

ERRATA - MATEMÁTICA

Regra de três simples e composta01

REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Os problemas que envolvem duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos através de um processo prático, chamado **regra de três simples**.

Exemplo 1: Um carro faz 180 km com 15L de álcool. Quantos litros de álcool esse carro gastaria para percorrer 210 km?

Solução:

O problema envolve duas grandezas: distância e litros de álcool.

Indiquemos por x o número de litros de álcool a ser consumido.

Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha:

| | |
|----------------|------------------|
| Distância (km) | Litros de álcool |
| 180 | 15 |
| 210 | x |

Na coluna em que aparece a variável x ("litros de álcool"), vamos colocar uma flecha:

| | |
|----------------|------------------|
| Distância (km) | Litros de álcool |
| 180 | 15 ↓ |
| 210 | x ↓ |

Observe que, se duplicarmos a distância, o consumo de álcool também duplica. Então, as grandezas **distância** e **litros de álcool** são **diretamente proporcionais**. No esquema que estamos montando, indicamos esse fato colocando uma flecha na coluna "distância" no **mesmo sentido** da flecha da coluna "litros de álcool":

| | |
|----------------|------------------|
| Distância (km) | Litros de álcool |
| 180 ↓ | 15 ↓ |
| 210 ↓ | x ↓ |

↑
mesmo sentido
↑

Armando a proporção pela orientação das flechas, temos:

$$\frac{180^6}{210^7} = \frac{15}{x} \Rightarrow 6x = 7 \cdot 15 \Rightarrow 6x = 105 \Rightarrow x = \frac{105}{6} \Rightarrow x = 17,5$$

Resposta: O carro gastaria 17,5 L de álcool.

Exemplo 2: Viajando de automóvel, à velocidade de 60 km/h, eu gastaria 4 h para fazer certo percurso. Aumentando a velocidade para 80 km/h, em quanto tempo farei esse percurso?

Solução: Indicando por x o número de horas e colocando

as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha, temos:

| | |
|-------------------|-----------|
| Velocidade (km/h) | Tempo (h) |
| 60 | 4 |
| 80 | x |

Na coluna em que aparece a variável x ("tempo"), vamos colocar uma flecha:

| | |
|-------------------|-----------|
| Velocidade (km/h) | Tempo (h) |
| 60 | 4 ↓ |
| 80 | x ↓ |

Observe que, se duplicarmos a velocidade, o tempo fica reduzido à metade. Isso significa que as grandezas **velocidade** e **tempo** são **inversamente proporcionais**. No nosso esquema, esse fato é indicado colocando-se na coluna "velocidade" uma flecha em **sentido contrário** ao da flecha da coluna "tempo":

| | |
|-------------------|-----------|
| Velocidade (km/h) | Tempo (h) |
| 60 ↑ | 4 ↓ |
| 80 ↑ | x ↓ |

↑
sentidos contrários
↑

Na montagem da proporção devemos seguir o sentido das flechas. Assim, temos:

$$\frac{4}{x} = \frac{80^4}{60^3} \Rightarrow 4x = 4 \cdot 3 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{4} \Rightarrow x = 3$$

Resposta: Farei esse percurso em 3 h.

Exemplo 3: Ao participar de um treino de Fórmula 1, um competidor, imprimindo velocidade média de 200 km/h, faz o percurso em 18 segundos. Se sua velocidade fosse de 240 km/h, qual o tempo que ele teria gasto no percurso?

Vamos representar pela letra x o tempo procurado.

Estamos relacionando dois valores da grandeza velocidade (200 km/h e 240 km/h) com dois valores da grandeza tempo (18 s e x s).

Queremos determinar um desses valores, conhecidos os outros três.

| Velocidade | Tempo gasto para fazer o percurso |
|------------|-----------------------------------|
| 200 km/h | 18 s |
| 240 km/h | x |

Se duplicarmos a velocidade inicial do carro, o tempo gasto para fazer o percurso cairá para a metade; logo, as grandezas são inversamente proporcionais. Assim, os números 200 e 240 são inversamente proporcionais aos números 18 e x.

