MATEMÁTICA

1. NÚMEROS, OPERAÇÕES E PROBLEMAS ENVOLVENDO AS QUATRO OPERAÇÕES

NÚMEROS NATURAIS

O conjunto dos números naturais é representado pela letra maiúscula *N* e estes números são construídos com os algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que também são conhecidos como algarismos indo-arábicos. No século VII, os árabes invadiram a Índia, difundindo o seu sistema numérico. Embora o zero não seja um número natural no sentido que tenha sido proveniente de objetos de contagens naturais, iremos considerá-lo como um número natural uma vez que ele tem as mesmas propriedades algébricas que os números naturais. Na verdade, o zero foi criado pelos hindus na montagem do sistema posicional de numeração para suprir a deficiência de algo nulo.

Na sequência consideraremos que os naturais têm início com o número zero e escreveremos este conjunto como: N = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}

Representaremos o conjunto dos números naturais com a letra N. As reticências (três pontos) indicam que este conjunto não tem fim. N é um conjunto com infinitos números.

Excluindo o zero do conjunto dos números naturais, o conjunto será representado por: N* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...}

A construção dos Números Naturais

- Todo número natural dado tem um sucessor (número que vem depois do número dado), considerando também o zero.

Exemplos: Seja m um número natural.
a) O sucessor de m é m+1.
b) O sucessor de 0 é 1.
c) O sucessor de 1 é 2.
d) O sucessor de 19 é 20.

- Se um número natural é sucessor de outro, então os dois números juntos são chamados números consecutivos.

Exemplos:
a) 1 e 2 são números consecutivos.
b) 5 e 6 são números consecutivos.
c) 50 e 51 são números consecutivos.

- Vários números formam uma coleção de números naturais consecutivos se o segundo é sucessor do primeiro, o terceiro é sucessor do segundo, o quarto é sucessor do terceiro e assim sucessivamente.

Exemplos:
a) 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são consecutivos.
b) 5, 6 e 7 são consecutivos.
c) 50, 51, 52 e 53 são consecutivos.

- Todo número natural dado N, exceto o zero, tem um antecessor (número que vem antes do número dado).

Exemplos: Se m é um número natural finito diferente de zero.
a) O antecessor do número m é m-1.
b) O antecessor de 2 é 1.
c) O antecessor de 56 é 55.
d) O antecessor de 10 é 9.

O conjunto abaixo é conhecido como o conjunto dos números naturais pares. Embora uma sequência real seja outro objeto matemático denominado função, algumas vezes utilizaremos a denominação sequência dos números naturais pares para representar o conjunto dos números naturais pares: P = { 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...}

O conjunto abaixo é conhecido como o conjunto dos números naturais ímpares, às vezes também chamados, a sequência dos números ímpares. I = { 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...}

Operações com Números Naturais

Na sequência, estudaremos as duas principais operações possíveis no conjunto dos números naturais. Praticamente, toda a Matemática é construída a partir dessas duas operações: adição e multiplicação.

A adição de números naturais

A primeira operação fundamental da Aritmética tem por finalidade reunir em um só número, todas as unidades de dois ou mais números. Antes de surgir os algarismos indo-arábicos, as adições podiam ser realizadas por meio de tábuas de calcular, com o auxílio de pedras ou por meio de ábacos.

Propriedades da Adição

- Fechamento: A adição no conjunto dos números naturais é fechada, pois a soma de dois números naturais é ainda um número natural. O fato que a operação de adição é fechada em N é conhecido na literatura do assunto como: A adição é uma lei de composição interna no conjunto N.
- Associativa: A adição no conjunto dos números naturais é associativa, pois na adição de três ou mais parcelas de números naturais quaisquer é possível associar as parcelas de quaisquer modos, ou seja, com três números naturais, somando o primeiro com o segundo e ao resultado obtido somarmos um terceiro, obteremos um resultado que é igual à soma do primeiro com a soma do segundo e o terceiro. (A + B) + C = A + (B + C)
- Elemento neutro: No conjunto dos números naturais, existe o elemento neutro que é o zero, pois tomando um número natural qualquer e somando com o elemento neutro (zero), o resultado será o próprio número natural.
- Comutativa: No conjunto dos números naturais, a adição é comutativa, pois a ordem das parcelas não altera a soma, ou seja, somando a primeira parcela com a segunda parcela, teremos o mesmo resultado que se somando a segunda parcela com a primeira parcela.

Multiplicação de Números Naturais

É a operação que tem por finalidade adicionar o primeiro número denominado multiplicando ou parcela, tantas vezes quantas são as unidades do segundo número denominadas multiplicador.

Exemplo

4 vezes 9 é somar o número 9 quatro vezes: $4 \times 9 = 9 + 9 + 9 + 9 = 36$

O resultado da multiplicação é denominado produto e os números dados que geraram o produto, são chamados fatores. Usamos o sinal × ou · ou x, para representar a multiplicação.

Propriedades da multiplicação

- Fechamento: A multiplicação é fechada no conjunto N dos números naturais, pois realizando o produto de dois ou mais números naturais, o resultado estará em N. O fato que a operação de multiplicação é fechada em N é conhecido na literatura do assunto como: A multiplicação é uma lei de composição interna no conjunto N.

