO: O período em que João trabalha e folga corresponde a 6 dias enquanto o mesmo período, para Maria, corresponde a 4 dias. Assim, o problema consiste em encontrar o mmc entre 6 e 4. Logo, eles folgarão no mesmo dia novamente após 12 dias pois mmc(6,4)=12.

NÚMEROS RACIONAIS: FRAÇÕES, NÚMEROS DECIMAIS E SUAS OPERAÇÕES

1. Números Racionais

Um número racional é o que pode ser escrito na forma $\frac{m}{n}$, onde *m* e *n* são números inteiros, sendo que *n* deve ser diferente de zero. Frequentemente usamos $\frac{m}{n}$ para significar a divisão de *m* por *n* .

Como podemos observar, números racionais podem ser obtidos através da razão entre dois números inteiros, razão pela qual, o conjunto de todos os números racionais é denotado por *Q*. Assim, é comum encontrarmos na literatura a notação:

$$Q = \left\{\frac{m}{n} : m \text{ e } n \text{ em } Z, n \text{ diferente de zero}\right\}$$

No conjunto *Q* destacamos os seguintes subconjuntos:
- Q^* = conjunto dos racionais não nulos;
- Q_+ = conjunto dos racionais não negativos;
- Q_+^* = conjunto dos racionais positivos;
- Q_- = conjunto dos racionais não positivos;
- Q_-^* = conjunto dos racionais negativos.

Módulo ou valor absoluto: É a distância do ponto que representa esse número ao ponto de abscissa zero.

Exemplo: Módulo de $-\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$. Indica-se $\left|-\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right|$

Módulo de $+\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$. Indica-se $\left|\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right|$

Números Opostos: Dizemos que $-\frac{3}{2}$ *e* $\frac{3}{2}$ são números racionais opostos ou simétricos e cada um deles é o oposto do outro. As distâncias dos pontos $-\frac{3}{2}$ *e* $\frac{3}{2}$ ao ponto zero da reta são iguais.

1.1. Soma (Adição) de Números Racionais

Como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos a adição entre os números racionais $\frac{a}{b}$ *e* $\frac{c}{d}$, da mesma forma que a soma de frações, através de:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

1.1.1. Propriedades da Adição de Números Racionais

O conjunto é fechado para a operação de adição, isto é, a soma de dois números racionais resulta em um número racional.

- Associativa: Para todos em *: a + (b + c) = (a + b) + c*
- Comutativa: Para todos em *: a + b = b + a*
- Elemento neutro: Existe em , que adicionado a todo em , proporciona o próprio , isto é: q + 0 = q
- Elemento oposto: Para todo q em Q, existe -q em Q, tal que q + (–q) = 0

1.2. Subtração de Números Racionais

A subtração de dois números racionais e é a própria operação de adição do número com o oposto de *q*, isto é: p – q = p + (–q)

1.3. Multiplicação (Produto) de Números Racionais

Como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos o produto de dois números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que o produto de frações, através de:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

O produto dos números racionais a e b também pode ser indicado por a × b, a.b ou ainda ab sem nenhum sinal entre as letras.

Para realizar a multiplicação de números racionais, devemos obedecer à mesma regra de sinais que vale em toda a Matemática:

(+1)•(+1) = (+1) – Positivo Positivo = Positivo
(+1)•(-1) = (-1) - Positivo Negativo = Negativo
(-1)•(+1) = (-1) - Negativo Positivo = Negativo
(-1)• (-1) = (+1) – Negativo Negativo = Positivo

#FicaDica

O produto de dois números com o mesmo sinal é positivo, mas o produto de dois números com sinais diferentes é negativo.

1.3.1. Propriedades da Multiplicação de Números Racionais

O conjunto *Q* é fechado para a multiplicação, isto é, o produto de dois números racionais resultaem um número racional.

- Associativa: Para todos a,b,c em Q: a · (b · c) = (a · b) · c
- Comutativa: Para todos a,b em Q: a · b = b · a
- Elemento neutro: Existe 1 em Q, que multiplicado por todo q em Q, proporciona o próprio q, isto é: q · 1 = q
- Elemento inverso: Para todo $q=\frac{a}{b}$ em Q, $q^{-1}=\frac{b}{a}$ diferente de zero, existe em Q: $q\cdot q^{-1}=1$, ou seja, $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$
- Distributiva: Para todos a,b,c em Q: a · (b + c) = (a · b) + (a· c)

1.4. Divisão de Números Racionais

A divisão de dois números racionais *p* e *q* é a própria operação de multiplicação do número *p* pelo inverso de *q*, isto é: $p \div q = p \times q^{-1}$

De maneira prática costuma-se dizer que em uma divisão de duas frações, conserva-se a primeira fração e multiplica-se pelo inverso da segunda:

Observação: É possível encontrar divisão de frações da seguinte forma: $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$. O procedimento de cálculo é o mesmo.

1.5. Potenciação de Números Racionais

A potência q^n do número racional é um produto de fatores iguais. O número é denominado a base e o número é o expoente.

$q^n = q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot \ldots \cdot q$, (*q* aparece *n* vezes)

Exs:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3=\left(\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{8}{125}$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3=\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{8}$

c) $(-5)^2 = (-5)\cdot(-5) = 25$

d) $(+5)^2 = (+5)\cdot(+5) = 25$

1.5.1. Propriedades da Potenciação aplicadas a números racionais

Toda potência com expoente 0 é igual a 1.

$$\left(+\frac{2}{5}\right)^0=1$$

- Toda potência com expoente 1 é igual à própria base.

$$\left(-\frac{9}{4}\right)^1=-\frac{9}{4}$$

- Toda potência com expoente negativo de um número racional diferente de zero é igual a outra potência que tem a base igual ao inverso da base anterior e o expoente igual ao oposto do expoente anterior.

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}=\left(-\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}$$

- Toda potência com expoente ímpar tem o mesmo sinal da base.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{8}{27}$$

- Toda potência com expoente par é um número positivo.

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^2=\left(-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{25}$$

- Produto de potências de mesma base. Para reduzir um produto de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e somamos os expoentes.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}.\frac{2}{5}\right).\left(\frac{2}{5}.\frac{2}{5}.\frac{2}{5}\right) = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$$

- Quociente de potências de mesma base. Para reduzir um quociente de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e subtraímos os expoentes.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{\frac{3}{2}.\frac{3}{2}.\frac{3}{2}.\frac{3}{2}.\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}.\frac{3}{2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{5-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

- Potência de Potência. Para reduzir uma potência de potência a uma potência de um só expoente, conservamos a base e multiplicamos os expoentes.

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+2+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

1.6. Radiciação de Números Racionais

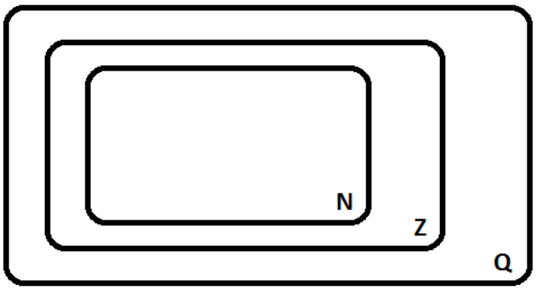
Se um número representa um produto de dois ou mais fatores iguais, então cada fator é chamado raiz do número. Vejamos alguns exemplos:

Ex:
4 Representa o produto 2. 2 ou 2^2. Logo, 2 é a raiz quadrada de 4. Indica-se $\sqrt{4}$ = 2.

Ex:
$\frac{1}{9}$ Representa o produto $\frac{1}{3}.\frac{1}{3}$ ou $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ .Logo, $\frac{1}{3}$ **é a raiz quadrada de** $\frac{1}{9}$ .Indica-se $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

Ex:
0,216 Representa o produto $0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6$ ou $(0{,}6)3$. Logo, 0,6 é a raiz cúbica de 0,216. Indica-se $\sqrt[3]{0{,}216} = 0{,}6$.

Assim, podemos construir o diagrama:



FIQUE ATENTO!
Um número racional, quando elevado ao quadrado, dá o número zero ou um número racional positivo. Logo, os números racionais negativos não têm raiz quadrada em Q.

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

O número $-\frac{100}{9}$ **não tem raiz quadrada em Q, pois tanto** $-\frac{10}{3}$ como $+\frac{10}{3}$, quando elevados ao quadrado, dão $\frac{100}{9}$.

Um número racional positivo só tem raiz quadrada no conjunto dos números racionais se ele for um quadrado perfeito. O número $\frac{2}{3}$ **não tem raiz quadrada em Q, pois não existe número racional que elevado ao quadrado dê** $\frac{2}{3}$.

FRAÇÕES

Frações são representações de partes iguais de um todo. São expressas como um quociente de dois números $\frac{x}{y}$, sendo x o numerador e y o denominador da fração, com $y \neq 0$.

1. Frações Equivalentes

São frações que, embora diferentes, representam a mesma parte do mesmo todo. Uma fração é equivalente a outra quando pode ser obtida multiplicando o numerador e o denominador da primeira fração pelo mesmo número.

Ex: $\frac{3}{5}$ e $\frac{6}{10}$.

A segunda fração pode ser obtida multiplicando o numerador e denominador de $\frac{3}{5}$ por 2:

$$\frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$$

Assim, diz-se que $\frac{6}{10}$ é uma fração equivalente a $\frac{3}{5}$

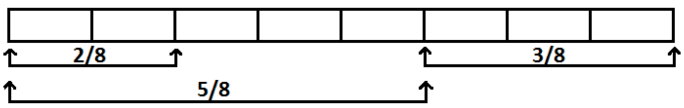
2. Operações com Frações

2.1. Adição e Subtração

2.1.1. Frações com denominadores iguais:

Ex:
Jorge comeu $\frac{3}{8}$ de um tablete de chocolate e Miguel $\frac{5}{8}$ desse mesmo tablete. Qual a fração do tablete de chocolate que Jorge e Miguel comeram juntos?

A figura abaixo representa o tablete de chocolate. Nela também estão representadas as frações do tablete que Jorge e Miguel comeram:



Observe que $\frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$

Portanto, Jorge e Miguel comeram juntos $\frac{5}{8}$ do tablete de chocolate.

Na adição e subtração de duas ou mais frações que têm denominadores iguais, conservamos o denominador comum e somamos ou subtraímos os numeradores.

Outro Exemplo:

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = \frac{3+5-7}{2} = \frac{1}{2}$$

2.1.2. Frações com denominadores diferentes:

Calcular o valor de $\frac{3}{8}+\frac{5}{6}$ Inicialmente, devemos reduzir as frações ao mesmo denominador comum. Para isso, encontramos o mínimo múltiplo comum (MMC) entre os dois (ou mais, se houver) denominadores e, em seguida, encontramos as frações equivalentes com o novo denominador:

$$\text{mmc}\ (8{,}6)\ =\ 24\frac{3}{8}=\frac{5}{6}=\frac{9}{24}=\frac{20}{24}$$

$$24:\ 8\cdot 3\ =\ 9$$
$$24:\ 6\cdot 5\ =\ 20$$

Devemos proceder, agora, como no primeiro caso, simplificando o resultado, quando possível:

$$\frac{9}{24}+\frac{20}{24}=\frac{29}{24}$$

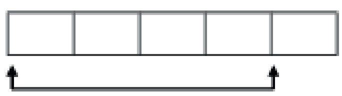
Portanto: $\frac{3}{8}+\frac{5}{6}=\frac{9}{24}+\frac{20}{24}=\frac{29}{24}$

#FicaDica

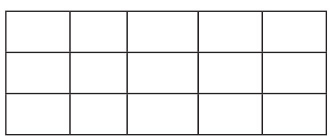
Na adição e subtração de duas ou mais frações que têm os denominadores diferentes, reduzimos inicialmente as frações ao menor denominador comum, após o que procedemos como no primeiro caso.

2.2. Multiplicação

Ex:
De uma caixa de frutas, $\frac{4}{5}$ são bananas. Do total de bananas, $\frac{2}{3}$ estão estragadas. Qual é a fração de frutas da caixa que estão estragadas?



Representa 4/5 do conteúdo da caixa



Representa 2/3 de 4/5 do conteúdo da caixa.

Repare que o problema proposto consiste em calcular o valor de $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ que, de acordo com a figura, equivale a $\frac{8}{15}$ do total de frutas. De acordo com a tabela acima, $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ equivale a $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}$. Assim sendo:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$$

Ou seja:
$\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{2\cdot4}{3\cdot5}=\frac{8}{15}$

O produto de duas ou mais frações é uma fração cujo numerador é o produto dos numeradores e cujo denominador é o produto dos denominadores das frações dadas.

Outro exemplo: $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{9}=\frac{2\cdot4\cdot7}{3\cdot5\cdot9}=\frac{56}{135}$

#FicaDica

Sempre que possível, antes de efetuar a multiplicação, podemos simplificar as frações entre si, dividindo os numeradores e os denominadores por um fator comum. Esse processo de simplificação recebe o nome de cancelamento.

$$\frac{2}{\cancel{3}_1}\cdot\frac{\cancel{4}^2}{5}\cdot\frac{\cancel{9}^3}{\cancel{10}_5}=\frac{2\cdot2\cdot3}{1\cdot5\cdot5}=\frac{12}{25}$$

2.3. Divisão

Duas frações são inversas ou recíprocas quando o numerador de uma é o denominador da outra e vice-versa.

Exemplo

$\frac{2}{3}$ é a fração inversa de $\frac{3}{2}$

5 ou $\frac{5}{1}$ é a fração inversa de $\frac{1}{5}$

Considere a seguinte situação:

Lúcia recebeu de seu pai os $\frac{4}{5}$ dos chocolates contidos em uma caixa. Do total de chocolates recebidos, Lúcia deu a terça parte para o seu namorado. Que fração dos chocolates contidos na caixa recebeu o namorado de Lúcia?

A solução do problema consiste em dividir o total de chocolates que Lúcia recebeu de seu pai por 3, ou seja, $\frac{4}{5}:3$

Por outro lado, dividir algo por 3 significa calcular $\frac{1}{3}$ desse algo.

Portanto: $\frac{4}{5}:3=\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}$

Como $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}=\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{3}$, resulta que $\frac{4}{5}:3=\frac{4}{5}:\frac{3}{1}=\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{3}$

Observando que as frações $\frac{3}{1}$ e $\frac{1}{3}$ são frações inversas, podemos afirmar que:

Para dividir uma fração por outra, multiplicamos a primeira pelo inverso da segunda.

Portanto $\frac{4}{5}:3=\frac{4}{5}:\frac{3}{1}=\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$

Ou seja, o namorado de Lúcia recebeu $\frac{4}{15}$ do total de chocolates contidos na caixa.

Outro exemplo: $\frac{4}{3}:\frac{8}{5}=\frac{4^1}{3}.\frac{5}{8^2}=\frac{5}{6}$

Observação:

Note a expressão: $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}}$. Ela é equivalente à expressão $\frac{3}{2}:\frac{1}{5}$

Portanto $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}}=\frac{3}{2}:\frac{1}{5}=\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{1}=\frac{15}{2}$

NÚMEROS DECIMAIS

De maneira direta, números decimais são números que possuem vírgula. Alguns exemplos: 1,47; 2,1; 4,9587; 0,004; etc.

1. Operações com Números Decimais

1.1. Adição e Subtração

Vamos calcular o valor da seguinte soma:

$$5{,}32 + 12{,}5 + 0{,}034$$

Transformaremos, inicialmente, os números decimais em frações decimais:

$$5{,}32 + 12{,}5 + 0{,}034 = \frac{352}{100} + \frac{125}{10} + \frac{34}{1000} = \frac{5320}{1000} + \frac{12500}{1000} + \frac{34}{1000} = \frac{17854}{1000} = 17{,}854$$

Portanto: $5{,}32 + 12{,}5 + 0{,}034 = 17{,}854$

Na prática, a adição e a subtração de números decimais são obtidas de acordo com a seguinte regra:

- Igualamos o número de casas decimais, acrescentando zeros.
- Colocamos os números um abaixo do outro, deixando vírgula embaixo de vírgula.
- Somamos ou subtraímos os números decimais como se eles fossem números naturais.
- Na resposta colocamos a vírgula alinhada com a vírgula dos números dados.

Exemplo

2,35 + 14,3 + 0, 0075 + 5

Disposição prática:

$$\begin{array}{r} 2{,}3500 \\ 14{,}3000 \\ +\ \ 0{,}0075 \\ \underline{\ \ 5{,}0000} \\ 21{,}6575 \end{array}$$

1.2. Multiplicação

Vamos calcular o valor do seguinte produto: $2{,}58 \cdot 3{,}4$.
Transformaremos, inicialmente, os números decimais em frações decimais:

$$2{,}58 \cdot 3{,}4 = \frac{258}{100} \cdot \frac{34}{100} = \frac{8772}{1000} = 8{,}772$$

Portanto $2{,}58 \cdot 3{,}4 = 8{,}772$

#FicaDica

Na prática, a multiplicação de números decimais é obtida de acordo com as seguintes regras:
- Multiplicamos os números decimais como se eles fossem números naturais.
- No resultado, colocamos tantas casas decimais quantas forem as do primeiro fator somadas às do segundo fator.

Exemplo:
Disposição prática:

$$\begin{array}{rcl} 652{,}2 & \rightarrow & 1 \text{ casa decimal} \\ \underline{\times\ \ \ 2{,}03} & \rightarrow & 2 \text{ casas decimais} \\ 19\ 566 & & \\ \underline{1\ 304\ 4\ \ } & & \\ 1\ 323{,}966 & \rightarrow & 1 + 2 = 3 \text{ casas decimais} \end{array}$$

1.3. Divisão

Numa divisão em que:

D é o dividendo
d é o divisor
q é o quociente
r é o resto

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \cline{2-2} r & q \end{array} \Rightarrow D = q.d + r$$

Na divisão, sempre teremos r<d

Vamos, por exemplo, efetuar a seguinte divisão: $24 : 0{,}5$

Inicialmente, multiplicaremos o dividendo e o divisor da divisão dada por 10.

$$24 : 0{,}5 = (24 \cdot 10) : (0{,}5 \cdot 10) = 240 : 5$$

A vantagem de tal procedimento foi a de transformarmos em número natural o número decimal que aparecia na divisão. Com isso, a divisão entre números decimais se transforma numa equivalente com números naturais.

Portanto: $24 : 0{,}5 = 240 : 5 = 48$

#FicaDica

Na prática, a divisão entre números decimais é obtida de acordo com as seguintes regras:
- Igualamos o número de casas decimais do dividendo e do divisor.
- Cortamos as vírgulas e efetuamos a divisão como se os números fossem naturais.

Ex: $24 : 0{,}5$

Disposição prática:

$$\begin{array}{l|l} 24{,}\mathbf{0} & 0{,}5 \\ \cline{2-2} 40 & 48 \\ 0 & \end{array}$$

Nesse caso, o resto da divisão é igual à zero. Assim sendo, a divisão é chamada de divisão exata e o quociente é exato.