Daí temos:

ERRATA - MATEMÁTICA

$$\begin{aligned}
 200 \cdot 18 &= 240 \cdot x \\
 3\ 600 &= 240x \\
 240x &= 3\ 600 \\
 x &= \frac{3\ 600}{240} \\
 x &= 15
 \end{aligned}$$

Conclui-se, então, que se o competidor tivesse andando em 200 km/h, teria gasto 18 segundos para realizar o percurso.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

O processo usado para resolver problemas que envolvem mais de duas grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais, é chamado **regra de três composta**.

Exemplo 1: Em 4 dias 8 máquinas produziram 160 peças. Em quanto tempo 6 máquinas iguais às primeiras produziram 300 dessas peças?

Solução: Indiquemos o número de dias por x . Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma só coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha. Na coluna em que aparece a variável x ("dias"), coloquemos uma flecha:

| Máquinas | Peças | Dias |
|----------|-------|------|
| 8 | 160 | 4 ↓ |
| 6 | 300 | x ↓ |

Comparemos cada grandeza com aquela em que está o x .

As grandezas **peças** e **dias** são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "peças" uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna "dias":

| Máquinas | Peças | Dias |
|----------|-------|------|
| 8 | 160 ↓ | 4 ↓ |
| 6 | 300 ↓ | x ↓ |

↑ ← ↑
Mesmo sentido

As grandezas **máquinas** e **dias** são inversamente proporcionais (duplicando o número de máquinas, o número de dias fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna (máquinas) uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna "dias":

| Máquinas | Peças | Dias |
|----------|-------|------|
| 8 ↑ | 160 ↓ | 4 ↓ |
| 6 ↑ | 300 ↓ | x ↓ |

← ↑
Sentidos contrários

Agora vamos montar a proporção, igualando a razão que contém o x , que é $\frac{6}{x}$, com o produto das outras razões, obtidas segundo a orientação das flechas $\left(\frac{6 \cdot 160}{8 \cdot 300}\right)$:

$$\frac{4}{x} = \frac{6^2 \cdot 160^{8^1}}{8^4 \cdot 300^{15^5}}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{2}{5} \Rightarrow 2x = 4 \cdot 5 \quad \text{a} \quad x = \frac{4^2 \cdot 5}{2^4} \Rightarrow x = 10$$

Resposta: Em 10 dias.

Exemplo 2: Uma empreiteira contratou 210 pessoas para pavimentar uma estrada de 300 km em 1 ano. Após 4 meses de serviço, apenas 75 km estavam pavimentados. Quantos empregados ainda devem ser contratados para que a obra seja concluída no tempo previsto?

Solução: Em $\frac{1}{3}$ de ano foi pavimentada $\frac{1}{4}$ de estrada.

Comparemos cada grandeza com aquela em que está o x .

| Pessoas | Estrada | Tempo |
|---------|---------|-------|
| 210 ↓ | 75 ↓ | 4 ↑ |
| x ↓ | 225 ↓ | 8 ↑ |

↑ ← ↑
Sentido contrário

As grandezas "**pessoas**" e "**tempo**" são inversamente proporcionais (duplicando o número de pessoas, o tempo fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "tempo" uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna "pessoas":

| Pessoas | Estrada | Tempo |
|---------|---------|-------|
| 210 ↓ | 75 ↓ | 4 ↓ |
| x ↓ | 225 ↓ | 8 ↓ |

↑ ← ↑
Mesmo sentido

As grandezas "**pessoas**" e "**estrada**" são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "estrada" uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna "pessoas":

$$\begin{aligned}
 \frac{210}{x} &= \frac{75^1 \cdot 8^2}{225^3 \cdot 4^1} \\
 \frac{210}{x} &= \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$210 \cdot 3 = 2 \cdot x \Rightarrow 2x = 630 \Rightarrow x = 315$$

Como já haviam 210 pessoas trabalhando, logo $315 - 210 = 105$ pessoas.