- Associativa: Na multiplicação, podemos associar 3 ou mais fatores de modos diferentes, pois se multiplicarmos o primeiro fator com o segundo e depois multiplicarmos por um terceiro número natural, teremos o mesmo resultado que multiplicar o terceiro pelo produto do primeiro pelo segundo. $(m \cdot n) \cdot p = m \cdot (n \cdot p) \rightarrow (3 \cdot 4) \cdot 5 = 3 \cdot (4 \cdot 5) = 60$

- Elemento Neutro: No conjunto dos números naturais existe um elemento neutro para a multiplicação que é o 1. Qualquer que seja o número natural n, tem-se que: $1 \cdot n = n \cdot 1 = n \rightarrow 1 \cdot 7 = 7 \cdot 1 = 7$

- Comutativa: Quando multiplicamos dois números naturais quaisquer, a ordem dos fatores não altera o produto, ou seja, multiplicando o primeiro elemento pelo segundo elemento teremos o mesmo resultado que multiplicando o segundo elemento pelo primeiro elemento. $m \cdot n = n \cdot m \rightarrow 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 12$

Propriedade Distributiva

Multiplicando um número natural pela soma de dois números naturais, é o mesmo que multiplicar o fator, por cada uma das parcelas e a seguir adicionar os resultados obtidos. $m \cdot (p + q) = m \cdot p + m \cdot q \rightarrow 6 \times (5 + 3) = 6 \times 5 + 6 \times 3 = 30 + 18 = 48$

Divisão de Números Naturais

Dados dois números naturais, às vezes necessitamos saber quantas vezes o segundo está contido no primeiro. O primeiro número que é o maior é denominado dividendo e o outro número que é menor é o divisor. O resultado da divisão é chamado quociente. Se multiplicarmos o divisor pelo quociente obteremos o dividendo.

No conjunto dos números naturais, a divisão não é fechada, pois nem sempre é possível dividir um número natural por outro número natural e na ocorrência disto a divisão não é exata.

Relações essenciais numa divisão de números naturais

- Em uma divisão exata de números naturais, o divisor deve ser menor do que o dividendo. $35 : 7 = 5$

- Em uma divisão exata de números naturais, o dividendo é o produto do divisor pelo quociente. $35 = 5 \times 7$

- A divisão de um número natural n por zero não é possível pois, se admitíssemos que o quociente fosse q, então poderíamos escrever: $n \div 0 = q$ e isto significaria que: $n = 0 \times q = 0$ o que não é correto! Assim, a divisão de n por 0 não tem sentido ou ainda é dita impossível.

Potenciação de Números Naturais

Para dois números naturais m e n, a expressão m^n é um produto de n fatores iguais ao número m, ou seja: $m^n = m \cdot m \cdot m \ldots m \cdot m \rightarrow$ m aparece n vezes

O número que se repete como fator é denominado base que neste caso é m. O número de vezes que a base se repete é denominado expoente que neste caso é n. O resultado é denominado potência. Esta operação não passa de uma multiplicação com fatores iguais, como por exemplo: $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \rightarrow 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

Propriedades da Potenciação

- Uma potência cuja base é igual a 1 e o expoente natural é n, denotada por 1^n, será sempre igual a 1.

Exemplos:

a- $1^n = 1\times1\times\ldots\times1$ (n vezes) $= 1$

b- $1^3 = 1\times1\times1 = 1$

c- $1^7 = 1\times1\times1\times1\times1\times1\times1 = 1$

- Se n é um número natural não nulo, então temos que $n^o=1$. Por exemplo:

- (a) $n^o = 1$
- (b) $5^o = 1$
- (c) $49^o = 1$

- A potência zero elevado a zero, denotada por 0^o, é carente de sentido no contexto do Ensino Fundamental.

- Qualquer que seja a potência em que a base é o número natural n e o expoente é igual a 1, denotada por n^1, é igual ao próprio n. Por exemplo:

- (a) $n^1 = n$
- (b) $5^1 = 5$
- (c) $64^1 = 64$

- Toda potência 10^n é o número formado pelo algarismo 1 seguido de n zeros.

Exemplos:

a- $10^3 = 1000$

b- $10^8 = 100.000.000$

c- $10^o = 1$

QUESTÕES

1 - (SABESP – APRENDIZ – FCC/2012) A partir de 1º de março, uma cantina escolar adotou um sistema de recebimento por cartão eletrônico. Esse cartão funciona como uma conta corrente: coloca-se crédito e vão sendo debitados os gastos. É possível o saldo negativo. Enzo toma lanche diariamente na cantina e sua mãe credita valores no cartão todas as semanas. Ao final de março, ele anotou o seu consumo e os pagamentos na seguinte tabela:

	Valor Gasto	Valor Creditado
1ª semana	R$ 27,00	R$ 40,00
2ª semana	R$ 33,00	R$ 30,00
3ª semana	R$ 42,00	R$ 35,00
4ª semana	R$ 25,00	R$ 15,00

No final do mês, Enzo observou que tinha
A) crédito de R$ 7,00.
B) débito de R$ 7,00.
C) crédito de R$ 5,00.
D) débito de R$ 5,00.
E) empatado suas despesas e seus créditos.