Ex: $9{,}775 : 4{,}25$

Disposição prática:

$$\begin{array}{l|l} 9{,}775 & 4{,}25\mathbf{0} \\ \cline{2-2} 1275 & 2 \end{array}$$

Nesse caso, o resto da divisão é diferente de zero. Assim sendo, a divisão é chamada de divisão aproximada e o quociente é aproximado.

Se quisermos continuar uma divisão aproximada, devemos acrescentar zeros aos restos e prosseguir dividindo cada número obtido pelo divisor. Ao mesmo tempo em que colocamos o primeiro zero no primeiro resto, colocamos uma vírgula no quociente.

$$\begin{array}{l|l} 9{,}775 & 4{,}25\mathbf{0} \\ \cline{2-2} 1275\mathbf{0} & 2, \end{array}$$

Acrescentamos um zero ao primeiro

$$\begin{array}{l|l} 9{,}775 & 4{,}25\mathbf{0} \\ \cline{2-2} 1275\mathbf{0} & 2{,}3 \\ 0 & \end{array}$$

Colocamos uma vírgula no quociente

Ex: $0{,}14 : 28$

$$\begin{array}{l|l} 0{,}14\mathbf{000} & 28{,}\mathbf{00} \\ \cline{2-2} 0000 & 0{,}005 \end{array}$$

Ex: $2 : 16$

$$\begin{array}{l|l} 2\mathbf{0} & 16 \\ \cline{2-2} 4\mathbf{0} & 0{,}125 \\ 8\mathbf{0} & \\ 0 & \end{array}$$

2. Representação Decimal das Frações

Tomemos um número racional $\frac{p}{q}$ tal que não seja múltiplo de . Para escrevê-lo na forma decimal, basta efetuar a divisão do numerador pelo denominador.

Nessa divisão podem ocorrer dois casos:

1º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, um número finito de algarismos. Decimais Exatos:

$$\frac{2}{5} = 0{,}4$$
$$\frac{1}{4} = 0{,}25$$
$$\frac{35}{4} = 8{,}75$$
$$\frac{153}{50} = 3{,}06$$

2º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, infinitos algarismos (nem todos nulos), repetindo-se periodicamente. Decimais Periódicos ou Dízimas Periódicas:

$$\frac{1}{3} = 0{,}333 \ldots$$

$$\frac{1}{22} = 0{,}04545 \ldots$$

$$\frac{167}{66} = 2{,}53030 \ldots$$

FIQUE ATENTO!
Se após as vírgulas os algarismos não são periódicos, então esse número decimal não está contido no conjunto dos números racionais.

3.Representação Fracionária dos Números Decimais

Trata-se do problema inverso: estando o número racional escrito na forma decimal, procuremos escrevê-lo na forma de fração. Temos dois casos:

1º) Transformamos o número em uma fração cujo numerador é o número decimal sem a vírgula e o denominador é composto pelo numeral 1, seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do número decimal dado:

$$0{,}9 = \frac{9}{10}$$

$$5{,}7 = \frac{57}{10}$$

$$0{,}76 = \frac{76}{100}$$

$$3{,}48 = \frac{348}{100}$$

$$0{,}005 = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$$

2º) Devemos achar a fração geratriz da dízima dada; para tanto, vamos apresentar o procedimento através de alguns exemplos:

Ex:
Seja a dízima 0,333...

Façamos e multipliquemos ambos os membros por 10:

$$10x = 0{,}333$$

Subtraindo, membro a membro, a primeira igualdade da segunda:

$$10x - x = 3{,}333\ldots - 0{,}333\ldots \rightarrow 9x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{9}$$

Assim, a geratriz de 0,333... é a fração $\frac{3}{9}$.

Ex:
Seja a dízima 5,1717...

Façamos $x = 5{,}1717\ldots$ e $100x = 517{,}1717\ldots$
Subtraindo membro a membro, temos:

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

$$99x = 512 \rightarrow x = 512/99$$

Assim, a geratriz de 5,1717... é a fração $\frac{512}{99}$.

Ex:

Seja a dízima 1,23434...

Façamos $x = 1{,}23434 \ldots ; 10x = 12{,}3434 \ldots ; 1000x = 1234{,}34$

Subtraindo membro a membro, temos:

$$990x = 1234{,}34\ldots - 12{,}34 \ldots \rightarrow 990x = 1222 \rightarrow x = \frac{1222}{990}$$

Simplificando, obtemos $x = \frac{611}{495}$, a fração geratriz da dízima 1,23434...

Analisando todos os exemplos, nota-se que a idéia consiste em deixar após a vírgula somente a parte periódica (que se repete) de cada igualdade para, após a subtração membro a membro, ambas se cancelarem.

EXERCÍCIO COMENTADO

1. (EBSERH – Médico – IBFC/2016) *Mara leu 1/5 das páginas de um livro numa semana. Na segunda semana, leu mais 2/3 de páginas. Se ainda faltam ler 60 (sessenta) páginas do livro, então o total de páginas do livro é de:*

a) 300
b) 360
c) 400
d) 450
e) 480

Resposta: Letra D.
Mara leu $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3+10}{15} = \frac{13}{15}$ do livro. Logo, ainda falta $1 - \frac{13}{15} = \frac{15-13}{15} = \frac{2}{15}$ para ser lido. Essa fração que falta ser lida equivale a 60 páginas

Assim: $\frac{2}{15} \rightarrow$ **60 páginas. Portanto,** $\frac{1}{15} \rightarrow$ **30 páginas.**

Logo o livro todo (15/15) possui: 15·30=450 **páginas**

NÚMEROS E GRANDEZAS PROPORCIONAIS: RAZÕES E PROPORÇÕES; DIVISÃO EM PARTES PROPORCIONAIS

RAZÕES E PROPORÇÕES

1. Razão

Quando se utiliza a matemática na resolução de problemas, os números precisam ser relacionados para se obter uma resposta. Uma das maneiras de se relacionar os números é através da razão. Sejam dois números reais *a* e *b*, com *b ≠ 0,*define-se razão entre *a* e *b* (nessa ordem) o quociente a ÷ b, ou $\frac{a}{b}$.

A razão basicamente é uma fração, e como sabem, frações são números racionais. Entretanto, a leitura deste número é diferente, justamente para diferenciarmos quando estamos falando de fração ou de razão.

a) Quando temos o número $\frac{3}{5}$ e estamos tratando de fração, lê-se: "três quintos".

b) Quando temos o número $\frac{3}{5}$ e estamos tratando de razão, lê-se: "3 para 5".

Além disso, a nomenclatura dos termos também é diferente:

O número 3 é **numerador**

a) Na fração $\frac{3}{5}$

O número 5 é **denominador**
O número 3 é **antecedente**

b) Na razão $\frac{3}{5}$

O número 5 é **consequente**

Ex. A razão entre 20 e 50 é $\frac{20}{50}=\frac{2}{5}$ já a razão entre 50 e 20 é $\frac{50}{20}=\frac{5}{2}$. Ou seja, deve-se sempre indicar o antecedente e o consequente para sabermos qual a ordem de montarmos a razão.

Ex.Numa classe de 36 alunos há 15 rapazes e 21 moças. A razão entre o número de rapazes e o número de moças é $\frac{15}{21}$, se simplificarmos, temos que a fração equivalente $\frac{5}{7}$, o que significa que para "cada 5 rapazes há 7 moças". Por outro lado, a razão entre o número de rapazes e o total de alunos é dada por $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$, o que equivale a dizer que "de cada 12 alunos na classe, 5 são rapazes".

Razão entre grandezas de mesma espécie: A razão entre duas grandezas de mesma espécie é o quociente dos números que expressam as medidas dessas grandezas numa mesma unidade.

Ex. Um automóvel necessita percorrer uma estrada de 360 km. Se ele já percorreu 240 km, qual a razão entre a distância percorrida em relação ao total?

Como os dois números são da mesma espécie (distância) e estão na mesma unidade (km), basta fazer a razão:

$$r=\frac{240\,km}{360\,km}=\frac{2}{3}$$

No caso de mesma espécie, porém em unidades diferentes, deve-se escolher uma das unidades e converter a outra.

Ex. Uma maratona possui aproximadamente 42 km de extensão. Um corredor percorreu 36000 metros. Qual a razão entre o que falta para percorrer em relação à extensão da prova?

Veja que agora estamos tentando relacionar metros com quilômetros. Para isso, deve-se converter uma das unidades, vamos utilizar "km":

36000 m=36 km

Como é pedida a razão entre o que falta em relação ao total, temos que:

$$r=\frac{42\,km-36\,km}{42\,km}=\frac{6\,km}{42\,km}=\frac{1}{7}$$

Ex. Uma sala tem 8 m de comprimento. Esse comprimento é representado num desenho por 20 cm. Qual é a razão entre o comprimento representado no desenho e o comprimento real?

Convertendo o comprimento real para cm, temos que:

$$e=\frac{20\,cm}{800\,cm}=\frac{1}{40}$$

#FicaDica

A razão entre um comprimento no desenho e o correspondente comprimento real, chama-se escala

Razão entre grandezas de espécies diferentes: É possível também relacionar espécies diferentes e isto está normalmente relacionado a unidades utilizadas na física:

Ex. Considere um carro que às 9 horas passa pelo quilômetro 30 de uma estrada e, às 11 horas, pelo quilômetro 170. Qual a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no translado?

Para montarmos a razão, precisamos obter as informações:

Distância percorrida: 170 km – 30 km = 140 km
Tempo gasto: 11h – 9h = 2h

Calculamos a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para isso:

$$v=\frac{140\,km}{2\,h}=\frac{70}{1}=70\,km/h$$

Como são duas espécies diferentes, a razão entre elas será uma espécie totalmente diferente das outras duas.

#FicaDica

A razão entre uma distância e uma medida de tempo é chamada de velocidade.

Ex. A Região Sudeste (Espírito Santo, Minas Gerais, Rio de Janeiro e São Paulo) tem uma área aproximada de 927 286 km^2 e uma população de 66 288 000 habitantes, aproximadamente, segundo estimativas projetadas pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para o ano de 1995. Qual a razão entre o número de habitantes e a área total?

Dividindo-se o número de habitantes pela área, obteremos o número de habitantes por km^2 (hab./km^2):

$$d = \frac{66288000\ hab}{927286\ km^2} = 71{,}5\frac{hab}{km^2}$$

#FicaDica

A razão entre o número de habitantes e a área deste local é denominada densidade demográfica.

Ex. Um carro percorreu, na cidade, 83,76 km com 8 L de gasolina. Dividindo-se o número de quilômetros percorridos pelo número de litros de combustível consumidos, teremos o número de quilômetros que esse carro percorre com um litro de gasolina:

$$c = \frac{83{,}76\ km}{8\ l} = 10{,}47\frac{km}{l}$$

#FicaDica

A razão entre a distância percorrida em relação a uma quantidade de combustível é definida como "consumo médio"

2. Proporção

A definição de proporção é muito simples, pois se trata apenas da igualdade de razões.

Na proporção $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ (lê-se: "3 está para 5 assim como 6 está para 10").

Observemos que o produto 3 x 10=30 é igual ao produto 5 x 6=30, o que caracteriza a propriedade fundamental das proporções

#FicaDica

Se multiplicarmos em cruz (ou em x), teremos que os produtos entre o numeradores e os denominadores da outra razão serão iguais.

Ex. Na igualdade $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$, temos 2 x 9=3 x 6=18, logo, temos uma proporção.

Ex. Na bula de um remédio pediátrico recomenda-se a seguinte dosagem: 7 gotas para cada 3 kg do "peso" da criança. Se uma criança tem 15 kg, qual será a dosagem correta?

Como temos que seguir a receita, temos que atender a proporção, assim, chamaremos de x a quantidade de gotas a serem ministradas:

$$\frac{7\ gotas}{3\ kg} = \frac{x\ gotas}{15\ kg}$$

Logo, para atendermos a proporção, precisaremos encontrar qual o número que atenderá a proporção. Multiplicando em cruz, temos que:

3x=105

$$x = \frac{105}{3}$$

x=35 gotas

Ou seja, para uma criança de 30 kg, deve-se ministrar 35 gotas do remédio, atendendo a proporção.

Outro jeito de ver a proporção: Já vimos que uma proporção é verdadeira quando realizamos a multiplicação em cruz e encontramos o mesmo valor nos dois produtos. Outra maneira de verificar a proporção é verificar se a duas razões que estão sendo igualadas são frações equivalentes. Lembra deste conceito?

FIQUE ATENTO!

Uma fração é equivalente a outra quando podemos multiplicar (ou dividir) o numerador e o denominador da fração por um mesmo número, chegando ao numerador e denominador da outra fração.

Ex. $\frac{4}{3}$ e $\frac{12}{9}$ são frações equivalentes, pois:

4x=12 →x=3
3x=9 →x=3

Ou seja, o numerador e o denominador de $\frac{4}{3}$ quando multiplicados pelo mesmo número (3), chega ao numerador e denominador da outra fração, logo, elas são equivalentes e consequentemente, proporcionais.

Agora vamos apresentar algumas propriedades da proporção:

a) Soma dos termos: Quando duas razões são proporcionais, podemos criar outra proporção somando os numeradores com os denominadores e dividindo pelos numeradores (ou denominadores) das razões originais:

$$\frac{5}{2} = \frac{10}{4} \rightarrow \frac{5+2}{5} = \frac{10+4}{10} \rightarrow \frac{7}{5} = \frac{14}{10}$$

ou

$$\frac{5}{2}=\frac{10}{4}\rightarrow\frac{5+2}{2}=\frac{10+4}{4}\rightarrow\frac{7}{2}=\frac{14}{4}$$

b) Diferença dos termos: Analogamente a soma, temos também que se realizarmos a diferença entre os termos, também chegaremos em outras proporções:

$$\frac{4}{3}=\frac{8}{6}\rightarrow\frac{4-3}{4}=\frac{8-6}{8}\rightarrow\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$$

ou

$$\frac{4}{3}=\frac{8}{6}\rightarrow\frac{4-3}{3}=\frac{8-6}{6}\rightarrow\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$$

c) Soma dos antecedentes e consequentes: A soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes assim como cada antecedente está para o seu consequente:

$$\frac{12}{8}=\frac{3}{2}\rightarrow\frac{12+3}{8+2}=\frac{15}{10}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

d) Diferença dos antecedentes e consequentes: A soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes assim como cada antecedente está para o seu consequente:

$$\frac{12}{8}=\frac{3}{2}\rightarrow\frac{12-3}{8-2}=\frac{9}{6}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

FIQUE ATENTO!
Usamos razão para fazer comparação entre duas grandezas. Assim, quando dividimos uma grandeza pela outra estamos comparando a primeira com a segunda. Enquanto proporção é a igualdade entre duas razões.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. O estado de Tocantins ocupa uma área aproximada de 278.500 km². De acordo com o Censo/2000 o Tocantins tinha uma população de aproximadamente 1.156.000 habitantes. Qual é a densidade demográfica do estado de Tocantins?

Resposta :
A densidade demográfica é definida como a razão entre o número de habitantes e a área ocupada:

$$d=\frac{1\ 156\ 000\ \text{hab.}}{278\ 500\ \text{km}^2}=4{,}15\ \text{hab}/\text{km}^2$$

2. Se a área de um retângulo (A_1) mede 300 cm² e a área de um outro retângulo (A_2) mede 100 cm², qual é o valor da razão entre as áreas (A_1) e (A_2)?

Resposta :
Ao fazermos a razão das áreas, temos:

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{300}{100}=3$$

Então, isso significa que a área do retângulo 1 é 3 vezes maior que a área do retângulo 2.

3.(CELESC – Assistente Administrativo – FEPESE/2016) Dois amigos decidem fazer um investimento conjunto por um prazo determinado. Um investe R$ 9.000 e o outro R$ 16.000. Ao final do prazo estipulado obtêm um lucro de R$ 2.222 e decidem dividir o lucro de maneira proporcional ao investimento inicial de cada um. Portanto o amigo que investiu a menor quantia obtém com o investimento um lucro:

a) Maior que R$ 810,00
b) Maior que R$ 805,00 e menor que R$ 810,00
c) Maior que R$ 800,00 e menor que R$ 805,00
d) Maior que R$ 795,00 e menor que R$ 800,00
e) Menor que R$ 795,00

Resposta : Letra D.
Ambos aplicaram R$ 9000,00+R$ 16000,00=R$ 25000,00 e o lucro de R$ 2222,00 foi sobre este valor. Assim, constrói-se uma proporção entre o valor aplicado (neste caso, R$ 9000,00 , pois o exercício quer o lucro de quem aplicou menos) e seu respectivo lucro:

$$\frac{9000}{x}=\frac{25000}{2222}\rightarrow 25x=19998\ \rightarrow x=\text{R\$ }799{,}92$$

DIVISÃO PROPORCIONAL

Para decompor um número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a p e q, montamos um sistema com duas equações e duas incógnitas, de modo que a soma das partes seja A+B=M, mas:

$$\frac{A}{p}=\frac{B}{q}$$

A solução segue das propriedades das proporções:

$$\frac{A}{p}=\frac{B}{q}=\frac{A+B}{p+q}=\frac{M}{p+q}=K$$

#FicaDica

O valor de K é que proporciona a solução, pois:

$$\mathbf{A = K \cdot p \ e \ B = K \cdot q}$$

Exemplo: Para decompor o número 100 em duas partes A e B diretamente proporcionais a 2 e 3, montaremos o sistema de modo que A+B=100, cuja solução segue de:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{A+B}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

Segue que $A = 4$ e $B = 60$

Ex. Determinar números A e B diretamente proporcionais a 8 e 3, sabendo-se que a diferença entre eles é 60. Para resolver este problema basta tomar A-B=60 e escrever:

$$\frac{A}{8} = \frac{B}{3} = \frac{A-B}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

Segue que $A = 96$ e $B = 36$

1. Divisão em várias partes diretamente proporcionais

Para decompor um número M em partes $X_1, X_2, \ldots, X_n$ diretamente proporcionais a , deve-se montar um sistema com n equações e n incógnitas, sendo as somas

$$X_1 + X_2 + \ldots + X_n = M$$

e

$$p_1 + p_2 + \ldots + p_n = P$$

$$\frac{x_1}{p_1} = \frac{x_2}{p_2} = \cdots = \frac{x_n}{p_n}$$

A solução segue das propriedades das proporções:

$$\frac{x_1}{p_1} = \frac{x_2}{p_2} = \cdots = \frac{x_n}{p_n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{p_1 + p_2 + \cdots p_n} = \frac{M}{P} = K$$

Ex. Para decompor o número 120 em três partes A, B e C diretamente proporcionais a 2, 4 e 6, deve-se montar um sistema com 3 equações e 3 incógnitas tal que A+B+C= 120 E 2+4+6=P . Assim:

Logo: $A = 20, B = 40$ e $C = 60$

Ex. Determinar números A, B e C diretamente proporcionais a 2, 4 e 6, de modo que 2A+3B-4C=120.

A solução segue das propriedades das proporções:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{4} = \frac{C}{6} = \frac{2A+3B-4C}{2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 - 4 \cdot 6} = \frac{120}{-8} = -15$$

Logo $A = -30$, $B = -60$ e $C = -90$.