Resposta: Devem ser contratados 105 pessoas.

Questões

1 - (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP/2013) Um atleta está treinando para fazer 1 500 metros em 5 minutos. Como ele pretende manter um ritmo sempre constante, deve fazer cada 100 metros em

- A) 15 segundos.
- B) 20 segundos.
- C) 22 segundos.
- D) 25 segundos.
- E) 30 segundos.

2 - (SAP/SP – AGENTE DE SEGURANÇA PENITENCIÁRIA DE CLASSE I – VUNESP/2013) Uma máquina demora 1 hora para fabricar 4 500 peças. Essa mesma máquina, mantendo o mesmo funcionamento, para fabricar 3 375 dessas mesmas peças, irá levar

- A) 55 min.
- B) 15 min.
- C) 35 min.
- D) 1h 15min.
- E) 45 min.

3 - (PREF. IMARUÍ – AGENTE EDUCADOR – PREF. IMARUÍ/2014) Manoel vendeu seu carro por R\$27.000,00 (vinte e sete mil reais) e teve um prejuízo de 10% (dez por cento) sobre o valor de custo do tal veículo, por quanto Manoel adquiriu o carro em questão?

- A) R\$24.300,00
- B) R\$29.700,00
- C) R\$30.000,00
- D) R\$33.000,00
- E) R\$36.000,00

4 - (DNOCS -2010) Das 96 pessoas que participaram de uma festa de Confraternização dos funcionários do Departamento Nacional de Obras Contra as Secas, sabe-se que 75% eram do sexo masculino. Se, num dado momento antes do término da festa, foi constatado que a porcentagem dos homens havia se reduzido a 60% do total das pessoas presentes, enquanto que o número de mulheres permaneceu inalterado, até o final da festa, então a quantidade de homens que haviam se retirado era?

- A) 36.
- B) 38.
- C) 40.
- D) 42.
- E) 44.

5 - (SABESP – APRENDIZ – FCC/2012) Em uma maquete, uma janela de formato retangular mede 2,0 cm de largura por 3,5 cm de comprimento. No edifício, a largura real dessa janela será de 1,2 m. O comprimento real correspondente será de:

- A) 1,8 m
- B) 1,35 m
- C) 1,5 m
- D) 2,1 m
- E) 2,45 m

6 - (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC/2014) O trabalho de varrição de 6.000 m² de calçada é feita em um dia de trabalho por 18 varredores trabalhando 5 horas por dia. Mantendo-se as mesmas proporções, 15 varredores varrerão 7.500 m² de calçadas, em um dia, trabalhando por dia, o tempo de

- A) 8 horas e 15 minutos.
- B) 9 horas.
- C) 7 horas e 45 minutos.
- D) 7 horas e 30 minutos.
- E) 5 horas e 30 minutos.

7 - (PREF. CORBÉLIA/PR – CONTADOR – FAUEL/2014) Uma equipe constituída por 20 operários, trabalhando 8 horas por dia durante 60 dias, realiza o calçamento de uma área igual a 4800 m². Se essa equipe fosse constituída por 15 operários, trabalhando 10 horas por dia, durante 80 dias, faria o calçamento de uma área igual a:

- A) 4500 m²
- B) 5000 m²
- C) 5200 m²
- D) 6000 m²
- E) 6200 m²

8 - (PC/SP – OFICIAL ADMINISTRATIVO – VUNESP/2014) Dez funcionários de uma repartição trabalham 8 horas por dia, durante 27 dias, para atender certo número de pessoas. Se um funcionário doente foi afastado por tempo indeterminado e outro se aposentou, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender o mesmo número de pessoas, trabalhando uma hora a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho, será:

- A) 29.
- B) 30.
- C) 33.
- D) 28.
- E) 31.