2 - (PREF. IMARUI/SC – AUXILIAR DE SERVIÇOS GERAIS - PREF. IMARUI/2014) José, funcionário público, recebe salário bruto de R$ 2.000,00. Em sua folha de pagamento vem o desconto de R$ 200,00 de INSS e R$ 35,00 de sindicato. Qual o salário líquido de José?
A) R$ 1800,00
B) R$ 1765,00
C) R$ 1675,00
D) R$ 1665,00

3 – (Professor/Pref.de Itaboraí) O quociente entre dois números naturais é 10. Multiplicando-se o dividendo por cinco e reduzindo-se o divisor à metade, o quociente da nova divisão será:
A) 2
B) 5
C) 25
D) 50
E) 100

4 - (PREF. ÁGUAS DE CHAPECÓ – OPERADOR DE MÁQUINAS – ALTERNATIVE CONCURSOS) Em uma loja, as compras feitas a prazo podem ser pagas em até 12 vezes sem juros. Se João comprar uma geladeira no valor de R$ 2.100,00 em 12 vezes, pagará uma prestação de:
A) R$ 150,00.
B) R$ 175,00.
C) R$ 200,00.
D) R$ 225,00.

5 - PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA/2013) Ontem, eu tinha 345 bolinhas de gude em minha coleção. Porém, hoje, participei de um campeonato com meus amigos e perdi 67 bolinhas, mas ganhei outras 90. Sendo assim, qual a quantidade de bolinhas que tenho agora, depois de participar do campeonato?
A) 368
B) 270
C) 365
D) 290
E) 376

6 – (Pref. Niterói) João e Maria disputaram a prefeitura de uma determinada cidade que possui apenas duas zonas eleitorais. Ao final da sua apuração o Tribunal Regional Eleitoral divulgou a seguinte tabela com os resultados da eleição. A quantidade de eleitores desta cidade é:

	1ª Zona Eleitoral	2ª Zona Eleitoral
João	1750	2245
Maria	850	2320
Nulos	150	217
Brancos	18	25
Abstenções	183	175

A) 3995
B) 7165
C) 7532
D) 7575
E) 7933

7 - (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA/2013) Durante um mutirão para promover a limpeza de uma cidade, os 15.000 voluntários foram igualmente divididos entre as cinco regiões de tal cidade. Sendo assim, cada região contou com um número de voluntários igual a:
A) 2500
B) 3200
C) 1500
D) 3000
E) 2000

8 - (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA/2013) Em determinada loja, o pagamento de um computador pode ser feito sem entrada, em 12 parcelas de R$ 250,00. Sendo assim, um cliente que opte por essa forma de pagamento deverá pagar pelo computador um total de:
A) R$ 2500,00
B) R$ 3000,00
C) R$1900,00
D) R$ 3300,00
E) R$ 2700,00

9 – (CREFITO/SP – ALMOXARIFE – VUNESP/2012) O sucessor do dobro de determinado número é 23. Esse mesmo determinado número somado a 1 e, depois, dobrado será igual a

A) 24.
B) 22.
C) 20.
D) 18.
E) 16.

10 - (SABESP – ANALISTA DE GESTÃO I -CONTABILIDADE – FCC/2012) Uma montadora de automóveis possui cinco unidades produtivas num mesmo país. No último ano, cada uma dessas unidades produziu 364.098 automóveis. Toda a produção foi igualmente distribuída entre os mercados consumidores de sete países. O número de automóveis que cada país recebeu foi
A) 26.007
B) 26.070
C) 206.070
D) 260.007
E) 260.070

Respostas

1 - RESPOSTA: "B".
crédito: 40+30+35+15=120
débito: 27+33+42+25=127
120-127=-7
Ele tem um débito de R$ 7,00.

2 - RESPOSTA: "B".
2000-200=1800-35=1765
O salário líquido de José é R$1765,00.

3 - RESPOSTA: "E".
D= dividendo
d= divisor
Q = quociente = 10
R= resto = 0 (divisão exata)
Equacionando:
D= d.Q + R
D= d.10 + 0 → D= 10d
Pela nova divisão temos:

$$5D = \frac{d}{2}.Q \quad \rightarrow 5.(10d) = \frac{d}{2}.Q$$

Isolando Q temos:

$$Q = \frac{50d}{\frac{d}{2}} \quad \rightarrow Q = 50d.\frac{2}{d} \quad \rightarrow Q = 50.2 \quad \rightarrow Q = 100$$

4 - RESPOSTA: "B".

$$\frac{2100}{12} = 175$$

Cada prestação será de R$175,00

5 - RESPOSTA: "A".
345-67=278
Depois ganhou 90
278+90=368

6 - RESPOSTA: "E".
Vamos somar a 1ª Zona: 1750+850+150+18+183 = 2951
2ª Zona : 2245+2320+217+25+175 = 4982
Somando os dois: 2951+4982 = 7933

7 - RESPOSTA: "D".

$$\frac{15000}{5} = 3000$$

Cada região terá 3000 voluntários.

8 - RESPOSTA: "B".
250·12=3000
O computador custa R$3000,00.

9 - RESPOSTA: "A".
Se o sucessor é 23, o dobro do número é 22, portanto o número é 11.
(11+1) → 2=24

10 - RESPOSTA: "E".
364098 → 5=1820490 automóveis

$$\frac{1820490}{7} = 260070$$

NÚMEROS INTEIROS – Z

Definimos o conjunto dos números inteiros como a reunião do conjunto dos números naturais (N = {0, 1, 2, 3, 4,..., n,...}, o conjunto dos opostos dos números naturais e o zero. Este conjunto é denotado pela letra *Z* (Zahlen=número em alemão). Este conjunto pode ser escrito por: Z = {..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}

O conjunto dos números inteiros possui alguns subconjuntos notáveis:

- O conjunto dos números inteiros **não nulos**:
Z^* = {..., -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4,...};
Z^* = Z – {0}

- O conjunto dos números inteiros **não negativos**:
Z_+ = {0, 1, 2, 3, 4,...}
Z_+ é o próprio conjunto dos números naturais: Z_+ = N

- O conjunto dos números inteiros **positivos**:
Z^*_+ = {1, 2, 3, 4,...}

- O conjunto dos números inteiros **não positivos**:
$Z\_$ = {..., -5, -4, -3, -2, -1, 0}

- O conjunto dos números inteiros **negativos**:
$Z^*\_$ = {..., -5, -4, -3, -2, -1}

Módulo: chama-se módulo de um número inteiro a distância ou afastamento desse número até o zero, na reta numérica inteira. Representa-se o módulo por | |.