1.1. Divisão em duas partes inversamente proporcionais

Para decompor um número M em duas partes A e B inversamente proporcionais a p e q, deve-se decompor este número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a e , que são, respectivamente, os inversos de p e q.

Assim basta montar o sistema com duas equações e duas incógnitas tal que $A + B = M$. Desse modo:

$$\frac{A}{1/p} = \frac{B}{1/q} = \frac{A+B}{1/p + 1/q} = \frac{M}{1/p + 1/q} = \frac{M \cdot p \cdot q}{p+q} = K$$

O valor de K proporciona a solução, pois,

$$A = K/p \text{ e } B = K/q.$$

Exemplo: Para decompor o número 120 em duas partes A e B inversamente proporcionais a 2 e 3, deve-se montar o sistema tal que , de modo que:

$$\frac{A}{1/2} = \frac{B}{1/3} = \frac{A+B}{1/2 + 1/3} = \frac{120}{5/6} = \frac{120 \cdot 2 \cdot 3}{5} = 144$$

Assim $A = 72$ e $B = 48$,

Exemplo: Determinar números A e B inversamente proporcionais a 6 e 8, sabendo-se que a diferença entre eles é 10. Para resolver este problema, tomamos . Assim:

$$\frac{A}{1/6} = \frac{B}{1/8} = \frac{A-B}{1/6 - 1/8} = \frac{10}{1/24} = 240$$

Assim $A = 40$ e $B = 30$

1.2. Divisão em várias partes inversamente proporcionais

Para decompor um número M em n partes $X_1, X_2, \ldots, X_n$ inversamente proporcionais a $p_1, p_2, \ldots, p_n$, , basta decompor este número M em n partes $X_1, X_2, \ldots, X_n$ diretamente proporcionais a $1/p_1, 1/p_2, \ldots, 1/p_n$.

A montagem do sistema com n equações e n incógnitas, assume que $X_1+X_2+\ldots+X_n=M$ e, além disso:

$$\frac{x_1}{1/p_1} = \frac{x_2}{1/p_2} = \cdots = \frac{x_n}{1/p_n}$$

Cuja solução segue das propriedades das proporções:

$$\frac{x_1}{1/p_1} = \frac{x_2}{1/p_2} = \cdots = \frac{x_n}{1/p_n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{1/p_1 + 1/p_2 + \cdots 1/p_n} = \frac{M}{1/p_1 + 1/p_2 + \cdots + 1/p_n}$$

Ex. Para decompor o número 220 em três partes A, B e C inversamente proporcionais a 2, 4 e 6, deve-se montar um sistema com 3 equações e 3 incógnitas, de modo que A+B+C=220. Desse modo:

$$\frac{A}{1/2} = \frac{B}{1/4} = \frac{C}{1/6} = \frac{A + B + C}{1/2 + 1/4 + 1/6} = \frac{220}{11/12} = 240$$

A solução é $A = 120$, $B = 60$ e $C = 40$.

Ex. Para obter números A, B e C inversamente proporcionais a 2, 4 e 6, de modo que , devemos montar as proporções:

$$\frac{A}{1/2} = \frac{B}{1/4} = \frac{C}{1/6} = \frac{2A + 3B - 4C}{2/2 + 3/4 - 4/6} = \frac{10}{13/12} = \frac{120}{13}$$

Logo , $A = 60/13$, $B = 30/13$ e $C = 20/13$.

FIQUE ATENTO!
Pode haver coeficientes A,B e C como números fracionários e/ou negativos.

1.3. Divisão em duas partes direta e inversamente proporcionais

Para decompor um número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a c e d e inversamente proporcionais a p e q, deve-se decompor este número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a c/q e d/q , basta montar um sistema com duas equações e duas incógnitas de forma que A+B=M e, além disso:

$$\frac{A}{c/p} = \frac{B}{d/q} = \frac{A + B}{c/p + d/q} = \frac{M}{c/p + d/q} = \frac{M \cdot p \cdot q}{c \cdot q + p \cdot d} = K$$

O valor de K proporciona a solução, pois:

$$A = Kc/p \text{ e } B = Kd/q.$$

Exemplo: Para decompor o número 58 em duas partes A e B diretamente proporcionais a 2 e 3, e, inversamente proporcionais a 5 e 7, deve-se montar as proporções:

$$\frac{A}{2/5} = \frac{B}{3/7} = \frac{A + B}{2/5 + 3/7} = \frac{58}{29/35} = 70$$

Assim $A = (2/5) \cdot 70 = 28$ e $B = (3/7) \cdot 70 = 30$

Exemplo: Para obter números A e B diretamente proporcionais a 4 e 3 e inversamente proporcionais a 6 e 8, sabendo-se que a diferença entre eles é 21. Para resolver este problema basta escrever que A-B=21 resolver as proporções:

$$\frac{A}{4/6} = \frac{B}{3/8} = \frac{A - B}{4/6 - 3/8} = \frac{21}{7/24} = 72$$

Assim $A = (4/6) \cdot 72 = 48$ e $B = (3/8) \cdot 72 = 27$

1.4. Divisão em n partes direta e inversamente proporcionais

Para decompor um número M em n partes $X_1, X_2, \cdots, X_n$ diretamente proporcionais a $p_1, p_2, \cdots, p_n$, e inversamente proporcionais a $q_1, q_2, \cdots, q_n$, basta decompor este número M em n partes diretamente proporcionais a $p_1/q_1, p_2/q_2, \cdots, p_n/q_n$.

A montagem do sistema com n equações e n incógnitas exige que $X_1 + X_2 + \ldots + X_n = M$ e além disso:

$$\frac{x_1}{p_1/q_1} = \frac{x_2}{p_2/q_2} = \cdots = \frac{x_n}{p_n/q_n}$$

A solução segue das propriedades das proporções:

$$\frac{x_1}{p_1/q_1} = \frac{x_2}{p_2/q_2} = \cdots = \frac{x_n}{p_n/q_n} = \frac{x_n + x_2 + \cdots + x_n}{p_1/q_1 + p_2/q_2 + \cdots + p_n/q_n}$$

Ex. Para decompor o número 115 em três partes A, B e C diretamente proporcionais a 1, 2 e 3 e inversamente proporcionais a 4, 5 e 6, deve-se montar um sistema com 3 equações e 3 incógnitas de forma de A+B+C=115 e tal que:

$$\frac{A}{1/4} = \frac{B}{2/5} = \frac{C}{3/6} = \frac{A + B + C}{1/4 + 2/5 + 3/6} = \frac{115}{23/20} = 100$$

Logo

$$A = (1/4)100 = 25, B = (2/5)100 = 40 \text{ e } C = (3/6)100 = 50.$$

Ex. Determinar números A, B e C diretamente proporcionais a 1, 10 e 2 e inversamente proporcionais a 2, 4 e 5, de modo que 2A+3B-4C=10.

A montagem do problema fica na forma:

$$\frac{A}{1/2}=\frac{B}{10/4}=\frac{C}{2/5}=\frac{2A+3B-4C}{2/2+30/4-8/5}=\frac{10}{69/10}=\frac{100}{69}$$

A solução é , $A=50/69$, $B=250/69$ e $C=40/69$.

EXERCÍCIO COMENTADO

1. Os três jogadores mais disciplinados de um campeonato de futebol amador irão receber o prêmio de R$: 3.340,00 rateados em partes inversamente proporcionais ao número de faltas cometidas em todo campeonato. Os Jogadores cometeram 5, 7 e 11 faltas. Qual a premiação a cada um deles respectivamente?

Resposta:
p_1 **= K .** $^1/_5$
p_2 **= K .** $^1/_7$
p_3 **= K .** $^1/_{11}$
p_1 **+** p_2 **+** p_3 **= 3340**
Para encontrarmos o valor da constante K devemos substituir o valor de p_1, p_2 e p_3 na última expressão:

Portanto:
p_1 **= 7700 .** $^1/_5$ **= 1540**
p_2 **= 7700 .** $^1/_7$ **= 1100**
p_3 **= 7700 .** $^1/_{11}$ **= 700**
A premiação será respectivamente R$ 1.540,00, R$ 1.100,00 e R$ 700,00.

REGRA DE TRÊS SIMPLES

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Os problemas que envolvem duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos através de um processo prático, chamado **regra de três simples**.

Ex: Um carro faz 180 km com 15L de álcool. Quantos litros de álcool esse carro gastaria para percorrer 210 km?

Solução:

O problema envolve duas grandezas: distância e litros de álcool.
Indiquemos por x o número de litros de álcool a ser consumido.
Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha:

Distância (km)	Litros de álcool
180	15
210	x

Na coluna em que aparece a variável x ("litros de álcool"), vamos colocar uma flecha:

Distância (km)	Litros de álcool
180	15 ↓
210	x

Observe que, se duplicarmos a distância, o consumo de álcool também duplica. Então, as grandezas **distância** e **litros de álcool** são **diretamente proporcionais**. No esquema que estamos montando, indicamos esse fato colocando uma flecha na coluna "distância" no **mesmo sentido** da flecha da coluna "litros de álcool":

Distância (km)	Litros de álcool
180	15
210	x
↓	↓

mesmo sentido

Armando a proporção pela orientação das flechas, temos:

$$\frac{180^6}{210^7}=\frac{15}{x}\rightarrow 6x = 7 \cdot 15$$
$$\rightarrow 6x = 105$$
$$\rightarrow x = \frac{105}{6}$$
$$\rightarrow x = 17{,}5$$

Resposta: O carro gastaria 17,5 L de álcool.

#FicaDica

Procure manter essa linha de raciocínio nos diversos problemas que envolvem regra de três simples ! Identifique as variáveis, verifique qual é a relação de proporcionalidade e siga este exemplo !

Ex: Viajando de automóvel, à velocidade de 60 km/h, eu gastaria 4 h para fazer certo percurso. Aumentando a velocidade para 80 km/h, em quanto tempo farei esse percurso?
Solução: Indicando por x o número de horas e colocando as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha, temos:

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
60	4
80	x

Na coluna em que aparece a variável x ("tempo"), vamos colocar uma flecha:

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
60	4
80	x

Observe que, se duplicarmos a velocidade, o tempo fica reduzido à metade. Isso significa que as grandezas **velocidade** e **tempo** são **inversamente proporcionais**. No nosso esquema, esse fato é indicado colocando-se na coluna "velocidade" uma flecha em **sentido contrário** ao da flecha da coluna "tempo":

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
60	4
80	x

sentidos contrários

Na montagem da proporção devemos seguir o sentido das flechas. Assim, temos:

$$\frac{4}{x} = \frac{\cancel{80}^{4}}{\cancel{60}^{3}} \rightarrow 4x = 4 \cdot 3$$

$$\rightarrow 4x = 12$$

$$\rightarrow x = \frac{12}{4}$$

$$\rightarrow x = 3$$

Resposta: Farei esse percurso em 3 h.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (CBTU – ASSISTENTE OPERACIONAL – FUMARC/2016) Dona Geralda comprou 4 m de tecido importado a R$ 12,00 o metro linear. No entanto, o metro linear do lojista media 2 cm a mais. A quantia que o lojista deixou de ganhar com a venda do tecido foi:

a) R$ 0,69
b) R$ 0,96
c) R$ 1,08
d) R$ 1,20

Resposta: Letra B.
As grandezas (comprimento e preço) são diretamente proporcionais. Assim, a regra de três é direta:

Metros	Preço
1	12
0,02	x

$$1 \cdot x = 0{,}02 \cdot 12 \rightarrow x = R\$\ 0{,}24$$

Note que foi necessário passar 2 cm para metros, para que as unidades de comprimento fiquei iguais. Assim, cada 2 cm custaram R$ 0,24 para o vendedor. Como ele vendeu 4 m de tecido, esses 2 cm não foram considerados quatro vezes. Assim, ele deixou de ganhar

2. Para se construir um muro de $17m^2$ são necessários 3 trabalhadores. Quantos trabalhadores serão necessários para construir um muro de $51m^2$?

Resposta: 9 trabalhadores.

As grandezas (área e trabalhadores) são diretamente proporcionais. Assim, a regra de três é direta:

Área	N Trabalhadores
17	3
51	x

$$17 \cdot x = 51 \cdot 3 \rightarrow x = 9 \quad \text{trabalhadores}$$

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

O processo usado para resolver problemas que envolvem mais de duas grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais, é chamado **regra de três composta**.

Ex: Em 4 dias 8 máquinas produziram 160 peças. Em quanto tempo 6 máquinas iguais às primeiras produziriam 300 dessas peças?

Solução: Indiquemos o número de dias por x. Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma só coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha. Na coluna em que aparece a variável x ("dias"), coloquemos uma flecha:

Máquinas	Peças	Dias
8	160	4
6	300	x

Comparemos cada grandeza com aquela em que está o x.

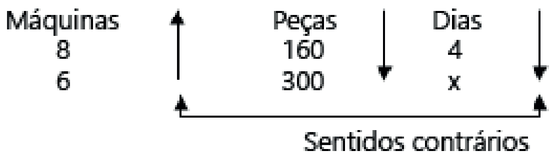
As grandezas **peças** e **dias** são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "peças" uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna "dias":

Máquinas	Peças	Dias
8	160	4
6	300	x

Mesmo sentido

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

As grandezas **máquinas** e **dias** são inversamente proporcionais (duplicando o número de máquinas, o número de dias fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna (máquinas) uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna "dias":



Agora vamos montar a proporção, igualando a razão que contém o x, que é $\frac{4}{x}$, com o produto das outras razões, obtidas segundo a orientação das flechas $\left(\frac{6}{8} \cdot \frac{160}{300}\right)$:

$$\frac{4}{x} = \frac{6^2}{8^1} \cdot \frac{\cancel{160}^{\cancel{8}^1}}{\cancel{300}^{\cancel{15}^5}}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{2}{5}$$

$$\rightarrow 2x = 4 \cdot 5$$

$$\rightarrow x = \frac{(4 \cdot 5)}{2}$$

$$\rightarrow x = 10$$

Resposta: Em 10 dias.

FIQUE ATENTO!

Repare que a regra de três composta, embora tenha formulação próxima à regra de três simples, é conceitualmente distinta devido à presença de mais de duas grandezas proporcionais.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (SEDUC-SP - ANALISTA DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO – VUNESP/2014) Quarenta digitadores preenchem 2 400 formulários de 12 linhas, em 2,5 horas. Para preencher 5 616 formulários de 18 linhas, em 3 horas, e admitindo-se que o ritmo de trabalho dos digitadores seja o mesmo, o número de digitadores necessários será

a) 105
b) 117
c) 123
d) 131
e) 149

Resposta: Letra B.
A tabela com os dados do enunciado fica:

Digitadores	Formulários	Linhas	Horas
40	2400	12	2,5
x	5616	18	3

Comparando-se as grandezas duas a duas, nota-se que:

- Digitadores e formulários são diretamente proporcionais, pois se o número de digitadores aumenta, a quantidade de formulários que pode ser digitada também aumenta.
- Digitadores e linhas são diretamente proporcionais, pois se a quantidade de digitadores aumenta, o número de linhas que pode ser digitado também aumenta.
- Digitadores e horas são inversamente proporcionais, pois se o número de horas trabalhadas aumenta, então são necessários menos digitadores para o serviço e, portanto, a quantidade de digitadores diminui.

A regra de três fica:

$$\frac{40}{x} = \frac{2400}{5616} \cdot \frac{12}{18} \cdot \frac{3}{2,5}$$

$$\rightarrow \frac{40}{x} = \frac{86400}{252720}$$

$$\rightarrow 86500x = 10108800$$

$$\rightarrow x = 117 \text{ digitadores}$$

2. Em uma fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias?

Resposta:

Homens	Carrinhos	Dias
8	20	5
4	x	16

Observe que, aumentando o número de homens, a produção de carrinhos aumenta. Portanto a relação é diretamente proporcional (não precisamos inverter a razão).
Aumentando o número de dias, a produção de carrinhos aumenta. Portanto a relação também é diretamente proporcional (não precisamos inverter a razão).
Devemos igualar a razão que contém o termo x com o produto das outras razões.
Montando a proporção e resolvendo a equação, temos:

$$\frac{20}{\pi} = \frac{8}{4} \cdot \frac{5}{16}$$

Logo, serão montados 32 carrinhos.

PORCENTAGEM E PROBLEMAS

PORCENTAGEM

Definição

A definição de porcentagem passa pelo seu próprio nome, pois é uma fração de denominador centesimal, ou seja, é uma fração de denominador 100. Representamos porcentagem pelo% e lê-se: "por cento".

Deste modo, a fração $\frac{50}{100}$ ou qualquer uma equivalente a ela é uma porcentagem que podemos representar por 50%.

A porcentagem nada mais é do que uma razão, que representa uma "parte" e um "todo" a qual referimos como 100%. Assim, de uma maneira geral, temos que:

$$A = \frac{p}{100}.V$$

Onde A, é a parte, p é o valor da porcentagem e V é o todo (100%). Assim, os problemas básicos de porcentagem se resumem a três tipos:

Cálculo da parte (Conheço p e V e quero achar A): Para calcularmos uma porcentagem de um valor *V*, basta multiplicarmos a fração correspondente, ou seja, $\frac{p}{100}$ por *V*. Assim:

$$P\% \text{ de } V = A = \frac{p}{100}.V$$

Ex. 23% de 240 = $\frac{23}{100}$.240 = 55,2

Ex. Em uma pesquisa de mercado, constatou-se que 67% de uma amostra assistem a certo programa de TV. Se a população é de 56.000 habitantes, quantas pessoas assistem ao tal programa?

Aqui, queremos saber a "parte" da população que assiste ao programa de TV, como temos a porcentagem e o total, basta realizarmos a multiplicação:

67% de 56000=A= $\frac{67}{100}$ 56000=37520

Resp. 37 520 pessoas.

Cálculo da porcentagem (conheço A e V e quero achar p): Utilizaremos a mesma relação para achar o valor de p e apenas precisamos rearranjar a mesma:

$$A = \frac{p}{100}.V \ \rightarrow p = \frac{A}{V}.100$$

Ex. Um time de basquete venceu 10 de seus 16 jogos. Qual foi sua porcentagem de vitórias?

Neste caso, o exercício quer saber qual a porcentagem de vitórias que esse time obteve, assim:

$$p = \frac{A}{V}.100 = \frac{10}{16}.100 = 62{,}5\%$$

Resp: O time venceu 62,5% de seus jogos.

Ex. Em uma prova de concurso, o candidato acertou 48 de 80 questões. Se para ser aprovado é necessário acertar 55% das questões, o candidato foi ou não foi aprovado?

Para sabermos se o candidato passou, é necessário calcular sua porcentagem de acertos:

$$p = \frac{A}{V}.100 = \frac{48}{80}.100 = 60\% > 55\%$$

Logo, o candidato foi aprovado.

Calculo do todo (conheço p e A e quero achar V): No terceiro caso, temos interesse em achar o total (Nosso 100%) e para isso basta rearranjar a equação novamente:

$$A = \frac{p}{100}.V \ \rightarrow p = \frac{A}{V}.100 \rightarrow V = \frac{A}{p}.100$$

Ex. Um atirador tem taxa de acerto de 75% de seus tiros ao alvo. Se em um treinamento ele acertou 15 tiros, quantos tiros ele deu no total?