9 - (TRF 3ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2014) Sabe-se que uma máquina copidora imprime 80 cópias em 1 minuto e 15 segundos. O tempo necessário para que 7 máquinas copadoras, de mesma capacidade que a primeira citada, possam imprimir 3360 cópias é de

- A) 15 minutos.
- B) 3 minutos e 45 segundos.
- C) 7 minutos e 30 segundos.
- D) 4 minutos e 50 segundos.
- E) 7 minutos.

10 - (PREF. JUNDIAI/SP – ELETRICISTA – MAKIYAMA/2013) Os 5 funcionários de uma padaria produzem, utilizando três fornos, um total de 2500 pães ao longo das 10 horas de sua jornada de trabalho. No entanto, o dono de tal padaria pretende contratar mais um funcionário, comprar mais um forno e reduzir a jornada de trabalho de seus funcionários para 8 horas diárias. Considerando que todos os fornos e funcionários produzem em igual quantidade e ritmo, qual será, após as mudanças, o número de pães produzidos por dia?

ERRATA - MATEMÁTICA

- A) 2300 pães.
 B) 3000 pães.
 C) 2600 pães.
 D) 3200 pães.
 E) 3600 pães.

Respostas

1- RESPOSTA: "B"

Como as alternativas estão em segundo, devemos trabalhar com o tempo em segundo.

1 minuto = 60 segundos ; logo 5 minutos = $60 \cdot 5 = 300$ segundos

| Metro | Segundos |
|------------|----------|
| 1500 ----- | 300 |
| 100 ----- | x |

Como estamos trabalhando com duas grandezas diretamente proporcionais temos:

$$\frac{1500^{15}}{100^1} = \frac{300}{x}$$

$$15 \cdot x = 300 \cdot 1 \rightarrow 15x = 300 \rightarrow x = 20 \text{ segundos}$$

2- RESPOSTA: "E".

| Peças | Tempo |
|------------|-------|
| 4500 ----- | 1 h |
| 3375 ----- | x |

Como estamos trabalhando com duas grandezas diretamente proporcionais temos:

$$\frac{4500}{3375} = \frac{1}{x}$$

$$4500 \cdot x = 3375 \cdot 1 \rightarrow x = 0,75 \text{ h}$$

Como a resposta esta em minutos devemos achar o correspondente em minutos

| Hora | Minutos |
|------------|---------|
| 1 ----- | 60 |
| 0,75 ----- | x |

$$1 \cdot x = 0,75 \cdot 60 \rightarrow x = 45 \text{ minutos.}$$

3. RESPOSTA : "C"

Como ele teve um prejuízo de 10%, quer dizer 27000 é 90% do valor total.

| Valor | % |
|-------------|-----|
| 27000 ----- | 90 |
| X ----- | 100 |

$$\frac{27000}{x} = \frac{90}{100} \rightarrow \frac{27000}{x} = \frac{9}{10} = 27000 \cdot 10 \rightarrow 9x = 270000$$

$$\rightarrow x = 30000.$$

4. RESPOSTA : "A"

| | |
|-------------------|-------|
| 75% Homens = 72 | |
| 25% Mulheres = 24 | Antes |

| | |
|-------------------|--------|
| 40% Mulheres = 24 | |
| 60% Homens = x | Depois |

| | |
|-----------|----|
| 40% ----- | 24 |
| 60% ----- | x |

$$40x = 60 \cdot 24 \rightarrow x = \frac{1440}{40} \rightarrow x = 36.$$

Portanto: $72 - 36 = 36$ Homens se retiraram.

5. RESPOTA: "D"

Transformando de cm para metro temos : 1 metro = 100cm

$\rightarrow 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$ e $3,5 \text{ cm} = 0,035 \text{ m}$

| Largura | comprimento |
|-------------|-------------|
| 0,02m ----- | 0,035m |
| 1,2m ----- | x |

$$x = 1,2 \cdot \frac{0,035}{0,02} = 2,1m$$

6. - RESPOSTA: "D".