O módulo de 0 é 0 e indica-se $|0| = 0$

O módulo de +7 é 7 e indica-se $|+7| = 7$

O módulo de –9 é 9 e indica-se $|-9| = 9$

O módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero, é sempre positivo.

Números Opostos: Dois números inteiros são ditos opostos um do outro quando apresentam soma zero; assim, os pontos que os representam distam igualmente da origem.

Exemplo: O oposto do número 2 é -2, e o oposto de -2 é 2, pois $2 + (-2) = (-2) + 2 = 0$

No geral, dizemos que o oposto, ou simétrico, de *a* é – *a*, e vice-versa; particularmente o oposto de zero é o próprio zero.

Adição de Números Inteiros

Para melhor entendimento desta operação, associaremos aos números inteiros positivos a idéia de ganhar e aos números inteiros negativos a idéia de perder.

Ganhar 5 + ganhar 3 = ganhar 8 $(+5) + (+3) = (+8)$

Perder 3 + perder 4 = perder 7 $(-3) + (-4) = (-7)$

Ganhar 8 + perder 5 = ganhar 3 $(+8) + (-5) = (+3)$

Perder 8 + ganhar 5 = perder 3 $(-8) + (+5) = (-3)$

O sinal (+) antes do número positivo pode ser dispensado, mas o sinal (–) antes do número negativo nunca pode ser dispensado.

Propriedades da adição de números inteiros: O conjunto *Z* é fechado para a adição, isto é, a soma de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

Associativa: Para todos *a*,*b*,*c* em *Z*:

$a + (b + c) = (a + b) + c$

$2 + (3 + 7) = (2 + 3) + 7$

Comutativa: Para todos *a*,*b* em *Z*:

$a + b = b + a$

$3 + 7 = 7 + 3$

Elemento Neutro: Existe 0 em *Z*, que adicionado a cada *z* em *Z*, proporciona o próprio *z*, isto é:

$z + 0 = z$

$7 + 0 = 7$

Elemento Oposto: Para todo *z* em *Z*, existe (-z) em *Z*, tal que

$z + (-z) = 0$

$9 + (-9) = 0$

Subtração de Números Inteiros

A subtração é empregada quando:

- Precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra.

A subtração é a operação inversa da adição.

Observe que: $9 - 5 = 4$ $\qquad$ $4 + 5 = 9$

4 → diferença

5 → subtraendo

9 → minuendo

Considere as seguintes situações:

1- Na segunda-feira, a temperatura de Monte Sião passou de +3 graus para +6 graus. Qual foi a variação da temperatura?

Esse fato pode ser representado pela subtração: $(+6) - (+3) = +3$

2- Na terça-feira, a temperatura de Monte Sião, durante o dia, era de +6 graus. À Noite, a temperatura baixou de 3 graus. Qual a temperatura registrada na noite de terça-feira?

Esse fato pode ser representado pela adição: $(+6) + (-3) = +3$

Se compararmos as duas igualdades, verificamos que $(+6) - (+3)$ é o mesmo que $(+6) + (-3)$.

Temos:

$(+6) - (+3) = (+6) + (-3) = +3$

$(+3) - (+6) = (+3) + (-6) = -3$

$(-6) - (-3) = (-6) + (+3) = -3$

Daí podemos afirmar: Subtrair dois números inteiros é o mesmo que adicionar o primeiro com o oposto do segundo.

Multiplicação de Números Inteiros

A multiplicação funciona como uma forma simplificada de uma adição quando os números são repetidos. Poderíamos analisar tal situação como o fato de estarmos ganhando repetidamente alguma quantidade, como por exemplo, ganhar 1 objeto por 30 vezes consecutivas, significa ganhar 30 objetos e esta repetição pode ser indicada por um **x**, isto é: $1 + 1 + 1 \ldots + 1 + 1 = 30 \times 1 = 30$

Se trocarmos o número 1 pelo número 2, obteremos: $2 + 2 + 2 + \ldots + 2 + 2 = 30 \times 2 = 60$

Se trocarmos o número 2 pelo número -2, obteremos: $(-2) + (-2) + \ldots + (-2) = 30 \times (-2) = -60$

Observamos que a multiplicação é um caso particular da adição onde os valores são repetidos.

Na multiplicação o produto dos números *a* e *b*, pode ser indicado por ***a* x *b***, ***a* . *b*** ou ainda ***ab*** sem nenhum sinal entre as letras.