Neste caso, o problema gostaria de saber quanto vale o "todo", assim:

$$V = \frac{A}{p}.100 = \frac{15}{75}.100 = 0{,}2.100 = 20\ tiros$$

Forma Decimal: Outra forma de representação de porcentagens é através de números decimais, pois todos eles pertencem à mesma classe de números, que são os números racionais. Assim, para cada porcentagem, há um numero decimal equivalente. Por exemplo, 35% na forma decimal seriam representados por 0,35. A conversão é muito simples: basta fazer a divisão por 100 que está representada na forma de fração:

$$75\% = \frac{75}{100} = 0{,}75$$

Aumento e desconto percentual

Outra classe de problemas bem comuns sobre porcentagem está relacionada ao aumento e a redução percentual de um determinado valor. Usaremos as definições apresentadas anteriormente para mostrar a teoria envolvida

Aumento Percentual: Consideremos um valor inicial *V* que deve sofrer um aumento de de seu valor. Chamemos de V_A o valor após o aumento. Assim:

$$V_A = V + \frac{p}{100}.V$$

Fatorando:

$$V_A = \left(1 + \frac{p}{100}\right).V$$

Em que $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ será definido como fator de aumento, que pode estar representado tanto na forma de fração ou decimal.

Desconto Percentual: Consideremos um valor inicial *V* que deve sofrer um desconto de p% de seu valor. Chamemos de V_D o valor após o desconto.

$$V_D = V - \frac{p}{100}.V$$

Fatorando:

$$V_D = (1 - \frac{p}{100}).V$$

Em que $(1 - \frac{p}{100})$ será definido como fator de desconto, que pode estar representado tanto na forma de fração ou decimal.

Ex. Uma empresa admite um funcionário no mês de janeiro sabendo que, já em março, ele terá 40% de aumento. Se a empresa deseja que o salário desse funcionário, a partir de março, seja R$ 3 500,00, com que salário deve admiti-lo?

Neste caso, o problema deu o valor de e gostaria de saber o valor de V, assim:

$$V_A = (1 + \frac{p}{100}).V$$

$$3500 = (1 + \frac{40}{100}).V$$

$$3500 = (1+0,4).V$$

$$3500 = 1,4.V$$

$$V = \frac{3500}{1,4} = 2500$$

Resp. R$ 2 500,00

Ex. Uma loja entra em liquidação e pretende abaixar em 20% o valor de seus produtos. Se o preço de um deles é de R$ 250,00, qual será seu preço na liquidação?

Aqui, basta calcular o valor de V_D:

$$V_D = (1 - \frac{p}{100}).V$$

$$V_D = (1 - \frac{20}{100}).250,00$$

$$V_D = (1 - 0,2).250,00$$

$$V_D = (0,8).250,00$$

$$V_D = 200,00$$

Resp. R$ 200,00

FIQUE ATENTO!

Em alguns problemas de porcentagem são necessários cálculos sucessivos de aumentos ou descontos percentuais. Nesses casos é necessário ter atenção ao problema, pois erros costumeiros ocorrem quando se calcula a porcentagens do valor inicial para obter todos os valores finais com descontos ou aumentos. Na verdade, esse cálculo só pode ser feito quando o problema diz que TODOS os descontos ou aumentos são dados a uma porcentagem do valor inicial. Mas em geral, os cálculos são feitos como mostrado no texto a seguir.

Aumentos e Descontos Sucessivos: Consideremos um valor inicial *V*, e vamos considerar que ele irá sofrer dois aumentos sucessivos de p_1% e p_2%. Sendo V_1 o valor após o primeiro aumento, temos:

$$V_1 = V.(1 + \frac{p_1}{100})$$

Sendo V_2 o valor após o segundo aumento, ou seja, após já ter aumentado uma vez, temos que:

$$V_2 = V_1.(1 + \frac{p_2}{100})$$

Como temos também uma expressão para V_1, basta substituir:

$$V_2 = V.(1 + \frac{p_1}{100}).(1 + \frac{p_2}{100})$$

Assim, para cada aumento, temos um fator correspondente e basta ir multiplicando os fatores para chegar ao resultado final.

No caso de desconto, temos o mesmo caso, sendo *V* um valor inicial, vamos considerar que ele irá sofrer dois descontos sucessivos de *p*1% e *p*2%.

Sendo V_1 o valor após o primeiro desconto, temos:

$$V_1 = V.(1 - \frac{p_1}{100})$$

Sendo V_2 o valor após o segundo desconto, ou seja, após já ter descontado uma vez, temos que:

$$V_2 = V_1.(1 - \frac{p_2}{100})$$

Como temos também uma expressão para , basta substituir:

$$V_2 = V.(1 - \frac{p_1}{100}).(1 - \frac{p_2}{100})$$

Além disso, essa formulação também funciona para aumentos e descontos em sequência, bastando apenas a identificação dos seus fatores multiplicativos. Sendo *V* um valor inicial, vamos considerar que ele irá sofrer um aumento de p_1% e, sucessivamente, um desconto de p_2%.

Sendo V_1 o valor após o aumento, temos:

$$V_1 = V.(1+\frac{p_1}{100})$$

Sendo V_2 o valor após o desconto, temos que:

$$V_2 = V_1.(1-\frac{p_2}{100})$$

Como temos uma expressão para , basta substituir:

$$V_2 = V.(1+\frac{p_1}{100}).(1-\frac{p_2}{100})$$

Ex. Um produto sofreu um aumento de 20% e depois sofreu uma redução de 20%. Isso significa que ele voltará ao seu valor original.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Este problema clássico tem como finalidade conceituar esta parte de aumento e redução percentual e evitar o erro do leitor ao achar que aumentando p% e diminuindo p%, volta-se ao valor original. Se usarmos o que aprendemos, temos que:

$$V_2 = V.\underbrace{\left(1+\frac{p_1}{100}\right)}_{Aumento}.\underbrace{\left(1-\frac{p_2}{100}\right)}_{redução}$$

$$V_2 = V.(1+\frac{20}{100}).(1-\frac{20}{100})$$

$$V_2 = V.(1+0,2).(1-0,2)$$

$$V_2 = V.(1,2).(0,8)$$

$$V_2 = 0,96.V = \frac{96}{100}V = 96\% \text{ de } V$$

Ou seja, o valor final corresponde a 96% de V e não 100%, assim, eles não são iguais, portanto deve-se assinalar a opção ERRADO

EXERCÍCIO COMENTADO

1. (UNESP) Suponhamos que, para uma dada eleição, uma cidade tivesse 18.500 eleitores inscritos. Suponhamos ainda que, para essa eleição, no caso de se verificar um índice de abstenções de 6% entre os homens e de 9% entre as mulheres, o número de votantes do sexo masculino será exatamente igual ao número de votantes do sexo feminino. Determine o número de eleitores de cada sexo.

Resposta: Denotamos o número de eleitores do sexo femininos de F e de votantes masculinos de M. Pelo enunciado do exercícios, F+M = 18500. Além disso, o **índice de abstenções entre os homens foi de 6% e de 9% entre as mulheres, ou seja, 94% dos homens** e 91% das mulheres compareceram a votação, onde 94%M = 91%F ou 0,94M = 0,91F. Assim, para determinar o número de eleitores de cada sexo temos os seguinte sistema para resolver:

$$\begin{cases} F + M = 18500 \\ 0,94M = 0,91F \end{cases}$$

Da segunda equação, temos que $M = \frac{0,91}{0,94}F$. Agora, substituindo M na primeira equação do sistema encontra-se F = 9400 e por fim determina-se M = 9100.

ESTRUTURA LÓGICA DE RELAÇÕES ARBITRÁRIAS ENTRE PESSOAS, LUGARES, OBJETOS OU EVENTOS FICTÍCIOS; DEDUZIR NOVAS INFORMAÇÕES DAS RELAÇÕES FORNECIDAS E AVALIAR AS CONDIÇÕES USADAS PARA ESTABELECER A ESTRUTURA DAQUELAS RELAÇÕES.COMPREENSÃO E ELABORAÇÃO DA LÓGICA DAS SITUAÇÕES POR MEIO DE: RACIOCÍNIO VERBAL, RACIOCÍNIO MATEMÁTICO, RACIOCÍNIO SEQUENCIAL, ORIENTAÇÃO ESPACIAL E TEMPORAL, FORMAÇÃO DE CONCEITOS, DISCRIMINAÇÃO DE ELEMENTOS.

Definição: Todo o conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo.

Nossa professora, bela definição!

Não entendi nada!

Vamos pensar que para ser proposição a frase tem que fazer sentido, mas não só sentido no nosso dia a dia, mas também no sentido lógico.

Para uma melhor definição dentro da lógica, para ser proposição, temos que conseguir julgar se a frase é verdadeira ou falsa.

Exemplos:

(A) A Terra é azul.

Conseguimos falar se é verdadeiro ou falso? Então é uma proposição.

(B) $\sqrt{2} > 2$

Como $\sqrt{2} \approx 1,41$, então a proposição tem valor lógico falso.

Todas elas exprimem um fato.

Agora, vamos pensar em uma outra frase:

O dobro de 1 é 2?

Sim, correto?

Correto. Mas é uma proposição?

Não! Porque sentenças interrogativas, não podemos declarar se é falso ou verdadeiro.

Bruno, vá estudar.

É uma declaração imperativa, e da mesma forma, não conseguimos definir se é verdadeiro ou falso, portanto, não é proposição.

Passei!

Ahh isso é muito bom, mas infelizmente, não podemos de qualquer forma definir se é verdadeiro ou falso, porque é uma sentença exclamativa.

Vamos ver alguns princípios da lógica:

I. Princípio da não Contradição: uma proposição não pode ser verdadeira "e" falsa ao mesmo tempo.

II. Princípio do Terceiro Excluído: toda proposição "ou" é verdadeira "ou" é falsa, isto é, verifica-se sempre um desses casos e nunca um terceiro caso.

1. Valor Lógico das Proposições

Definição: Chama-se valor lógico de uma proposição a verdade, se a proposição é verdadeira (V), e a falsidade, se a proposição é falsa (F).

Exemplo

p: Thiago é nutricionista.

V(p)=V essa é a simbologia para indicar que o valor lógico de p é verdadeira, ou

V(p)=F

Basicamente, ao invés de falarmos, é verdadeiro ou falso, devemos falar tem o valor lógico verdadeiro, tem valor lógico falso.

2. Classificação

Proposição simples: não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. São geralmente designadas pelas letras latinas minúsculas p,q,r,s...

E depois da letra colocamos ":"

Exemplo:

p: Marcelo é engenheiro.

q: Ricardo é estudante.

Proposição composta: combinação de duas ou mais proposições. Geralmente designadas pelas letras maiúsculas P, Q, R, S,...

Exemplo:

P: Marcelo é engenheiro e Ricardo é estudante.

Q: Marcelo é engenheiro ou Ricardo é estudante.

Se quisermos indicar quais proposições simples fazem parte da proposição composta:

P(p,q)

Se pensarmos em gramática, teremos uma proposição composta quando tiver mais de um verbo e proposição simples, quando tiver apenas 1. Mas, lembrando que para ser proposição, temos que conseguir definir o valor lógico.

3. Conectivos

Agora que vamos entrar no assunto mais interessante e o que liga as proposições.

Antes, estávamos vendo mais a teoria, a partir dos conectivos vem a parte prática.

3.1. Definição

Palavras que se usam para formar novas proposições, a partir de outras.

Vamos pensar assim: conectivos? Conectam alguma coisa?

Sim, vão conectar as proposições, mas cada conectivo terá um nome, vamos ver?

-Negação

$$\begin{cases} \textbf{\textit{extensa}}\text{: não, é falso que, não é verdade que, é mentira que} \\ \textbf{\textit{símbolo}}\text{: } \sim, \quad \neg \end{cases}$$

Exemplo

p: Lívia é estudante.

~p: Lívia não é estudante.

q: Pedro é loiro.

¬q: É falso que Pedro é loiro.

r: Érica lê muitos livros.

~r: Não é verdade que Érica lê muitos livros.

s: Cecilia é dentista.

¬s: É mentira que Cecilia é dentista.

-Conjunção

$$\begin{cases} \textbf{extensa}\text{: "e", "nem", "mas também", "como também", "além de (disso, disto, daquilo)",} \\ \text{"quanto" (depois de tanto), "bem como", "mas", "porém", "todavia", "entretanto",} \\ \text{"no entanto", "senão", "não obstante", "contudo" etc.} \\ \textbf{\textit{Símbolo}}\text{: } \wedge \end{cases}$$

Nossa, são muitas formas de se escrever com a conjunção.

Não precisa decorar todos, alguns são mais usuais: "e", "mas", "porém".

Exemplos

p: Vinícius é professor.

q: Camila é médica.

p∧q: Vinícius é professor e Camila é médica.

p∧q: Vinícius é professor, mas Camila é médica.

p∧q: Vinícius é professor, porém Camila é médica.

- Disjunção

$$\begin{cases} \textbf{\textit{extensa}}\text{: ..ou...} \\ \textbf{\textit{símbolo}}\text{: } \vee \end{cases}$$

p: Vitor gosta de estudar.

q: Vitor gosta de trabalhar.

p∨q: Vitor gosta de estudar ou Vitor gosta de trabalhar.

- Disjunção Exclusiva

Extensa: Ou...ou...

Símbolo: $\underline{\vee}$

p: Vitor gosta de estudar.

q: Vitor gosta de trabalhar

$p\underline{\vee}q$ Ou Vitor gosta de estudar ou Vitor gosta de trabalhar.

-Condicional
Extenso: Se..., então..., É necessário que, Condição necessária
Símbolo: →

Exemplos
p→q: Se chove, então faz frio.
p→q: É suficiente que chova para que faça frio.
p→q: Chover é condição suficiente para fazer frio.
p→q: É necessário que faça frio para que chova.
p→q: Fazer frio é condição necessária para chover.

-Bicondicional
Extenso: se, e somente se, ...
Símbolo: ↔
p: Lucas vai ao cinema.
q: Danilo vai ao cinema.
p↔q: Lucas vai ao cinema se, e somente se, Danilo vai ao cinema.

Referências
ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.

TABELA-VERDADE

Com a tabela-verdade, conseguimos definir o valor lógico de proposições compostas facilmente, analisando cada coluna.

Se tivermos uma proposição p, ela pode ter V(p)=V ou V(p)=F.

p
V
F

Quando temos duas proposições, não basta colocar só VF, será mais que duas linhas.

p	**q**
V	V
V	F
F	V
F	F

Observe, a primeira proposição ficou VVFF
E a segunda intercalou VFVF
Vamos raciocinar, com uma proposição temos 2 possibilidades, com 2 proposições temos 4, tem que haver um padrão para se tornar mais fácil!
As possibilidades serão 2^n,
Onde:
n=número de proposições

p	**q**	**r**
V	V	V
V	F	V
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V
F	V	F
F	F	F

A primeira proposição, será metade verdadeira e metade falsa.
A segunda, vamos sempre intercalar VFVFVF.
E a terceira VVFFVVFF.
Agora, vamos ver a tabela verdade de cada um dos operadores lógicos?

-Negação

p	~p
V	F
F	V

Se estamos negando uma coisa, ela terá valor lógico oposto, faz sentido, não?
- Conjunção
Eu comprei bala e chocolate, só vou me contentar se eu tiver as duas coisas, certo?
Se eu tiver só bala não ficarei feliz, e nem se tiver só chocolate.
E muito menos se eu não tiver nenhum dos dois.

p	q	p ∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

-Disjunção
Vamos pensar na mesma frase anterior, mas com o conectivo “ou”.
Eu comprei bala ou chocolate.
Eu comprei bala e também comprei a chocolate, está certo pois poderia ser um dos dois ou os dois.
Se eu comprei só bala, ainda estou certa, da mesma forma se eu comprei apenas chocolate.
Agora se eu não comprar nenhum dos dois, não dará certo.

p	q	p ∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

-Disjunção Exclusiva

Na disjunção exclusiva é diferente, pois OU comprei chocolate OU comprei bala.

Ou seja, um ou outro, não posso ter os dois ao mesmo tempo.

p	q	p $\underline{\vee}$q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

-Condicional

Se chove, então faz frio.

Se choveu e fez frio.

Estamos dentro da possibilidade.(V)

Choveu e não fez frio.

Não está dentro do que disse. (F)

Não choveu e fez frio.

Ahh tudo bem, porque pode fazer frio se não chover, certo?(V)

Não choveu, e não fez frio.

Ora, se não choveu, não precisa fazer frio. (V)

p	q	p →q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

-Bicondicional

Ficarei em casa, se e somente se, chover.

Estou em casa e está chovendo.

A ideia era exatamente essa. (V)

Estou em casa, mas não está chovendo.

Você não fez certo, era só pra ficar em casa se chovesse. (F)

Eu sai e está chovendo.

Aiaiai não era pra sair se está chovendo (F)

Não estou em casa e não está chovendo.

Sem chuva, você pode sair, ta?(V)

p	q	p ↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

EXERCÍCIO COMENTADO

1.(EBSERH – ÁREA MÉDICA – CESPE – 2018) A respeito de lógica proposicional, julgue o item que se segue.
Se P, Q e R forem proposições simples e se ~R indicar a negação da proposição R, então, independentemente dos valores lógicos V = verdadeiro ou F = falso de P, Q e R, a proposição P→Q∨(~R) será sempre V.

( )CERTO ( )ERRADO

Resposta: Errado – *Se P for verdadeiro, Q falso e R falso, a proposição é falsa.*

2. (TRT 7ª REGIÃO – CONHECIMENTOS BÁSICOS – CESPE – 2017)

Texto CB1A5AAA – Proposição P

A empresa alegou ter pago suas obrigações previdenciárias, mas não apresentou os comprovantes de pagamento; o juiz julgou, pois, procedente a ação movida pelo ex-empregado.
A quantidade mínima de linhas necessárias na tabela-verdade para representar todas as combinações possíveis para os valores lógicos das proposições simples que compõem a proposição P do texto CB1A5AAA é igual a

a) 32.
b) 4.
c) 8.
d) 16.

Resposta: Letra C.
P: A empresa alegou ter pago suas obrigações previdenciárias.
Q: apresentou os comprovantes de pagamento.
R: o juiz julgou, pois, procedente a ação movida pelo ex-empregado.
Número de linhas: $2^3=8$

3.(SERES-PE – AGENTE DE SEGURANÇA PENITENCIÁRIA – CESPE – 2017) A partir das proposições simples P: "Sandra foi passear no centro comercial Bom Preço", Q: "As lojas do centro comercial Bom Preço estavam realizando liquidação" e R: "Sandra comprou roupas nas lojas do Bom Preço" é possível formar a proposição composta S: "Se Sandra foi passear no centro comercial Bom Preço e se as lojas desse centro estavam realizando liquidação, então Sandra comprou roupas nas lojas do Bom Preço ou Sandra foi passear no centro comercial Bom Preço". Considerando todas as possibilidades de as proposições P, Q e R serem verdadeiras (V) ou falsas (F), é possível construir a tabela-verdade da proposição S, que está iniciada na tabela mostrada a seguir.