Comparando- se cada grandeza com aquela onde esta o x.

| M ² ↑ | varredores↓ | horas↑ |
|------------------|-------------|--------|
| 6000----- | 18----- | 5 |
| 7500----- | 15----- | x |

Quanto mais a área, mais horas(diretamente proporcionais)

Quanto menos trabalhadores, mais horas(inversamente proporcionais)

$$\frac{5}{x} = \frac{6000}{7500} \cdot \frac{15}{18}$$

$$6000 \cdot 15 \cdot x = 5 \cdot 7500 \cdot 18$$

$$90000x = 675000$$

$$x = 7,5 \text{ horas}$$

Como 0,5 h equivale a 30 minutos , logo o tempo será de 7 horas e 30 minutos.

7 - RESPOSTA: "D".

| Operários↑ | horas↑ | dias↑ | área↑ |
|------------|---------|---------|-------|
| 20----- | 8----- | 60----- | 4800 |
| 15----- | 10----- | 80----- | x |

Todas as grandezas são diretamente proporcionais, logo:

ERRATA - MATEMÁTICA

$$\frac{4800}{x} = \frac{20}{15} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{60}{80}$$

$$20 \cdot 8 \cdot 60 \cdot x = 4800 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 80$$

$$9600x = 57600000$$

$$x = 6000m^2$$

8- RESPOSTA: "B"

Temos 10 funcionários inicialmente, com os afastamentos esse número passou para 8. Se eles trabalham 8 horas por dia, passarão a trabalhar uma hora a mais perfazendo um total de 9 horas, nestas condições temos:

| Funcionários↑ | horas↑ | dias↓ |
|---------------|--------|-------|
| 10----- | 8----- | 27 |
| 8----- | 9----- | x |

Quanto menos funcionários, mais dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

Quanto mais horas por dia, menos dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

| Funcionários↓ | horas↓ | dias↓ |
|---------------|--------|-------|
| 8----- | 9----- | 27 |
| 10----- | 8----- | x |

$$\frac{27}{x} = \frac{8}{10} \cdot \frac{9}{8} \rightarrow x \cdot 8 \cdot 9 = 27 \cdot 10 \cdot 8 \rightarrow 72x = 2160 \rightarrow x = 30$$

dias.

9 - RESPOSTA: "C".

Transformando o tempo para segundos: 1 min e 15 segundos = 75 segundos

Quanto mais máquinas menor o tempo (flecha contrária) e quanto mais cópias, mais tempo (flecha mesma posição)

| Máquina↑ | cópias↓ | tempo↓ |
|----------|-----------|-------------|
| 1----- | 80----- | 75 segundos |
| 7----- | 3360----- | x |

Devemos deixar as 3 grandezas da mesma forma, invertendo os valores de "máquina".

| Máquina↓ | cópias↓ | tempo↓ |
|----------|-----------|-------------|
| 7----- | 80----- | 75 segundos |
| 1----- | 3360----- | x |

$$\frac{75}{x} = \frac{7}{1} \cdot \frac{80}{3360} \rightarrow x \cdot 7 \cdot 80 = 75 \cdot 1 \cdot 3360 \rightarrow 560x = 252000$$

$$\rightarrow x = 450 \text{ segundos}$$

Transformando

1minuto-----60segundos

x-----450

x=7,5 minutos=7 minutos e 30segundos.

10 - RESPOSTA: "D".

| Funcionários↑ | Fornos ↑ | pães ↑ | horas↑ |
|---------------|----------|-----------|--------|
| 5----- | 3----- | 2500----- | 10 |

6-----4-----x-----8

As flechas indicam se as grandezas são inversamente ou diretamente proporcionais.

Quanto mais funcionários mais pães são feitos(diretamente)

$$\frac{2500}{x} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{8}$$

$$5 \cdot 3 \cdot 10x = 2500 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8$$

$$150x = 480000$$

$$x = 3200 \text{ pães.}$$