Para realizar a multiplicação de números inteiros, devemos obedecer à seguinte regra de sinais:

(+1) x (+1) = (+1)
(+1) x (-1) = (-1)
(-1) x (+1) = (-1)
(-1) x (-1) = (+1)

Com o uso das regras acima, podemos concluir que:

Sinais dos números	Resultado do produto
Iguais	Positivo
Diferentes	Negativo

Propriedades da multiplicação de números inteiros: O conjunto *Z* é fechado para a multiplicação, isto é, a multiplicação de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

Associativa: Para todos a,b,c em *Z*:
a x (b x c) = (a x b) x c
2 x (3 x 7) = (2 x 3) x 7

Comutativa: Para todos a,b em *Z*:
a x b = b x a
3 x 7 = 7 x 3

Elemento neutro: Existe 1 em *Z*, que multiplicado por todo *z* em *Z*, proporciona o próprio *z*, isto é:
z x 1 = z
7 x 1 = 7

Elemento inverso: Para todo inteiro *z* diferente de zero, existe um inverso z^{-1}=1/z em *Z*, tal que
z x z^{-1} = z x (1/z) = 1
9 x 9^{-1} = 9 x (1/9) = 1

Distributiva: Para todos *a*,*b*,*c* em *Z*:
a x (b + c) = (a x b) + (a x c)
3 x (4+5) = (3 x 4) + (3 x 5)

Divisão de Números Inteiros

Dividendo|<u>divisor</u> dividendo:
Divisor = quociente 0
Quociente . divisor = dividendo

Sabemos que na divisão exata dos números naturais:
40 : 5 = 8, pois 5 . 8 = 40
36 : 9 = 4, pois 9 . 4 = 36

Vamos aplicar esses conhecimentos para estudar a divisão exata de números inteiros. Veja o cálculo:
(–20) : (+5) = q ⇨ (+5) . q = (–20) ⇨ q = (–4)
Logo: (–20) : (+5) = - 4

Considerando os exemplos dados, concluímos que, para efetuar a divisão exata de um número inteiro por outro número inteiro, diferente de zero, dividimos o módulo do dividendo pelo módulo do divisor. Daí:

- Quando o dividendo e o divisor têm o mesmo sinal, o quociente é um número inteiro positivo.
- Quando o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número inteiro negativo.
- A divisão nem sempre pode ser realizada no conjunto *Z*. Por exemplo, (+7) : (–2) ou (–19) : (–5) são divisões que não podem ser realizadas em *Z*, pois o resultado não é um número inteiro.
- No conjunto *Z*, a divisão não é comutativa, não é associativa e não tem a propriedade da existência do elemento neutro.

1- Não existe divisão por zero.
Exemplo: (–15) : 0 não tem significado, pois não existe um número inteiro cujo produto por zero seja igual a –15.
2- Zero dividido por qualquer número inteiro, diferente de zero, é zero, pois o produto de qualquer número inteiro por zero é igual a zero.
Exemplos: a) 0 : (–10) = 0 b) 0 : (+6) = 0 c) 0 : (–1) = 0

Potenciação de Números Inteiros

A potência a^n do número inteiro *a*, é definida como um produto de *n* fatores iguais. O número a é denominado a *base* e o número *n* é o *expoente*.
a^n = a x a x a x a x ... x a
a é multiplicado por *a n* vezes

Exemplos:3^3 = (3) x (3) x (3) = 27
$(-5)^5$ = (-5) x (-5) x (-5) x (-5) x (-5) = -3125
$(-7)^2$ = (-7) x (-7) = 49
$(+9)^2$ = (+9) x (+9) = 81

- Toda potência de **base positiva** é um número **inteiro positivo**.
Exemplo: $(+3)^2$ = (+3) . (+3) = +9

- Toda potência de **base negativa** e **expoente par** é um número **inteiro positivo**.
Exemplo: $(– 8)^2$ = (–8) . (–8) = +64

- Toda potência de **base negativa** e **expoente ímpar** é um número **inteiro negativo**.
Exemplo: $(–5)^3$ = (–5) . (–5) . (–5) = –125

Propriedades da Potenciação:

Produtos de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e somam-se os expoentes. $(–7)^3 . (–7)^6 = (–7)^{3+6} = (–7)^9$

Quocientes de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes. $(+13)^8 : (+13)^6 = (+13)^{8-6} = (+13)^2$

Potência de Potência: Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes. $[(+4)^5]^2 = (+4)^{5 \cdot 2} = (+4)^{10}$

Potência de expoente 1: É sempre igual à base. $(+9)^1 = +9$ $(-13)^1 = -13$

Potência de expoente zero e base diferente de zero: É igual a 1. Exemplo: $(+14)^0 = 1$ $(-35)^0 = 1$

Radiciação de Números Inteiros

A raiz n-ésima (de ordem *n*) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo b* que elevado à potência *n* fornece o número *a*. O número *n* é o índice da raiz enquanto que o número *a* é o radicando (que fica sob o sinal do radical).

A raiz quadrada (de ordem 2) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo* que elevado ao quadrado coincide com o número *a*.

Observação: Não existe a raiz quadrada de um número inteiro negativo no conjunto dos números inteiros.

Erro comum: Frequentemente lemos em materiais didáticos e até mesmo ocorre em algumas aulas aparecimento de:

$\sqrt{9} = \pm 3$

mas isto está errado. O certo é:

$\sqrt{9} = +3$

Observamos que não existe um número inteiro não negativo que multiplicado por ele mesmo resulte em um número negativo.

A raiz cúbica (de ordem 3) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro que elevado ao cubo seja igual ao número *a*. Aqui não restringimos os nossos cálculos somente aos números não negativos.

Exemplos

(a) $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$.