P	Q	R			S
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

Completando a tabela, se necessário, assinale a opção que mostra, na ordem em que aparecem, os valores lógicos na coluna correspondente à proposição S, de cima para baixo.

a) V / V / F / F / F / F / F / F.
b) V / V / F / V / V / F / F / V.
c) V / V / F / V / F / F / F / V.
d) V / V / V / V / V / V / V / V.
e) V / V / V / F / V / V / V / F.

Resposta: Letra D
A proposição S é composta por: $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee p)$

P	Q	R	$p \wedge q$	$r \vee p$	$S(p \wedge q) \rightarrow (r \vee p)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	F	V
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	F	V

TAUTOLOGIA

Definição: Chama-se tautologia, toda proposição composta que terá a coluna inteira de valor lógico V.

Podemos ter proposições SIMPLES que são falsas e se a coluna da proposição composta for verdadeira é tautologia.

Vamos ver alguns exemplos.

A proposição $\sim(p \wedge p)$ é tautologia, pelo Princípio da não contradição. Está lembrado?

Princípio da não Contradição: uma proposição não pode ser verdadeira "e" falsa ao mesmo tempo.

P	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

A proposição $p \vee \sim p$ é tautológica, pelo princípio do Terceiro Excluído.

Princípio do Terceiro Excluído: toda proposição "ou" é verdadeira "ou" é falsa, isto é, verifica-se sempre um desses casos e nunca um terceiro caso.

P	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

Esses são os exemplos mais simples, mas normalmente conseguiremos resolver as questões com base na tabela verdade, por isso insisto que a tabela verdade dos operadores, têm que estar na "ponta da língua", quase como a tabuada da matemática.

Veremos outros exemplos.

Exemplo 1
Vamos pensar nas proposições:
P: João é estudante.
Q: Mateus é professor.
Se João é estudante, então João é estudante ou Mateus é professor.

Em simbologia: $p \rightarrow p \vee q$

P	Q	$p \vee q$	$p \rightarrow p \vee q$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

A coluna inteira da proposição composta deu verdadeiro, então é uma tautologia.

Exemplo 2
Com as mesmas proposições anteriores:
João é estudante ou não é verdade que João é estudante e Mateus é professor.

p∨~(p∧q)

P	Q	p∧q	~(p∧q)	p∨~(p∧q)
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Novamente, coluna deu inteira com valor lógico verdadeiro, é tautologia.

Exemplo 3
Se João é estudante ou não é estudante, então Mateus é professor.

P	Q	~p	p∨~p	p∨~p→q
V	V	F	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	F

Deu pelo menos uma falsa e agora?
Não é tautologia.

Referências

ALENCAR FILHO, Edgar de. I*niciação a lógica matemática*. São Paulo: Nobel – 2002.

EXERCÍCIO COMENTADO

1.(INSS – ANALISTA DO SEGURO SOCIAL – CESPE – 2016) Com relação a lógica proposicional, julgue o item subsequente.
Considerando-se as proposições simples “Cláudio pratica esportes” e “Cláudio tem uma alimentação balanceada”, é correto afirmar que a proposição “Cláudio pratica esportes ou ele não pratica esportes e não tem uma alimentação balanceada” é uma tautologia.

( )CERTO ( )ERRADO

Resposta: Errado
p: Cláudio pratica esportes.
q: Cláudio tem uma alimentação balanceada.
(p∨~p)∧~q

P	~P	Q	~q	p∨~P	(p∨~p)∧~q
V	F	V	F	V	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	F
F	V	F	V	V	V

EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Diz-se que uma proposição P(p,q,r..) é logicamente equivalente ou equivalente a uma proposição Q(p,r,s..) se as tabelas-verdade dessas duas proposições são IDÊNTICAS.
Para indicar que são equivalentes, usaremos a seguinte notação:
P(p,q,r..) ⇔ Q(p,r,s..)

Essa parte de equivalência é um pouco mais chatinha, mas conforme estudamos, vou falando algumas dicas.

Regra da Dupla negação

~~p⇔p

p	~p	~~p
V	F	V
F	V	F

São iguais, então ~~p⇔p

Regra de Clavius

~p→p⇔p

p	~p	~p→p
V	F	V
F	V	F

Regra de Absorção

p→p∧q⇔p→q

p	q	p∧q	p→p∧q	p→q
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Condicional
Gostaria da sua atenção aqui, pois as condicionais são as mais pedidas nos concursos.

A condicional p→q e a disjunção ~p∨q, têm tabelas-verdades idênticas

p	~p	q	p∧q	p→q	~p∨q
V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V

Exemplo
p: Coelho gosta de cenoura
q: Coelho é herbívoro.

p→q: Se coelho gosta de cenoura, então coelho é herbívoro.
~p∨q: Coelha não gosta de cenoura ou coelho é herbívoro

A condicional ~p→~q é equivalente a disjunção p∨~q

p	q	~p	~q	~p→~q	p∨~q
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Equivalências fundamentais (Propriedades Fundamentais): a equivalência lógica entre as proposições goza das propriedades simétrica, reflexiva e transitiva.

1 – Simetria (equivalência por simetria)

a) p ∧ q ⇔ q ∧ p

p	q	p ∧ q	q ∧ p
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F

b) p ∨ q ⇔ q ∨ p

p	q	p ∨ q	q ∨ p
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	F

c) p ⊻ q ⇔ q ⊻ p

p	q	p ⊻ q	q ⊻ p
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	F

d) p ↔ q ⇔ q ↔ p

p	q	p ↔ q	q ↔ p
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	V	V

Equivalências notáveis:

1 - Distribuição (equivalência pela distributiva)

a) p ∧ (q ∨ r) ⇔ (p ∧ q) ∨ (p ∧ r)

p	q	r	q ∨ r	p ∧ (q ∨ r)	p ∧ q	p ∧ r	(p ∧ q) ∨ (p ∧ r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

b) p ∨ (q ∧ r) ⇔ (p ∨ q) ∧ (p ∨ r)

p	q	r	q ∧ r	p ∨ (q ∧ r)	p ∨ q	p ∨ r	(p ∨ q) ∧ (p ∨ r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

2 - Associação (equivalência pela associativa)

a) $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$

p	q	r	q ∧ r	p ∧ (q ∧ r)	p ∧ q	p ∧ r	(p ∧ q) ∧ (p ∧ r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	F	F	F	V	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

b) $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee (p \vee r)$

p	q	r	q ∨ r	p ∨ (q ∨ r)	p ∨ q	p ∨ r	(p ∨ q) ∨ (p ∨ r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F

3 – Idempotência

a) $p \Leftrightarrow (p \wedge p)$

Para ficar mais fácil o entendimento, vamos fazer duas colunas com p

p	p	p∧p
V	V	V
F	F	F

b) $p \Leftrightarrow (p \vee p)$

p	p	p∨p
V	V	V
F	F	F

4 - Pela contraposição: de uma condicional gera-se outra condicional equivalente à primeira, apenas invertendo-se e negando-se as proposições simples que as compõem.

Da mesma forma que vimos na condicional mais acima, temos outros modos de definir a equivalência da condicional que são de igual importância.

1º caso: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$

p	q	~p	~q	p → q	~q → ~p
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

2º caso: $(\sim p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow p)$

p	q	~p	~p → q	~q	~q → p
V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	V	F	V
F	F	V	F	V	F

3º caso: $(p \rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \rightarrow \sim p)$

p	q	~q	p → ~q	~p	q → ~p
V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	F	V
F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V

5 - Pela bicondicional

a) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$, por definição

p	q	p ↔ q	p → q	q → p	(p → q) ∧ (q → p)
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V

b) (p ↔ q) ⇔ (~q → ~p) ∧ (~p → ~q)

p	q	p ↔ q	~q	~p	~q → ~p	~p → ~q	(~q → ~p) ∧ (~p → ~q)
V	V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V	F
F	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V

c) (p ↔ q) ⇔ (p ∧ q) ∨ (~p ∧ ~q)

p	q	p ↔ q	p ∧ q	~p	~q	~p ∧ ~q	(p ∧ q) ∨ (~p ∧ ~q)
V	V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	F	F
F	V	F	F	V	F	F	F
F	F	V	F	V	V	V	V

6 - Pela exportação-importação

[(p ∧ q) → r] ⇔ [p → (q → r)]

p	q	r	p ∧ q	(p ∧ q) → r	q → r	p → (q → r)
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V

Proposições Associadas a uma Condicional (se, então)

Chama-se proposições associadas a p → q as três proposições condicionadas que contêm p e q:

– **Proposições recíprocas:** p → q: q → p
– **Proposição contrária**: p → q: ~p → ~q
– **Proposição contrapositiva:** p → q: ~q → ~p

Observe a tabela verdade dessas quatro proposições:

p	q	~p	~q	p → q	q → p	~p → ~q	~q → ~p
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V

Observamos ainda que a condicional p → q e a sua recíproca q → p ou a sua contrária ~p → ~q NÃO SÃO EQUIVALENTES.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (TRF 1ª REGIÃO – TÉCNICO JUDICIÁRIO – CESPE – 2017) A partir da proposição P: "Quem pode mais, chora menos.", que corresponde a um ditado popular, julgue o próximo item.
Do ponto de vista da lógica sentencial, a proposição P é equivalente a "Se pode mais, o indivíduo chora menos".

( ) CERTO ( ) ERRADO

Resposta: Certo
Uma dica é que normalmente quando tem vírgula é condicional, não é regra, mas acontece quando você não acha o conectivo.

2. (PC-PE – PERITO PAPILOSCOPISTA – CESPE – 2016)

Texto CG1A06AAA

A Polícia Civil de determinado município prendeu, na sexta-feira, um jovem de 22 anos de idade suspeito de ter cometido assassinatos em série. Ele é suspeito de cortar, em três partes, o corpo de outro jovem e de enterrar as partes em um matagal, na região interiorana do município. Ele é suspeito também de ter cometido outros dois esquartejamentos, já que foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os crimes
Assinale a opção que é logicamente equivalente à proposição "Ele é suspeito também de ter cometido outros dois esquartejamentos, já que foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os crimes", presente no texto CG1A06AAA.

a) Se foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os dois esquartejamentos, ele é suspeito também de ter cometido esses crimes.
b) Ele não é suspeito de outros dois esquartejamentos, já que não foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os crimes.
c) Se não foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os dois esquartejamentos, ele não é suspeito desses crimes.
d) Como ele é suspeito de ter cometido também dois esquartejamentos, foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os crimes.
e) Foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os dois esquartejamentos, pois ele é também suspeito de ter cometido esses crimes.

Resposta: A
A expressão já que=pois
Que se for escrita com a condicional, devemos mudar as proposições de lugar.
Se foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os dois esquartejamentos, ele é suspeito também de ter cometido esses crimes.

Referências
ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.
CABRAL, Luiz Cláudio Durão; NUNES, Mauro César de Abreu - Raciocínio lógico passo a passo – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

Negação de uma proposição composta

Definição: Quando se nega uma proposição composta primitiva, gera-se outra proposição também composta e equivalente à negação de sua primitiva.
Ou seja, muitas vezes para os exercícios teremos que saber qual a equivalência da negação para compor uma frase, por exemplo.

Negação de uma conjunção (Lei de Morgan)

Para negar uma conjunção, basta negar as partes e trocar o conectivo conjunção pelo conectivo disjunção.

$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$

p	q	~p	~q	p ∧ q	~(p ∧ q)	~p ∨ ~q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Negação de uma disjunção (Lei de Morgan)

Para negar uma disjunção, basta negar as partes e trocar o conectivo-disjunção pelo conectivo-conjunção.

$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

p	q	~p	~q	p ∨ q	~(p ∨ q)	~p ∧ ~q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Resumindo as negações, quando é conjunção nega as duas e troca por “ou”
Quando for disjunção, nega tudo e troca por “e”.

Negação de uma disjunção exclusiva

$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

p	q	p∨q	~(p∨q)	p ⟷ q
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Negação de uma condicional

Famoso MANE
Mantém a primeira e nega a segunda.

$\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$

p	q	p → q	~q	~(p → q)	p ∧ ~q
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	F

Negação de uma bicondicional

$\sim(p \leftrightarrow q) = \sim[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)]$

P	Q	p ↔ q	p → q	q → p	p → q) ∧ (q → p)]	~[(p → q) ∧ (q → p)]	p ∧ ~q	q ∧ ~p	[(p ∧ ~q) ∨ (q ∧ ~p)]
V	V	V	V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	F	V	F	V	V	F	V
F	V	F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	F	F	F	F

Dupla negação (Teoria da Involução)

a) De uma proposição simples: $p \Leftrightarrow \sim(\sim p)$

P	~P	~ (~p)
V	F	V
F	V	F

b) De uma condicional: Definição: A dupla negação de uma condicional dá-se da seguinte forma: nega-se a 1ª parte da condicional, troca-se o conectivo-condicional pela disjunção e mantém-se a 2ª parte.

Demonstração: Seja a proposição primitiva: $p \rightarrow q$ nega-se pela 1ª vez: $\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$ nega-se pela 2ª vez: $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \vee q$

Conclusão: Ao negarmos uma proposição primitiva duas vezes consecutivas, a proposição resultante será equivalente à sua proposição primitiva. Logo, $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (TRF 1ª REGIÃO – TÉCNICO JUDICIÁRIO – CESPE – 2017) A partir da proposição P: "Quem pode mais, chora menos.", que corresponde a um ditado popular, julgue o próximo item.
A negação da proposição P pode ser expressa por "Quem não pode mais, não chora menos"

( ) CERTO ( ) ERRADO

Resposta: Errado.
Negação de uma condicional: mantém a primeira e nega a segunda

2. (PC-PE – PERITO CRIMINAL – CESPE – 2016) Considere as seguintes proposições para responder a questão.

P1: Se há investigação ou o suspeito é flagrado cometendo delito, então há punição de criminosos.

P2: Se há punição de criminosos, os níveis de violência não tendem a aumentar.

P3: Se os níveis de violência não tendem a aumentar, a população não faz justiça com as próprias mãos.

Assinale a opção que apresenta uma negação correta da proposição P1.

a) Se não há punição de criminosos, então não há investigação ou o suspeito não é flagrado cometendo delito.
b) Há punição de criminosos, mas não há investigação nem o suspeito é flagrado cometendo delito.
c) Há investigação ou o suspeito é flagrado cometendo delito, mas não há punição de criminosos.
d) Se não há investigação ou o suspeito não é flagrado cometendo delito, então não há punição de criminosos.
e) Se não há investigação e o suspeito não é flagrado cometendo delito, então não há punição de criminosos.

Resposta: C
Famoso MANE
Mantém a primeira e nega a segunda.
Há investigação ou o suspeito é flagrado cometendo delito e não há punição de criminosos.

No caso, a questão ao invés de "e"utilizou mas

ARGUMENTOS

Um argumento é um conjunto finito de premissas (proposições), sendo uma delas a consequência das demais. Tal premissa (proposição), que é o resultado dedutivo ou consequência lógica das demais, é chamada conclusão. Um argumento é uma fórmula: P1 $\wedge$ P2 $\wedge$ ... $\wedge$ Pn → Q

OBSERVAÇÃO: A fórmula argumentativa P1 $\wedge$ P2 $\wedge$ ... $\wedge$ Pn → Q, também poderá ser representada pela seguinte forma:

$$\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \\ \hline Q \end{array}$$

1. Argumentos válidos

Um argumento é válido quando a conclusão é verdadeira (V), sempre que as premissas forem todas verdadeiras (V). Dizemos, também, que um argumento é válido quando a conclusão é uma consequência obrigatória das verdades de suas premissas.

Argumentos inválidos
Um argumento é dito inválido (ou falácia, ou ilegítimo ou mal construído), quando as verdades das premissas são insuficientes para sustentar a verdade da conclusão. Caso a conclusão seja falsa, decorrente das insuficiências geradas pelas verdades de suas premissas, tem-se como conclusão uma contradição (F).

2. **Métodos para testar a validade dos argumentos**

(IF-BA – ADMINISTRADOR – FUNRIO – 2016) Ou João é culpado ou Antônio é culpado. Se Antônio é inocente então Carlos é inocente. João é culpado se e somente se Pedro é inocente. Ora, Pedro é inocente. Logo,
a) Pedro e Antônio são inocentes e Carlos e João são culpados.
b) Pedro e Carlos são inocentes e Antônio e João são culpados.
c) Pedro e João são inocentes e Antônio e Carlos são culpados.
d) Antônio e Carlos são inocentes e Pedro e João são culpados.
e) Antônio, Carlos e Pedro são inocentes e João é culpado.

Resposta: E.
Vamos começar de baixo pra cima.

Ou João é culpado ou Antônio é culpado.
Se Antônio é inocente então Carlos é inocente.
João é culpado se e somente se Pedro é inocente.
Ora, <u>Pedro é inocente.</u>
(V)

Sabendo que Pedro é inocente,
João é culpado se e somente se <u>Pedro é inocente.</u>
João é culpado, pois a bicondicional só é verdadeira se ambas forem verdadeiras ou ambas falsas.

João é culpado se e somente se Pedro é inocente
(V) (V)
Ora, <u>Pedro é inocente</u>
(V)

Sabendo que João é culpado, vamos analisar a primeira premissa.
Ou João é culpado ou Antônio é culpado.
Então, Antônio é inocente, pois a disjunção exclusiva só é verdadeira se apenas uma das proposições for.

Se Antônio é inocente então Carlos é inocente.
Carlos é inocente, pois sendo a primeira verdadeira, a condicional só será verdadeira se a segunda proposição também for.

Então, temos:
Pedro é inocente, João é culpado, António é inocente e Carlos é inocente.

EXERCÍCIO COMENTADO

1. (DPU – AGENTE ADMINISTRATIVO – CESPE – 2016)
Considere que as seguintes proposições sejam verdadeiras.
• Quando chove, Maria não vai ao cinema.
• Quando Cláudio fica em casa, Maria vai ao cinema.
• Quando Cláudio sai de casa, não faz frio.
• Quando Fernando está estudando, não chove.
• Durante a noite, faz frio.
Tendo como referência as proposições apresentadas, julgue o item subsecutivo.
Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Resposta: Errado
• Durante a noite, f<u>az frio</u>.
V

• Quando <u>Cláudio sai de casa</u>, <u>não faz frio</u>.
F F

• Quando <u>Cláudio fica em casa</u>, <u>Maria vai ao cinema.</u>
V V

• Quando <u>chove</u>, <u>Maria não vai ao cinema.</u>
F F

• Quando <u>Fernando está estudando</u>, <u>não chove</u>.
V/F V
Portanto, Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando.
Não tem como ser julgado.

DIAGRAMAS LÓGICOS

As questões de Diagramas lógicos envolvem as proposições categóricas (todo, algum, nenhum), cuja solução requer que desenhemos figuras, os chamados diagramas.