(b) $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = -8$.

(c) $\sqrt[3]{27} = 3$, pois $3^3 = 27$.

(d) $\sqrt[3]{-27} = -3$, pois $(-3)^3 = -27$.

Observação: Ao obedecer à regra dos sinais para o produto de números inteiros, concluímos que:

(a) Se o índice da raiz for par, não existe raiz de número inteiro negativo.

(b) Se o índice da raiz for ímpar, é possível extrair a raiz de qualquer número inteiro.

QUESTÕES

1 - (TRF 2ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2012) Uma operação λ é definida por:

$w^\lambda = 1 - 6w$, para todo inteiro w.

Com base nessa definição, é correto afirmar que a soma $2^\lambda + (1^\lambda)^\lambda$ é igual a

A) −20.
B) −15.
C) −12.
D) 15.
E) 20.

2 - (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM/2014) Ruth tem somente R$ 2.200,00 e deseja gastar a maior quantidade possível, sem ficar devendo na loja.

Verificou o preço de alguns produtos:

TV: R$ 562,00
DVD: R$ 399,00
Micro-ondas: R$ 429,00
Geladeira: R$ 1.213,00

Na aquisição dos produtos, conforme as condições mencionadas, e pagando a compra em dinheiro, o troco recebido será de:

A) R$ 84,00
B) R$ 74,00
C) R$ 36,00
D) R$ 26,00
E) R$ 16,00

3 - (PREF. JUNDIAI/SP – ELETRICISTA – MAKIYAMA/2013) Analise as operações a seguir:

$$I\ a^b a^c = a^x$$

$$II\ \frac{a^b}{a^c} = a^y$$

$$III\ (a^c)^2 = a^z$$

De acordo com as propriedades da potenciação, temos que, respectivamente, nas operações I, II e III:

A) x=b-c, y=b+c e z=c/2.
B) x=b+c, y=b-c e z=2c.
C) x=2bc, y=-2bc e z=2c.
D) x=c-b, y=b-c e z=c-2.
E) x=2b, y=2c e z=c+2.

4 - (BNDES – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – CESGRANRIO/2013) Multiplicando-se o maior número inteiro menor do que 8 pelo menor número inteiro maior do que - 8, o resultado encontrado será

A) - 72
B) - 63
C) - 56
D) - 49
E) – 42

5 - (SEPLAG - POLÍCIA MILITAR/MG - ASSISTENTE ADMINISTRATIVO - FCC/2012) Em um jogo de tabuleiro, Carla e Mateus obtiveram os seguintes resultados:

Carla	
1ª partida	Ganhou 520 pontos
2ª partida	Perdeu 220 pontos
3ª partida	Perdeu 485 pontos
4ª partida	Ganhou 635 pontos

Mateus	
1ª partida	Perdeu 280 pontos
2ª partida	Ganhou 675 pontos
3ª partida	Ganhou 295 pontos
4ª partida	Perdeu 115 pontos

Ao término dessas quatro partidas,
A) Carla perdeu por uma diferença de 150 pontos.
B) Mateus perdeu por uma diferença de 175 pontos.
C) Mateus ganhou por uma diferença de 125 pontos.
D) Carla e Mateus empataram.

6 – (Operador de máq./Pref.Coronel Fabriciano/MG) Quantos são os valores inteiros e positivos de x para os quais $\frac{x+15}{x+5}$ é um número inteiro?

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

7- (CASA DA MOEDA) O quadro abaixo indica o número de passageiros num vôo entre Curitiba e Belém, com duas escalas, uma no Rio de Janeiro e outra em Brasília. Os números indicam a quantidade de passageiros que subiram no avião e os negativos, a quantidade dos que desceram em cada cidade.

Curtiba	+240
Rio de Janeiro	-194 +158
Brasília	-108 +94

O número de passageiros que chegou a Belém foi:
A) 362
B) 280
C) 240
D) 190
E) 135

RESPOSTAS

1 - RESPOSTA:"E".
Pela definição:
Fazendo w=2

$$2^{\lambda} = 1 - 6 \cdot 2 = -11$$
$$1^{\lambda} = 1 - 6 \cdot 1 = -5$$
$$\left(1^{\lambda}\right)^{\lambda} = 1 - 6 \cdot (-5) = 31$$
$$2^{\lambda} + \left(1^{\lambda}\right)^{\lambda} = -11 + 31 = 20$$

2 - RESPOSTA: "D".
Geladeira + Microondas + DVD = 1213+429+399 = 2041
Geladeira + Microondas + TV = 1213+429+562 = 2204, extrapola o orçamento
Geladeira +TV + DVD=1213+562+399=2174, é a maior quantidade gasta possível dentro do orçamento.
Troco:2200-2174=26 reais

3 - RESPOSTA: "B".

I da propriedade das potências, temos:
$a^{x} = a^{b+c} \Rightarrow x = b + c$

II $a^{y} = a^{b-c} \Rightarrow y = b - c$

III $a^{2c} = a^{z} \Rightarrow z = 2c$

4 - RESPOSTA: "D".
Maior inteiro menor que 8 é o 7
Menor inteiro maior que -8 é o -7.
Portanto: 7 · (-7)=-49

5 - RESPOSTA: "C".
Carla: 520-220-485+635=450 pontos
Mateus: -280+675+295-115=575 pontos
Diferença: 575-450=125 pontos

6 - RESPOSTA:"C".
Fazendo substituição dos valores de x, dentro dos conjuntos do inteiros positivos temos:

x=0 ; $\frac{15}{5} = 3$ x=1 $\frac{16}{6} = não\ é\ inteiro$

$\therefore\ x = 2\ \ \frac{17}{7} = não\ é\ inteiro$

$x = 5\ \ \frac{20}{10} = 2$, logo os únicos números que satisfazem a condição é x= 0 e x=5 , dois números apenas.

7 - RESPOSTA:"D".
240- 194 +158 -108 +94 = 190

NÚMEROS RACIONAIS – Q

Um número racional é o que pode ser escrito na forma $\frac{m}{n}$, onde *m* e *n* são números inteiros, sendo que *n* deve ser diferente de zero. Frequentemente usamos *m/n* para significar a divisão de *m* por *n*.

Como podemos observar, números racionais podem ser obtidos através da razão entre dois números inteiros, razão pela qual, o conjunto de todos os números racionais é denotado por *Q*. Assim, é comum encontrarmos na literatura a notação:

Q = { $\frac{m}{n}$ *: m e n em Z, n diferente de zero}*

No conjunto *Q* destacamos os seguintes subconjuntos:

- Q^* = conjunto dos racionais *não nulos*;
- Q_+ = conjunto dos racionais *não negativos*;
- Q^*_+ = conjunto dos racionais *positivos*;
- Q_- = conjunto dos racionais *não positivos*;
- Q^*_- = conjunto dos racionais *negativos*.

Representação Decimal das Frações

Tomemos um número racional $\frac{p}{q}$, tal que *p* não seja múltiplo de *q*. Para escrevê-lo na forma decimal, basta efetuar a divisão do numerador pelo denominador.

Nessa divisão podem ocorrer dois casos:

1º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, um número finito de algarismos. Decimais Exatos:

$\frac{2}{5}$ = 0,4

$\frac{1}{4}$ = 0,25

$\frac{35}{4}$ = 8,75

$\frac{153}{50}$ = 3,06

2º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, infinitos algarismos (nem todos nulos), repetindo-se periodicamente. Decimais Periódicos ou Dízimas Periódicas:

$\frac{1}{3}$ = 0,333...

$\frac{1}{22}$ = 0,04545...

$\frac{167}{66}$ = 2,53030...

Representação Fracionária dos Números Decimais

Trata-se do problema inverso: estando o número racional escrito na forma decimal, procuremos escrevê-lo na forma de fração. Temos dois casos:

1º) Transformamos o número em uma fração cujo numerador é o número decimal sem a vírgula e o denominador é composto pelo numeral 1, seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do número decimal dado:

$0,9 = \frac{9}{10}$

$5,7 = \frac{57}{10}$

$0,76 = \frac{76}{100}$

$3,48 = \frac{348}{100}$

$0,005 = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$

2º) Devemos achar a fração geratriz da dízima dada; para tanto, vamos apresentar o procedimento através de alguns exemplos:

Exemplo 1
Seja a dízima 0, 333... .

Façamos x = 0,333... e multipliquemos ambos os membros por 10: 10x = 0,333
Subtraindo, membro a membro, a primeira igualdade da segunda:
$10x - x = 3,333... - 0,333... \Rightarrow 9x = 3 \Rightarrow x = 3/9$

Assim, a geratriz de 0,333... é a fração $\frac{3}{9}$.

Exemplo 2

Seja a dízima 5, 1717...

Façamos x = 5,1717... e 100x = 517,1717... .
Subtraindo membro a membro, temos:
$99x = 512 \Rightarrow x = 512/99$

Assim, a geratriz de 5,1717... é a fração $\frac{512}{99}$.

Exemplo 3

Seja a dízima 1, 23434...

Façamos x = 1,23434... 10x = 12,3434... 1000x = 1234,34... .

Subtraindo membro a membro, temos:
$990x = 1234,34... - 12,34... \Rightarrow 990x = 1222 \Rightarrow x = 1222/990$

Simplificando, obtemos x = $\frac{611}{495}$, a fração geratriz da dízima 1, 23434...

Módulo ou valor absoluto: É a distância do ponto que representa esse número ao ponto de abscissa zero.

Exemplo: Módulo de $-\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$. Indica-se $\left|-\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right|$

Módulo de $+\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$. Indica-se $\left|+\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right|$

Números Opostos: Dizemos que $-\frac{3}{2}$ e $\frac{3}{2}$ são números racionais opostos ou simétricos e cada um deles é o oposto do outro. As distâncias dos pontos $-\frac{3}{2}$ e $\frac{3}{2}$ ao ponto zero da reta são iguais.

Soma (Adição) de Números Racionais

Como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos a adição entre os números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que a soma de frações, através de:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Propriedades da Adição de Números Racionais

O conjunto *Q* é fechado para a operação de adição, isto é, a soma de dois números racionais ainda é um número racional.
- Associativa: Para todos *a*, *b*, *c* em *Q*: $a + (b + c) = (a + b) + c$
- Comutativa: Para todos a, b em *Q*: $a + b = b + a$
- Elemento neutro: Existe 0 em *Q*, que adicionado a todo *q* em Q, proporciona o próprio *q*, isto é: $q + 0 = q$
- Elemento oposto: Para todo q em Q, existe -q em Q, tal que $q + (-q) = 0$

Subtração de Números Racionais

A subtração de dois números racionais *p* e *q* é a própria operação de adição do número *p* com o oposto de *q*, isto é: $p - q = p + (-q)$

Multiplicação (Produto) de Números Racionais

Como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos o produto de dois números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que o produto de frações, através de:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

O produto dos números racionais *a* e *b* também pode ser indicado por *a* × *b*, *axb*, *a.b* ou ainda *ab* sem nenhum sinal entre as letras.