Quantificadores são elementos que, quando associados às sentenças abertas, permitem que as mesmas sejam avaliadas como verdadeiras ou falsas, ou seja, passam a ser qualificadas como sentenças fechadas.

O quantificador universal
O quantificador universal, usado para transformar sentenças (proposições) abertas em proposições fechadas, é indicado pelo símbolo "$\forall$", que se lê: "qualquer que seja", "para todo", "para cada".

Exemplo:
$(\forall x)(x + 2 = 6)$
Lê-se: "Qualquer que seja x, temos que x + 2 = 6" (falsa).
É falso, pois não podemos colocar qualquer x para a afirmação ser verdadeira.

O quantificador existencial
O quantificador existencial é indicado pelo símbolo "$\exists$" que se lê: "existe", "existe pelo menos um" e "existe um".

Exemplos:
$(\exists x)(x + 5 = 9)$
Lê-se: "Existe um número x, tal que x + 5 = 9" (verdadeira).

Nesse caso, existe um número, ahh tudo bem... claro que existe algum número que essa afirmação será verdadeira.

Ok? Sem maiores problemas, certo?

Representação de uma proposição quantificada

$(\forall x)(x \in N)(x + 3 > 15)$
Quantificador: $\forall$
Condição de existência da variável: $x \in N$.
Predicado: $x + 3 > 15$.

$(\exists x)[(x + 1 = 4) \wedge (7 + x = 10)]$
Quantificador: $\exists$
Condição de existência da variável: não há.
Predicado: "$(x + 1 = 4) \wedge (7 + x = 10)$".

Negações de proposições quantificadas ou funcionais
Seja uma sentença $(\forall x)(A(x))$.
Negação: $(\exists x)(\sim A(x))$

Exemplo
$(\forall x)(2x-1=3)$
Negação: $(\exists x)(2x-1\neq3)$

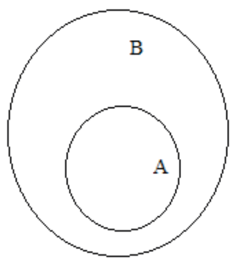
Seja uma sentença $(\exists x)(Q(x))$.
Negação: $(\forall x)(\sim Q(x))$.
$(\exists x)(2x-1=3)$
Negação: $(\forall x)(2x-1\neq3)$

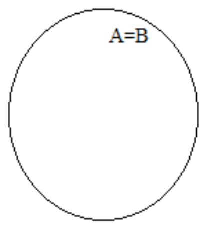
1. Definição das proposições

<u>Todo A é B.</u>

O conjunto A está contido no conjunto B, assim todo elemento de A também é elemento de B.

Podemos representar de duas maneiras:





Quando “todo A é B” é verdadeira, vamos ver como ficam os valores lógicos das outras?

Pensemos nessa frase: Toda criança é linda.

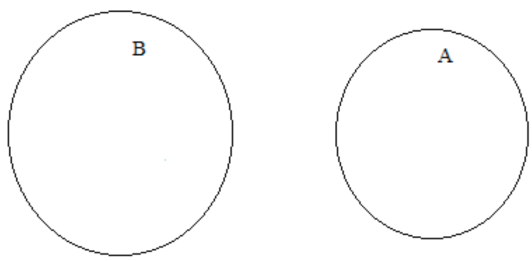
Nenhum A é B é necessariamente falsa.
Nenhuma criança é linda, mas eu não acabei de falar que TODA criança é linda? Por isso é falsa.

Algum A é B é necessariamente verdadeira.
Alguma Criança é linda, sim, se todas são 1, 2, 3...são lindas.

Algum A não é B necessariamente é falsa, pois A está contido em B.
Alguma criança não é linda, bem como já vimos impossível, pois todas são.

<u>Nenhum A é B.</u>

A e B não terão elementos em comum.



Quando “nenhum A é B” é verdadeira, vamos ver como ficam os valores lógicos das outras?

Frase: Nenhum cachorro é gato. (sim, eu sei. Frase extrema, mas assim é bom para entendermos..hehe)

Todo A é B é necessariamente falsa.
Todo cachorro é gato, faz sentido? Nenhum, não é?

Algum A é B é necessariamente falsa.
Algum cachorro é gato, ainda não faz sentido.

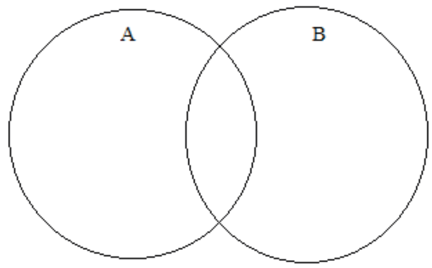
Algum A não é B necessariamente verdadeira.
Algum cachorro não é gato. Ah, sim! Espero que todos não sejam, mas se já está dizendo “algum” vou concordar.

<u>Algum A é B.</u>

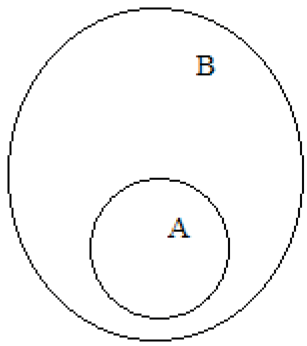
Quer dizer que há pelo menos 1 elemento de A em comum com o conjunto B

Temos 4 representações possíveis

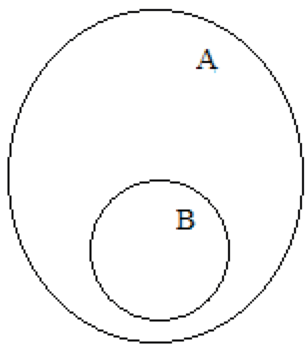
a) os dois conjuntos possuem uma parte dos elementos em comum.



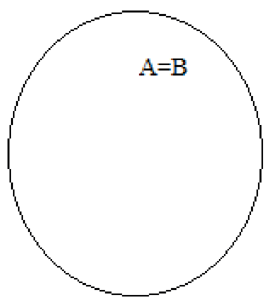
b) Todos os elementos de A estão em B.



c) Todos os elementos de B estão em A



d) O conjunto A é igual ao conjunto B.



Quando "algum A é B" é verdadeira, vamos ver como ficam os valores lógicos das outras?

Frase: Algum copo é de vidro.

Nenhum A é B é necessariamente falsa.

Nenhum copo é de vidro.

Com frase fica mais fácil né? Porque assim, conseguimos ver que é falsa, pois acabei de falar que algum copo é de vidro, ou seja, tenho pelo menos 1 copo de vidro.

Todo A é B.

Não conseguimos determinar, podendo ser verdadeira ou falsa (podemos analisar também os diagramas mostrados nas figuras a e c).

Todo copo é de vidro.

Pode ser que sim, ou não.

Algum A não é B.

Não conseguimos determinar, podendo ser verdadeira ou falsa (contradiz com as figuras b e d)

Algum copo não é de vidro.

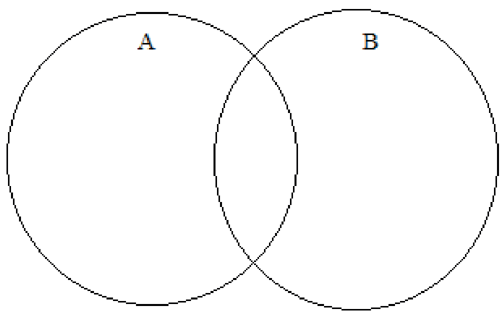
Como não sabemos se todos os copos são de vidros, pode ser verdadeira.

<u>Algum A não é B.</u>

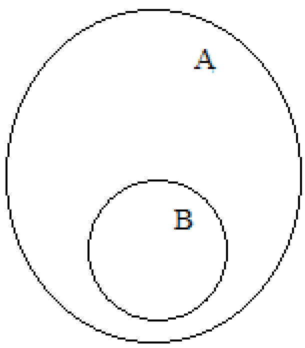
O conjunto A tem pelo menos um elemento que não pertence ao conjunto B.

Aqui teremos 3 modos de representar:

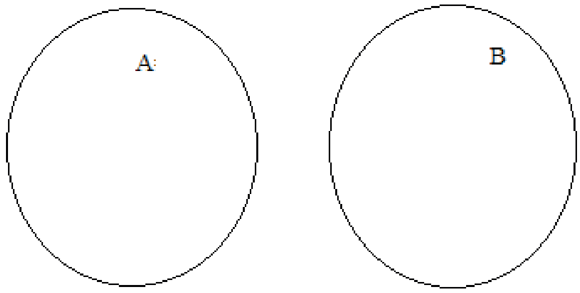
a) Os dois conjuntos possuem uma parte dos elementos em comum.



b) Todos os elementos de B estão em A.



c) Não há elementos em comum entre os dois conjuntos.



Quando "algum A não é B" é verdadeira, vamos ver como ficam os valores lógicos das outras?

Vamos fazer a frase contrária do exemplo anterior.

Frase: Algum copo não é de vidro.

Nenhum A é B é indeterminada (contradição com as figuras a e b).

Nenhum copo é de vidro, algum não é, mas não sei se todos não são de vidro.

Todo A é B é necessariamente falsa.

Todo copo é de vidro, mas eu disse que algum copo não era.

Algum A é B é indeterminada.

Algum copo é de vidro, não consigo determinar se tem algum de vidro ou não.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1. (PC-RS – ESCRIVÃO – FUNDATEC – 2018) Supondo a verdade da sentença aberta: Alguns investigados são advogados mas nem todos os investigados têm domicílio conhecido. Podemos deduzir a verdade da alternativa:

a) Todos investigados são advogados e têm domicílio conhecido.
b) Todos investigados são advogados e não têm domicílio conhecido.
c) Alguns investigados são advogados e têm domicílio conhecido.
d) Alguns investigados são advogados e alguns investigados têm domicílio conhecido.
e) Alguns investigados são advogados e alguns investigados não têm domicílio conhecido.

Resposta: Letra E

Nem todos os investigados têm domicilio = Existem investigados que não têm domicilio.

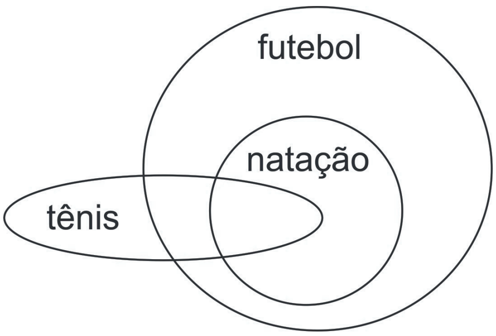
2. (UFES – ASSISTENTE EM ADMINISTRAÇÃO – UFES – 2017) Em um determinado grupo de pessoas,

• todas as pessoas que praticam futebol também praticam natação,
• algumas pessoas que praticam tênis também praticam futebol,
• algumas pessoas que praticam tênis não praticam natação.

É CORRETO afirmar que no grupo

a) todas as pessoas que praticam natação também praticam tênis.
b) todas as pessoas que praticam futebol também praticam tênis.
c) algumas pessoas que praticam natação não praticam futebol.
d) algumas pessoas que praticam natação não praticam tênis.
e) algumas pessoas que praticam tênis não praticam futebol.

Resposta: Letra E.



3. (SEPOG-RO – TÉCNICO EM TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO – FGV – 2017) Considere a afirmação:

“Toda pessoa que faz exercícios não tem pressão alta”.

De acordo com essa afirmação é correto concluir que

a) se uma pessoa tem pressão alta então não faz exercícios.
b) se uma pessoa não faz exercícios então tem pressão alta.
c) se uma pessoa não tem pressão alta então faz exercícios.
d) existem pessoas que fazem exercícios e que têm pressão alta.
e) não existe pessoa que não tenha pressão alta e não faça exercícios.

Resposta: Letra A
Se toda pessoa que faz exercício não tem pressão alta, ora, se a pessoa tem pressão alta, então não faz exercício.

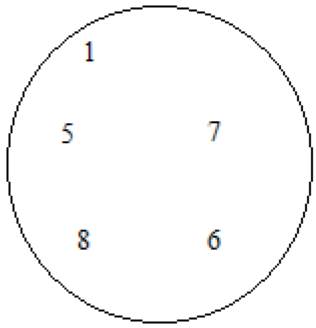
REFERÊNCIAS

CARVALHO, S. *Raciocínio Lógico Simplificado*. Série Provas e Concursos, 2010.

COMPREENSÃO DO PROCESSO LÓGICO QUE, A PARTIR DE UM CONJUNTO DE HIPÓTESES, CONDUZ, DE FORMA VÁLIDA, A CONCLUSÕES DETERMINADAS.

1. Representação

- Enumerando todos os elementos do conjunto: S={1, 2, 3, 4, 5}
- Simbolicamente: B={x∈ N|2<x<8}, enumerando esses elementos temos:
B={3,4,5,6,7}
- por meio de diagrama:



Quando um conjunto não possuir elementos chamares de conjunto vazio: S=∅ ou S={ }.

2. Igualdade

Dois conjuntos são iguais se, e somente se, possuem exatamente os mesmos elementos. Em símbolo:

$$A = B \text{ se, e somente se, } \forall x (x \in A \leftrightarrow x \in B).$$

Para saber se dois conjuntos A e B são iguais, precisamos saber apenas quais são os elementos.
Não importa ordem:
A={1,2,3} e B={2,1,3}
Não importa se há repetição:
A={1,2,2,3} e B={1,2,3}

3. Relação de Pertinência

Relacionam um elemento com conjunto. E a indicação que o elemento pertence (∈) ou não pertence (∉)
Exemplo: Dado o conjunto A={-3, 0, 1, 5}
0∈A
2∉A

4. Relações de Inclusão

Relacionam um conjunto com outro conjunto.
Simbologia: ⊂(está contido), ⊄(não está contido), ⊃(contém), ⊅ (não contém)

A Relação de inclusão possui 3 propriedades:

Exemplo:
{1, 3,5}⊂{0, 1, 2, 3, 4, 5}
{0, 1, 2, 3, 4, 5}⊃{1, 3,5}
Aqui vale a famosa regrinha que o professor ensina, boca aberta para o maior conjunto.

5. Subconjunto

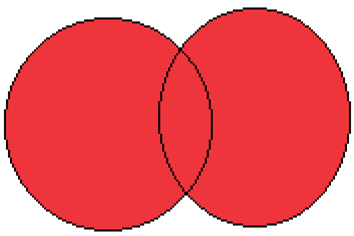
O conjunto A é subconjunto de B se todo elemento de A é também elemento de B.
Exemplo: {2,4} é subconjunto de {x∈N|x é par}

6. Operações

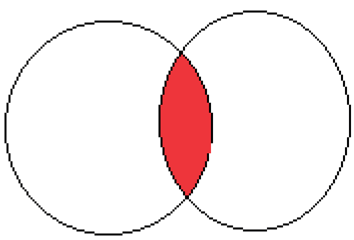
6.1. União

Dados dois conjuntos A e B, existe sempre um terceiro formado pelos elementos que pertencem pelo menos um dos conjuntos a que chamamos conjunto união e representamos por: A∪B.
Formalmente temos: A∪B={x|x∈A ou x B}

Exemplo:
A={1,2,3,4} e B={5,6}
A∪B={1,2,3,4,5,6}



Interseção
A interseção dos conjuntos A e B é o conjunto formado pelos elementos que são ao mesmo tempo de A e de B, e é representada por: A∩B.
Simbolicamente: A∩B={x|x∈A e xB}

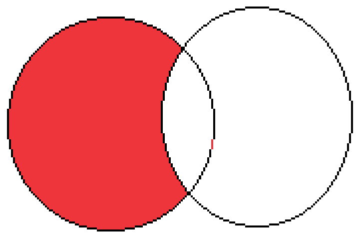


Exemplo:
A={a,b,c,d,e} e B={d,e,f,g}
A∩B={d,e}

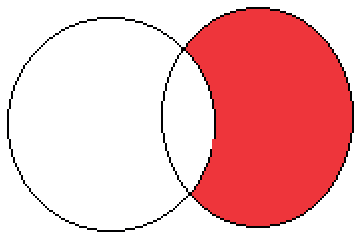
6.2. Diferença

Uma outra operação entre conjuntos é a diferença, que a cada par A, B de conjuntos faz corresponder o conjunto definido por:

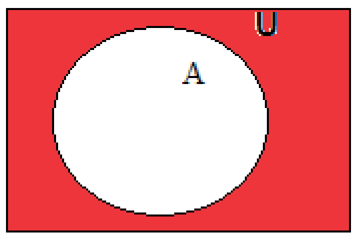
A – B ou A\B que se diz a diferença entre A e B ou o complementar de B em relação a A.
A este conjunto pertencem os elementos de A que não pertencem a B.



A\B = {x : x∈A e x∉B}.
B-A = {x : x∈B e x∉A}.



Exemplo:
A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} e B = {5, 6, 7}
Então os elementos de A – B serão os elementos do conjunto A menos os elementos que pertencerem ao conjunto B.
Portanto A – B = {0, 1, 2, 3, 4}.



6.3. Complementar

O complementar do conjunto A($\bar{A}$) é o conjunto formado pelos elementos do conjunto universo que não pertencem a A.

$$\bar{A} = \{x \in U | x \notin A\}$$

Fórmulas da união

$n(A \cup B)=n(A)+n(B)-n(A \cap B)$
$n(A \cup B \cup C)=n(A)+n(B)+n(C)+n(A \cap B \cap C)-n(A \cap B)-n(A \cap C)-n(B\ C)$

Essas fórmulas muitas vezes nos ajudam, pois ao invés de fazer todo o digrama, se colocarmos nessa fórmula, o resultado é mais rápido, o que na prova de concurso é interessante devido ao tempo.

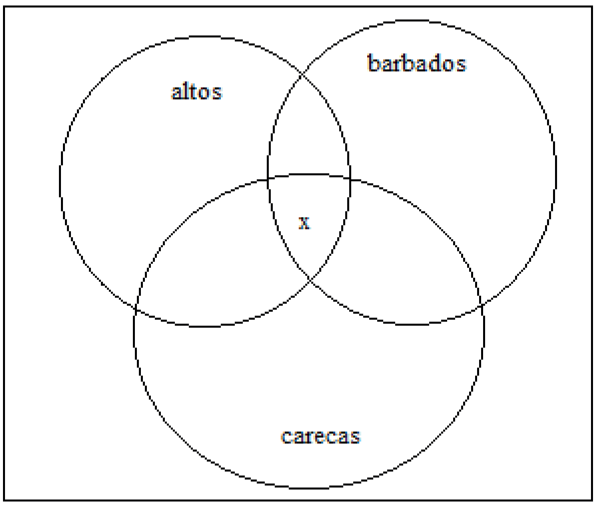
Mas, faremos exercícios dos dois modos para você entender melhor e perceber que, dependendo do exercício é melhor fazer de uma forma ou outra.

EXERCÍCIOS COMENTADOS

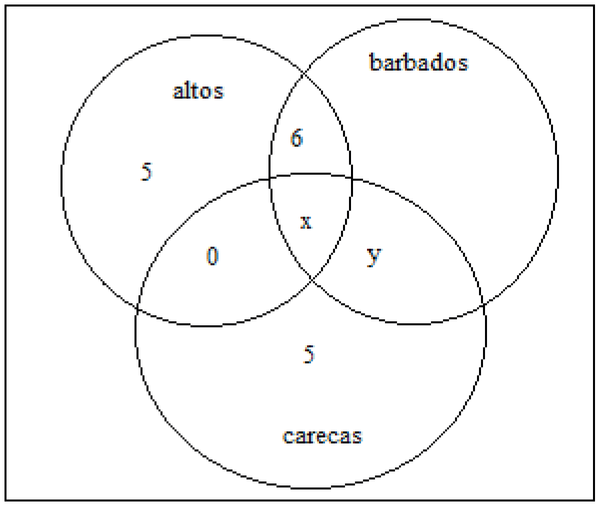
1. (MANAUSPREV – ANALISTA PREVIDENCIÁRIO – FCC – 2015) Em um grupo de 32 homens, 18 são altos, 22 são barbados e 16 são carecas. Homens altos e barbados que não são carecas são seis. Todos homens altos que são carecas, são também barbados. Sabe-se que existem 5 homens que são altos e não são barbados nem carecas. Sabe-se que existem 5 homens que são barbados e não são altos nem carecas. Sabe-se que existem 5 homens que são carecas e não são altos e nem barbados. Dentre todos esses homens, o número de barbados que não são altos, mas são carecas é igual a

a) 4.
b) 7.
c) 13.
d) 5.
e) 8.

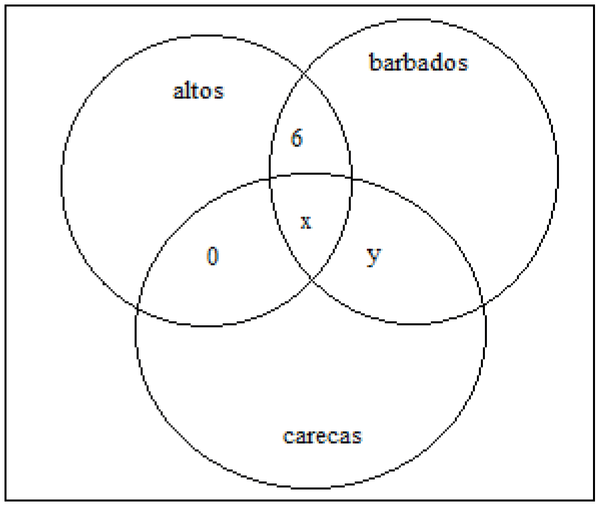
Resposta: Letra A.



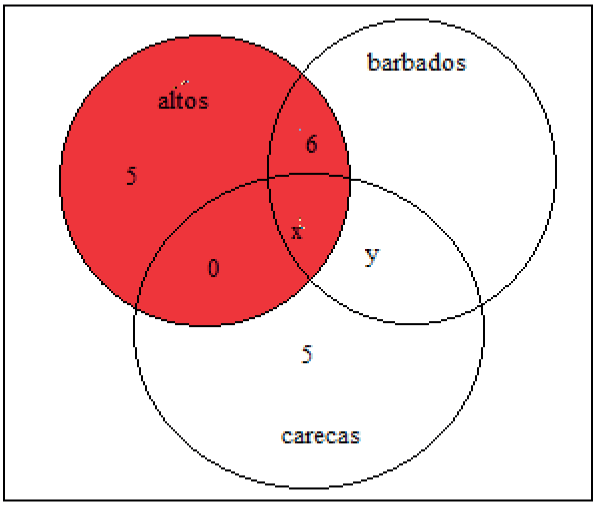
Primeiro, quando temos 3 diagramas, sempre começamos pela interseção dos 3, depois interseção a cada 2 e por fim, cada um



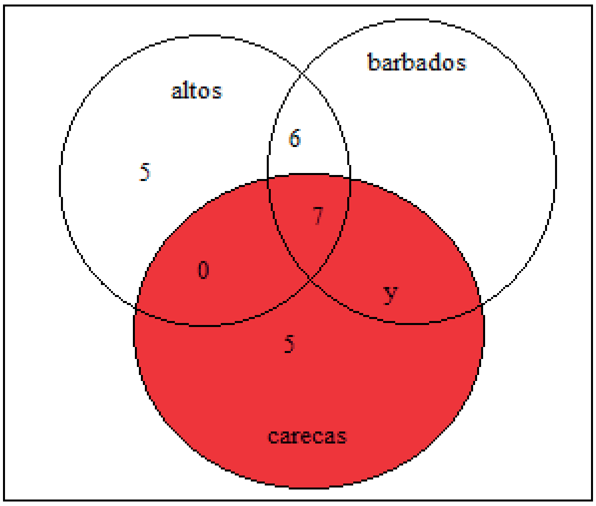
Se todo homem careca é barbado, não teremos apenas homens carecas e altos.
Homens altos e barbados são 6



Sabe-se que existem 5 homens que são barbados e não são altos nem carecas. Sabe-se que existem 5 homens que são carecas e não são altos e nem barbados
Sabemos que 18 são altos



Quando somarmos 5+x+6=18
X=18-11=7
Carecas são 16

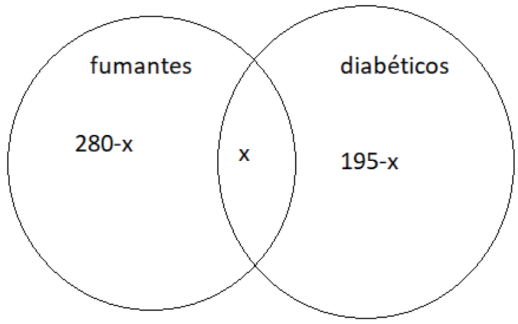


7+y+5=16
Y=16-12
Y=4
Então o número de barbados que não são altos, mas são carecas são 4.

2. (INSS – ANALISTA DO SEGURO SOCIAL – CESPE – 2016) Uma população de 1.000 pessoas acima de 60 anos de idade foi dividida nos seguintes dois grupos:
A: aqueles que já sofreram infarto (totalizando 400 pessoas); e
B: aqueles que nunca sofreram infarto (totalizando 600 pessoas).

Cada uma das 400 pessoas do grupo A é ou diabética ou fumante ou ambos (diabética e fumante).
A população do grupo B é constituída por três conjuntos de indivíduos: fumantes, ex-fumantes e pessoas que nunca fumaram (não fumantes).
Com base nessas informações, julgue o item subsecutivo.
Se, das pessoas do grupo A, 280 são fumantes e 195 são diabéticas, então 120 pessoas desse grupo são diabéticas e não são fumantes.

Resposta: Certo



280-x+x+195-x=400
x=75
Diabéticos: 195-75=120

REFERÊNCIAS

YOUSSEF, Antonio Nicolau (et al.). Matemática: ensino médio, volume único. – São Paulo: Scipione, 2005.
CARVALHO, S. Raciocínio Lógico Simplificado, volume 1, 2010.

HORA DE PRATICAR!

1.(SAAE de Aimorés – MG) Em uma festa de aniversário, cada pessoa ingere em média 5 copos de 250 ml de refrigerante. Suponha que em uma determinada festa, havia 20 pessoas presentes. Quantos refrigerantes de 2 litros o organizador da festa deveria comprar para alimentar as 20 pessoas?

a) 12
b) 13
c) 15
d) 25

2. Analise as afirmativas a seguir e assinale a alternativa **CORRETA**:
I) $3\ x\ 4 : 2 = 6$
II) $3 + 4\ x\ 2 = 14$
III) O resto da divisão de 18 por 5 é 3

a) I somente
b) I e II somente
c) I e III somente
d) I, II e III

3. (Pref. de Timon – MA) O problema de divisão 648 : 2 é equivalente à:

a) $600: 2\ x\ 40: 2\ x\ 8: 2$
b) $6: 2 + 4: 2 + 8: 2$
c) $600: 2 - 40: 2 - 8: 2$
d) $600: 2 + 40: 2 + 8: 2$
e) $6: 2x4: 2x8: 2$

4. (Pref. de São José do Cerrito – SC) Qual o valor da expressão: $34 + 14.4/2 \quad - 4$?

a) 58
b) -31
c) 92
d) -96

5. (IF-ES) Um caminhão tem uma capacidade máxima de 700 kg de carga. Saulo precisa transportar 35 sacos de cimento de 50 kg cada um. Utilizando-se desse caminhão, o número mínimo de viagens que serão necessárias para realizar o transporte de toda a carga é de:

a) 4
b) 5
c) 2
d) 6
e) 3

6. (Pref. Teresina – PI) Roberto trabalha 6 horas por dia de expediente em um escritório. Para conseguir um dia extra de folga, ele fez um acordo com seu chefe de que trabalharia 20 minutos a mais por dia de expediente pelo número de dias necessários para compensar as horas de um dia do seu trabalho. O número de dias de expediente que Roberto teve que trabalhar a mais para conseguir seu dia de folga foi igual a Parte superior do formulário

a) 16
b) 15
c) 18
d) 13
e) 12

7.(ITAIPU BINACIONAL) O valor da expressão:
$1 + 1 + 1 + 1x7 + 1 + 1x0 + 1 - 1$ é

a) 0
b) 11
c) 12
d) 29
e) 32

8. Qual a diferença prevista entre as temperaturas no Piauí e no Rio Grande do Sul, num determinado dia, segundo as informações? Tempo no Brasil: Instável a ensolarado no Sul. Mínima prevista -3º no Rio Grande do Sul. Máxima prevista 37° no Piauí.

a) 34
b) 36
c) 38
d) 40
e) 42

9. Qual é o produto de três números inteiros consecutivos em que o maior deles é –10?

a) -1320
b) -1440
c) +1320
d) +1440
e) nda

10. Três números inteiros são consecutivos e o menor deles é +99. Determine o produto desses três números.

a) 999.000
b) 999.111
c) 999.900
d) 999.999
e) 1.000.000

11. Adicionando –846 a um número inteiro e multiplicando a soma por –3, obtém-se +324. Que número é esse?

a) 726
b) 738
c) 744
d) 752
e) 770

12. Numa adição com duas parcelas, se somarmos 8 à primeira parcela, e subtrairmos 5 da segunda parcela, o que ocorrerá com o total?

a) -2
b) -1
c) +1
d) +2
e) +3

13. (Prefeitura de Chapecó – Engenheiro de Trânsito – IOBV/2016) A alternativa cujo valor não é divisor de 18.414 é:

a) 27
b) 31
c) 37
d) 22

14. Verifique se os números abaixo são divisíveis por 4.

a) 23418
b) 65000
c) 38036
d) 24004
e) 58617

15. (ALGÁS – ASSISTENTE DE PROCESSOS ORGANIZACIONAIS – COPEVE/2014)

Critério de divisibilidade por 11

Esse critério é semelhante ao critério de divisibilidade por 9. Um número é divisível por 11 quando a soma alternada dos seus algarismos é divisível por 11. Por soma alternada queremos dizer que somamos e subtraímos algarismos alternadamente (539 ⇨ 5 - 3 + 9 = 11).
Disponível em:<http://educacao.globo.com> . Acesso em: 07 maio 2014.

Se A e B são algarismos do sistema decimal de numeração e o número 109AB é múltiplo de 11, então

a) B = A
b) A+B=1
c) B-A=1
d) A-B=10
e) A+B=-10

16. (IF-SE – TÉCNICO DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO - FDC-2014) João, nascido entre 1980 e 1994, irá completar, em 2014, x anos de vida. Sabe-se que x é divisível pelo produto dos seus algarismos. Em 2020, João completará a seguinte idade:

a) 32
b) 30
c) 28
d) 26

17. (PREF. ITATINGA-PE – ASSISTENTE ADMINISTRATIVO – IDHTEC/2016) O número $10^2 + 10^1 + 10^0$ é a representação de que número?

a) 100
b) 101
c) 010
d) 111
e) 110

18. (TRF-SP – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2014) O resultado da expressão numérica $5^3 : 5^1 \times 5^4 : 5 \times 5^5 : 5 : 5^6 - 5$ é igual a :

a) 120.

b) $\frac{1}{5}$

c) 55.
d) 25.
e) 620.

19. (FEI-SP) O valor da expressão $B = 5 \,.\, 10^8 \,.\, 4 \,.\, 10^{-3}$ é:

a) 20^6
b) $2 \,.\, 10^6$
c) $2 \,.\, 10^9$
d) $20 \,.\, 10^{-4}$

20. (PREF. GUARULHOS-SP –ASSISTENTE DE GESTÃO ESCOLAR – VUNESP/2016) Para iniciar uma visita monitorada a um museu, 96 alunos do 8º ano e 84 alunos do 9º ano de certa escola foram divididos em grupos, todos com o mesmo número de alunos, sendo esse número o maior possível, de modo que cada grupo tivesse somente alunos de um único ano e que não restasse nenhum aluno fora de um grupo. Nessas condições, é correto afirmar que o número total de grupos formados foi

a) 8
b) 12
c) 13
d) 15
e) 18

21. (PREF. ITATINGA-PE – ASSISTENTE ADMINISTRATIVO – IDHTEC/2016) Um ciclista consegue fazer um percurso em 12 min, enquanto outro faz o mesmo percurso 15 min. Considerando que o percurso é circular e que os ciclistas partem ao mesmo tempo do mesmo local, após quanto tempo eles se encontrarão?

a) 15 min
b) 30 min
c) 1 hora
d) 1,5 horas
e) 2 horas

22. (PREF. SANTA TERIZINHA DO PROGRESSO-SC – PROFESSOR DE MATEMÁTICA – CURSIVA/2018) Acerca dos números primos, analise.
I- O número 11 é um número primo;
II- O número 71 não é um número primo;
III- Os números 20 e 21 são primos entre si.

Dos itens acima:

a) Apenas o item I está correto.
b) Apenas os itens I e II estão corretos.
c) Apenas os itens I e III estão corretos.
d) Todos os itens estão corretos.

23. (SAMAE DE CAXIAS DO SUL –RS – OPERADOR DE ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA E ESGOTO – OBJETIVA/2017) Marcar C para as afirmativas Certas, E para as Erradas e, após, assinalar a alternativa que apresenta a sequência CORRETA:
(---) Pertencem ao conjunto dos números naturais ímpares os números ímpares negativos e os positivos.
(---) O número 72 é divisível por 2, 3, 4, 6, 8 e 9
(---) A decomposição do número 256 em fatores primos é 27
(---) Considerando-se os números 84 e 96, é correto afirmar que o máximo divisor comum é igual a 12.

a) E - E - C - C.
b) E - C - C - E.
c) C - E - E - E.
d) E - C - E - C.
e) C - E - C - C.

24. (PREF. GUARULHOS-SP – AGENTE ESCOLAR – VUNESP/2016) No ano de 2014, três em cada cinco estudantes, na faixa etária dos 18 aos 24 anos, estavam cursando o ensino superior, segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Supondo-se que naquele ano 2,4 milhões de estudantes, naquela faixa etária, não estivesse cursando aquele nível de ensino, o número dos que cursariam o ensino superior, em milhões, seria:

a) 3,0
b) 3,2
c) 3,4
d) 3,6
e) 4,0

2.5 (PREF. TERRA DE AREIA-RS – AGENTE ADMINISTRATIVO – OBJETIVA/2016) Três funcionários (Fernando, Gabriel e Henrique) de determinada empresa deverão dividir o valor de R$ 950,00 entre eles, de forma diretamente proporcional aos dias trabalhos em certo mês. Sabendo-se que Fernando trabalhou 10 dias, Gabriel, 12, e Henrique, 16, analisar os itens abaixo:
I - Fernando deverá receber R$ 260,00.
II - Gabriel deverá receber R$ 300,00.
III - Henrique deverá receber R$ 410,00.
Está(ão) CORRETO(S):

a) II
b) I e II
c) I e III
d) II e III
e) Todos os itens

26. (TRT- 15ª REGIÃO SP– ANALISTA JUDICIÁRIO – FCC/2018) André, Bruno, Carla e Daniela eram sócios em um negócio, sendo a participação de cada um, respectivamente, 10%, 20%, 20% e 50%. Bruno faleceu e, por não ter herdeiros naturais, estipulara, em testamento, que sua parte no negócio deveria ser distribuída entre seus sócios, de modo que as razões entre as participações dos três permanecessem inalteradas. Assim, após a partilha, a nova participação de André no negócio deve ser igual a:

a) 20%.
b) 8%
c) 12,5%
d) 15%
e) 10,5%

27. (PREF. GUARULHOS-SP – AUXILIAR ADMINISTRATIVO – VUNESP/2018) Um terreno retangular tem 35 m de largura e 1750 m^2 de área. A razão entre a largura e o comprimento desse terreno é

a) 0,8.
b) 0,7.
c) 0,6.
d) 0,5.
e) 0,4.

Leia o texto, para responder a Questão a seguir:

Uma loja vende peças de MDF (mistura de fibras de madeira prensada) retangulares para artesãos. A unidade padrão mede 22 cm de comprimento por 15 cm de largura e custa R$ 24,00.

Fonte: http://voltarelliprudente.com.br/ o-que-e-mdf-cru/

O catálogo desta loja disponibiliza peças com outras medidas cortadas a partir da unidade padrão. Observe que ele está com informações incompletas em relação a área e preço das peças.

Peça		Área (cm^2)	Preço (R$)
Unidade Padrão	15 cm; 22 cm	330	24,00
Peça A	15 cm; 11 cm		
Peça B	7,5 cm; 22 cm		
Peça C	7,5 cm; 11 cm		
Peça D	5 cm; 11 cm		

28. (UTPR 2018) O preço de cada peça é definido proporcionalmente à área de cada uma em relação à unidade padrão. Por exemplo, a área da peça B é metade da área da unidade padrão, desse modo o preço da peça B é metade do preço da unidade padrão, ou seja, R$ 12,00. Assim, as peças A, C e D custam respectivamente:

a) R$ 12,00; R$ 12,00; R$ 4,00
b) R$ 12,00; R$ 6,00; R$ 6,00
c) R$ 6,00; R$ 4,00; R$ 4,00
d) R$ 12,00; R$ 4,00; R$ 6,00
e) R$ 12,00; R$ 6,00; R$ 4,00

29. Dividindo-se 660 em partes inversamente proporcionais aos números 1/2, 1/3 e 1/6 obtém-se que números?

a) 30, 10, 5.
b) 30, 20, 10.
c) 40, 30, 20.
d) 20, 10, 5

30. Certo concreto é obtido misturando-se uma parte de cimento, dois de areis e quatro de pedra. Qual será (em m^3) a quantidade de areia a ser empregada, se o volume a ser concretado é 378 m^3?

a) 108m^3
b) 100m^3
c) 80m^3
e) 60m^3

31. A herança de R$ 30.000,00 deve ser repartida entre Antonio, Bento e Carlos. Cada um deve receber em partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 6, respectivamente, e inversamente proporcionais às idades de cada um. Sabendo-se que Antonio tem 12 anos, Bento tem 15 anos e Carlos 24 anos, qual será a parte recebida por Bento?

a) R$ 12.000,00.
b) R$ 14.000,00.
b) R$ 8.000,00.
c) R$ 24.000,00.

32. (SAAE Aimorés- MG – Ajudante – MÁXIMA/2016) Misturam-se 30 litros de álcool com 20 litros de gasolina. A porcentagem de gasolina na mistura é igual a:

a) 40%
b) 20%
c) 30%
d) 10%

33. (PREF. PIRAÚBA-MG – OFICIAL DE SERVIÇO PÚBLICO – MS CONCURSOS/2017) Certo estabelecimento de ensino possui em seu quadro de estudantes alunos de várias idades. A quantidade de alunos matriculados neste estabelecimento é de 1300. Sabendo que deste total 20% são alunos maiores de idade, podemos concluir que a quantidade de alunos menores de idade que estão matriculados é:

a) 160
b) 1040
c) 1100
d) 1300

34. (PREF. JACUNDÁ-PA – AUXILIAR ADMINISTRATIVO – INAZ/2016) Das 300 dúzias de bananas que seu José foi vender na feira, no 1° dia, ele vendeu 50% ao preço de R$ 3,00 cada dúzia; no 2° dia ele vendeu 30% da quantidade que sobrou ao preço de R$ 2,00; e no 3° dia ele vendeu 20% do que restou da venda dos dias anteriores ao preço de R$ 1,00. Quanto seu José apurou com as vendas das bananas nos três dias?

a) R$ 700,00
b) R$ 540,00
c) R$ 111,00
d) R$ 450,00
e) R$ 561,00

35. (COLÉGIO PEDRO II – PROFESSOR – 2016) Com a criação de leis trabalhistas, houve muitos avanços em relação aos direitos dos trabalhadores. Entretanto, ainda há muitas barreiras. Atualmente, a renda das mulheres corresponde, aproximadamente, a três quartos da renda dos homens. Considerando os dados apresentados, qual a diferença aproximada, em termos percentuais, entre a renda do homem e a da mulher?

a) 75%
b) 60%
c) 34%
d) 25%

36. (EBSERH – TÉCNICO EM ENFERMAGEM – IBFC/2017) Paulo gastou 40% de 3/5 de seu salário e ainda lhe restou R$ 570,00. Nessas condições o salário de Paulo é igual a:

a) R$ 2375,00
b) R$ 750,00
c) R$ 1240,00
d) R$ 1050,00
e) R$ 875,00

37. (PREF. TANGUÁ-RJ – TÉCNICO E ENFERMAGEM – MS CONCURSOS/2017) Raoni comprou um fogão com 25% de desconto, pagando por ele R$ 330,00. Qual era o preço do fogão sem o desconto?

a) R$ 355,00
b) R$ 412,50
c) R$ 440,00
d) R$ 460,00

38. (EBSERH – ADVOGADO – IBFC/2016) Ao comprar um produto, José obteve um desconto de 12% (doze por cento) por ter pagado à vista e pagou o valor de R$ 105,60 (cento e cinco reais e sessenta centavos). Nessas condições, o valor do produto, sem desconto, é igual a:

a) R$ 118,27
b) R$ 125,00
c) R$ 120,00
d) R$ 130,00
e) R$ 115,00

39. (PREF. ITAPEMA-SC – AGENTE MUNICIPAL DE TRÂNSITO – MS CONCURSOS/2016) Segundo dados do IBGE, a população de Itapema (SC) em 2010 era de, aproximadamente, 45.800 habitantes. Já atualmente, essa população é de, aproximadamente, 59.000 habitantes. O aumento percentual dessa população no período de 2010 a 2016 foi de:

a) 22,4%
b) 28,8%
c) 71,2%
d) 77,6%

40. (EBSERH – ADVOGADO – IBFC/2016) Joana gastou 60% de 50% de 80% do valor que possuía. Portanto, a porcentagem que representa o que restou para Joana do valor que possuía é:

a) 76%
b) 24%
c) 32%
d) 68%
e) 82%

41. (TRT 11ª REGIÃO – ANALISTA JUDICIÁRIO – FCC/2015) Em 2015 as vendas de uma empresa foram 60% superiores as de 2014. Em 2016 as vendas foram 40% inferiores as de 2015. A expectativa para 2017 é de que as vendas sejam 10% inferiores as de 2014. Se for confirmada essa expectativa, de 2016 para 2017 as vendas da empresa vão.

a) diminuir em 6,25%
b) aumentar em 4%
c) diminuir em 4%
d) diminuir em 4,75%
e) diminuir em 5,5%

42. (SAMAE CAXIAS DO SUL –RS –AJUSTADOR DE HIDRÔMETROS – OBJETIVA/2017) Em certa turma de matemática do Ensino Fundamental, o professor dividiu igualmente os 34 alunos em dois grupos (A e B) para que participassem de certa competição de matemática envolvendo frações. Para cada resposta correta dada pelo grupo, este ganhava 10 pontos e, para cada resposta incorreta, o grupo transferia 5 dos seus pontos para a equipe adversária. Considerando-se que os grupos A e B iniciaram a competição com 20 pontos cada, e as questões foram as seguintes, assinalar a alternativa CORRETA:

- Questão 1: O resultado da operação $\frac{7}{4}.\frac{12}{5}$ é:

  Resposta grupo A: $\frac{48}{35}$

  Resposta grupo B: $\frac{21}{5}$

- Questão 2: O resultado da operação $\frac{16}{21} \div \frac{32}{7}$ é:

  Resposta grupo A: $\frac{2}{3}$

  Resposta grupo B: $\frac{1}{6}$

- Questão 3: O resultado da operação $\frac{3}{4}.\frac{19}{5} \div \frac{25}{8}$ é:

  Resposta grupo A: $\frac{114}{125}$

  Resposta grupo B: $\frac{12}{5}$

a) grupo B ficou com 25 pontos a mais do que o grupo A.
b) grupo A ficou com 10 pontos a mais do que o grupo B.
c) grupo B ganhou ao todo 30 pontos e perdeu 5.
d) grupo A ganhou ao todo 20 pontos e perdeu 10.
e) Os dois grupos terminaram a competição com a mesma pontuação, 30 pontos cada.

43. (UFGO) Uma fração equivalente a 3/4 cujo denominador é um múltiplo dos números 3 e 4 é:

a) 6/8
b) 9/12
c) 15/24
d) 12/16

44. (COLÉGIO PEDRO II – PROFESSOR – 2018) O número decimal que representa a quantidade de crianças e jovens envolvidos em atividades não agrícolas no Brasil, segundo o PNAD 2015, é:

a) 68/10
b) 0,68
c) 6,8
d) 68/100

45. Em seu testamento, uma mulher decide dividir seu patrimônio entre seus quatro filhos. Tal divisão foi feita da seguinte forma:

• João receberá 1/5;
• Camila receberá 15%;
• Ana receberá R$ 16.000,00;
• Carlos receberá 25%.

A fração que representa a parte do patrimônio recebida por Ana é:

a) 2/4.
b) 3/5.
c) 2/5.
d) 1/4.
e) 3/4.

46. Bela é uma leitora voraz. Ela comprou uma cópia do *best seller* «A Beleza da Matemática». No primeiro dia, Bela leu 1/5 das páginas mais 12 páginas, e no segundo dia, ela leu 1/4 das páginas restantes mais 15 páginas. No terceiro dia, ela leu 1/3 das páginas restantes mais 18 páginas. Então, Bela percebeu que restavam apenas 62 páginas para ler, o que ela fez no dia seguinte. Então, o livro lido por Bela possuía o seguinte número de páginas:

a) 120.
b) 180.
c) 240.
d) 300.

47. (EMAP – CARGOS DE NÍVEL MËDIO – CESPE/2018) Os operadores dos guindastes do Porto de Itaqui são todos igualmente eficientes. Em um único dia, seis desses operadores, cada um deles trabalhando durante 8 horas, carregam 12 navios.

Com referência a esses operadores, julgue o item seguinte.

Para carregar 18 navios em um único dia, seis desses operadores deverão trabalhar durante mais de 13 horas.

( ) CERTO ( ) ERRADO

48. (PREF. SUZANO-SP – GUARDA CIVIL MUNICIPAL – VUNESP/2018) Para imprimir um lote de panfletos, uma gráfica utiliza apenas uma máquina, trabalhando 5 horas por dia durante 3 dias. O número de horas diárias que essa máquina teria que trabalhar para imprimir esse mesmo lote em 2 dias seria

a) 8,0.
b) 7,5.
c) 7,0.
d) 6,5.
e) 6,0.

49. (VUNESP – CÂMARA MUNICIPAL DE SÃO CARLOS – AGENTE DE COPA – 2013) Com uma lata de leite condensado, é possível se fazer 30 brigadeiros. Sabendo que o preço de cada lata é de 4 reais, e para uma comemoração serão necessários 450 brigadeiros, o total gasto, em reais, para fazer esses brigadeiros, será de

a) 45
b) 53
c) 60
d) 70.

50. (VUNESP – CÂMARA MUNICIPAL DE SÃO CARLOS – RECEPCIONISTA – 2013) Num posto de gasolina, foi pedido ao frentista que enchesse o tanque de combustível. Foram colocados 20,6 litros de gasolina, pelos quais custou R$ 44,29. Se fossem colocados 38 litros de gasolina, o valor a ser pago seria de

a) R$ 37,41.
b) R$ 79,80.
c) R$ 81,70.
d) R$ 85,30.
e) R$ 88,50.

51. (VUNESP - CÂMARA MUNICIPAL DE SÃO CARLOS – RECEPCIONISTA – 2013) Lendo 30 páginas por dia de um livro, gastarei 6 dias para ler esse livro. Se eu ler 20 páginas por dia desse mesmo livro, gastarei

a) 9 dias.
b) 8 dias.
c) 6 dias.
d) 5 dias.
e) 4 dias.

52. (VUNESP – PROCON – AUXILIAR DE MANUTENÇÃO – 2013) Um supermercado fez a seguinte oferta "3/4 de quilograma de carne moída por apenas R$ 4,50 ''. Uma pessoa aproveitou a oferta e comprou 3 quilogramas de carne moída. Essa pessoa pagou pelos 3 quilogramas de carne

R$ 18,00.
R$ 18,50.
R$ 19,00.
R$ 19,50.
R$ 20,00.

53. (VUNESP – TJM – SP – AGENTE DE SEGURANÇA JUDICIÁRIA – 2013) Se certa máquina trabalhar seis horas por dia, de forma constante e sem parar, ela produzira n peças em seis dias. Para produzir quantidade igual das mesmas peças em quatro dias, essa máquina deverá trabalhar diariamente, nas mesmas condições, um número de horas igual a

a) 12.
b) 10.
c) 9.
d) 8.

54. (VUNESP – AUXILIAR AGROPECUÁRIO – 2014) O refeitório de uma fábrica prepara suco para servir no almoço. Com 5 litros de suco é possível encher completamente 20 copos de 250 ml. Em um certo dia, foram servidas 90 refeições e acompanhando cada uma delas, 1 copo com 250 ml de suco. O número, mínimo, de litros de suco necessário para o almoço, desse dia, foi

a) 21,5.
b) 22.
c) 22,5.
d) 23.
e) 23,5.

55. (PREF. TERESINA-PI – PROFESSOR – NUCEPE/2016) Sabendo que o comprimento do muro Parque Zoobotânico é de aproximadamente 1,7 km e sua altura é de 1,7 m, um artista plástico pintou uma área correspondente a 34 m^2 do muro em 8 horas trabalhadas em um único dia. Trabalhando no mesmo ritmo e nas mesmas condições, para pintar este muro, o pintor levará

a) 83 dias.
b) 84 dias.
c) 85 dias.
d) 86 dias.
e) 87 dias.

56. (SES-PR – TÉCNICO DE ENFERMAGEM – UFPR/2009) Uma indústria metalúrgica consegue produzir 24.000 peças de determinado tipo em 4 dias, trabalhando com seis máquinas idênticas, que funcionam 8 horas por dia em ritmo idêntico de produção. Quantos dias serão necessários para que essa indústria consiga produzir 18.000 peças, trabalhando apenas com 4 dessas máquinas, no mesmo ritmo de produção, todas elas funcionando 12 horas por dia?

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.
e) 8.

57. (CISMARPA – AUXILIAR ADMINISTRATIVO – IPEFAE/2015) Em um restaurante, 4 cozinheiros fazem 120 pratos em 5 dias. Para atender uma demanda maior de pessoas, o gerente desse estabelecimento contratou mais 2 cozinheiros. Quantos pratos serão feitos em 8 dias de funcionamento do restaurante?

a) 288
b) 294
c) 296
d) 302

58. (CRO-SP – ASSISTENTE ADMINISTRATIVO – VUNESP/2015) Cinco máquinas, todas de igual eficiência, funcionando 8 horas por dia, produzem 600 peças por dia. O número de peças que serão produzidas por 12 dessas máquinas, funcionando 10 horas por dia, durante 5 dias, será igual a

a) 1800.
b) 3600.
c) 5400.
d) 7200.
e) 9000.

59. (PREF. PORTO ALEGRE-RS – FMP CONCURSOS/2012) A construção de uma casa é realizada em 10 dias por 30 operários trabalhando 8 horas por dia. O número de operários necessários para construir uma casa em 8 dias trabalhando 6 horas por dia é

a) 18.
b) 24.
c) 32.
d) 38.
e) 50.

60.(VUNESP – PMESP – CURSO DE FORMAÇÃO DE OFICIAIS – 2014) A tabela, com dados relativos à cidade de São Paulo, compara o número de veículos de frota, o número de radares e o valor total, em reais, arrecadado com multas de trânsito, relativos aos anos de 2004 e 2013:

Ano	Frota	Radares	Arrecadação
2004	5,8 milhões	260	328 milhões
2013	7,5 milhões	601	850 milhões

Se o número de radares e o valor da arrecadação tivessem crescido de forma diretamente proporcional ao crescimento da frota de veículos no período considerado, então em 2013 a quantidade de radares e o valor aproximado da arrecadação, em milhões de reais (desconsiderando-se correções monetárias), seriam, respectivamente,

a) 336 e 424.
b) 336 e 426.
c) 334 e 428.
d) 334 e 430.
e) 330 e 432.

61.(VUNESP – UNIFESP – ASSISTENTE EM ADMINISTRAÇÃO – 2014) Para produzir uma certa encomenda, uma empresa com 7 funcionários trabalhando 6 horas por dia durante 15 dias, mas para agilizar as entregas de final de ano, foram contratados mais 3 funcionários. Considerando-se todos os funcionários com a mesma capacidade de trabalho, pode-se concluir que o número de dias necessários para produzir a mesma encomenda, trabalhando por 9 horas por dia, será

a) 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 11.

62. (IESES – AUXILIAR ADMINISTRATIVO – 2017) Se 16 costureiras conseguem fazer 960 camisas em 12 dias de trabalho, determine em quantos dias 12 costureiras poderão fazer 600 camisas do mesmo tipo que as primeiras?

a) 10 dias
b) 9 dias
c) 14 dias
d) 8 dias

63. (FCC – ASSISTENTE SOCIAL – 2016) O planejamento de uma excursão mostra que há mantimento suficiente para que 21 excursionistas façam 3 refeições diárias durante 48 dias. Após um último encontro de planejamento, decidiram que o regime de alimentação dos excursionistas seria de apenas 2 refeições diárias. Com essa alteração no número de refeições diárias foram admitidos mais 7 excursionistas para a viagem. Dessa maneira, a duração máxima da excursão, sem faltar mantimento, poderá ser

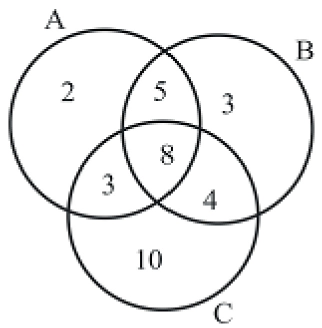
a) Aumentada em 12 dias
b) Reduzida em 8 dias
c) Reduzida em 9 dias
d) Aumentada em 6 dias
e0 A mesma.

64. (FUNDATEC – ESCRITURÁRIO – 2015) Quinze máquinas trabalhando oito horas por dia durante vinte dias produzem uma determinada quantidade de peças. Se dez máquinas trabalhassem dez horas por dia, em quantos dias a mesma quantidade de peças seria produzida?

a) 19 dias
b) 22 dias
c) 24 dias
d) 26 dias
e) 28 dias

(EBSERH – ÁREAS MÉDICAS – CESPE – 2018) Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto $A \cup B \cup C$, em que
A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};
B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};
C = {casais com pelo menos 4 filhos}.

Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que n(A) = 18; n(B) = 20; n(C) = 25; $n(A \cap B) = 13$; $n(A \cap C) = 11$; $n(B \cap C) = 12$ e $n(A \cap B \cap C) = 8$. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



65. Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue o item a seguir.
Pelo menos 30 casais dessa comunidade têm 2 ou mais filhos.

( ) CERTO ( ) ERRADO

66. Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue o item a seguir.
Se um casal dessa comunidade for escolhido ao acaso, então a probabilidade de ele ter menos de 4 filhos será superior a 0,3.

( ) CERTO ( ) ERRADO

67. Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue o item a seguir.
A referida comunidade é formada por menos de 180 pessoas.

( ) CERTO ( ) ERRADO

68. (EBSERH – TÉCNICO EM RADIOLOGIA – CESPE – 2018) Considere as seguintes proposições: P: O paciente receberá alta; Q: O paciente receberá medicação; R: O paciente receberá visitas.
Tendo como referência essas proposições, julgue o item a seguir, considerando que a notação ~S significa a negação da proposição S.
Se, em uma unidade hospitalar, houver os seguintes conjuntos de pacientes: A = {pacientes que receberão alta}; B = {pacientes que receberão medicação} e C = {pacientes que receberão visitas}; se, para os pacientes dessa unidade hospitalar, a proposição $\sim P \rightarrow [Q \vee R]$ for verdadeira; e se Ac foro conjunto complementar de A, então $Ac \subset B \cup C$.

( ) CERTO ( ) ERRADO

69. (TRF 1ª REGIÃO – ANALISTA JUDICIÁRIO – CESPE – 2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada."
Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.
Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

( ) CERTO ( ) ERRADO

70. (INSS – TÉCNICO DO SEGURO SOCIAL – CESPE – 2016) Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que A, B $\subset$ C, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

( ) CERTO ( ) ERRADO

GABARITO

1	B
2	C
3	D
4	A
5	E
6	C
7	B
8	D
9	A
10	C
11	B
12	E
13	C
14	B
15	C
16	B
17	D
18	A
19	B
20	D
21	C
22	C
23	D
24	D
25	A
26	C
27	B
28	E
29	A
30	B
31	A
32	A
33	B
34	E
35	D
36	B
37	C
38	C
39	B
40	A

41	A
42	C
43	B
44	C
45	B
46	C
47	ERRADO
48	B
49	C
50	C
51	A
52	A
53	C
54	C
55	C
56	A
57	A
58	E
59	E
60	A
61	A
62	A
63	D
64	C
65	CERTO
66	ERRADO
67	ERRADO
68	ERRADO
69	ERRADO
70	ERRADO

ANOTAÇÕES