Para realizar a multiplicação de números racionais, devemos obedecer à mesma regra de sinais que vale em toda a Matemática:

(+1) × (+1) = (+1)
(+1) × (-1) = (-1)
(-1) × (+1) = (-1)
(-1) × (-1) = (+1)

Podemos assim concluir que o produto de dois números com o mesmo sinal é positivo, mas o produto de dois números com sinais diferentes é negativo.

Propriedades da Multiplicação de Números Racionais

O conjunto *Q* é fechado para a multiplicação, isto é, o produto de dois números racionais ainda é um número racional.

- Associativa: Para todos a, b, c em *Q: a × (b × c) = (a × b) × c*
- Comutativa: Para todos a, b em *Q: a × b = b × a*
- Elemento neutro: Existe 1 em *Q*, que multiplicado por todo q em *Q*, proporciona o próprio q, isto é: *q × 1 = q*

- Elemento inverso: Para todo q = $\frac{a}{b}$ em *Q*, q diferente de zero, existe q^{-1} = $\frac{b}{a}$ em *Q: q × q^{-1} = 1* $\frac{a}{b}$ x $\frac{b}{a}$ = 1

- Distributiva: Para todos a, b, c em *Q: a × (b + c) = (a × b) + (a × c)*

Divisão de Números Racionais

A divisão de dois números racionais *p* e *q* é a própria operação de multiplicação do número *p* pelo inverso de *q*, isto é: *p ÷ q =*

Potenciação de Números Racionais

A potência q^n do número racional *q* é um produto de *n* fatores iguais. O número *q* é denominado a base e o número *n* é o expoente.

q^n = q × q × q × q × ... × q, (*q* aparece *n* vezes)

Exemplos:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right).\left(\frac{2}{5}\right).\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{8}{125}$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

c) $(-5)^2 = (-5)\ .\ (-5) = 25$

d) $(+5)^2 = (+5)\ .\ (+5) = 25$

Propriedades da Potenciação: Toda potência com expoente 0 é igual a 1.

$\left(+\frac{2}{5}\right)^0 = 1$

- Toda potência com expoente 1 é igual à própria base.

$\left(-\frac{9}{4}\right)^1 = -\frac{9}{4}$

- Toda potência com expoente negativo de um número racional diferente de zero é igual a outra potência que tem a base igual ao inverso da base anterior e o expoente igual ao oposto do expoente anterior.

$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}.\left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

- Toda potência com expoente ímpar tem o mesmo sinal da base.

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right).\left(\frac{2}{3}\right).\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$

- Toda potência com expoente par é um número positivo.

$\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{5}\right).\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{25}$

'- Produto de potências de mesma base. Para reduzir um produto de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e somamos os expoentes.

$\left(\frac{2}{5}\right)^2.\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}.\frac{2}{5}\right).\left(\frac{2}{5}.\frac{2}{5}.\frac{2}{5}\right) = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$

- Quociente de potências de mesma base. Para reduzir um quociente de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e subtraímos os expoentes.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{5-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

- Potência de Potência. Para reduzir uma potência de potência a uma potência de um só expoente, conservamos a base e multiplicamos os expoentes

$$\left[\left(\frac{1^2}{2}\right)\right]^3 = \frac{1^2}{2} + \frac{1^2}{2} + \frac{1^2}{2} = \frac{1^{2+2+2}}{2} = \frac{1^{3\times 2}}{2} = \frac{1^6}{2}$$

Radiciação de Números Racionais

Se um número representa um produto de dois ou mais fatores iguais, então cada fator é chamado raiz do número. Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1

4 Representa o produto 2 . 2 ou 2^2. Logo, 2 é a raiz quadrada de 4. Indica-se √4= 2.

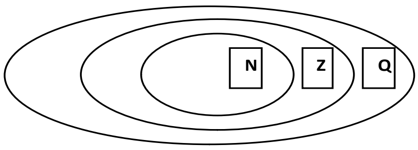
Exemplo 2

$\frac{1}{9}$ Representa o produto $\frac{1}{3}.\frac{1}{3}$ ou $\left(\frac{1}{3}\right)^2$. Logo, $\frac{1}{3}$ **é a raiz quadrada de** $\frac{1}{9}$.Indica-se $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

Exemplo 3

0,216 Representa o produto 0,6 . 0,6 . 0,6 ou $(0,6)^3$. Logo, 0,6 é a raiz cúbica de 0,216. Indica-se $\sqrt[3]{0,216}$ = 0,6.

Assim, podemos construir o diagrama:



Um número racional, quando elevado ao quadrado, dá o número zero ou um número racional positivo. Logo, os números racionais negativos não têm raiz quadrada em Q.

O número $\frac{-100}{9}$ não tem raiz quadrada em Q, pois tanto $\frac{-10}{3}$ como $\frac{+10}{3}$, quando elevados ao quadrado, dão $\frac{100}{9}$.

Um número racional positivo só tem raiz quadrada no conjunto dos números racionais se ele for um quadrado perfeito.

O número $\frac{2}{3}$ não tem raiz quadrada em Q, pois não existe número racional que elevado ao quadrado dê $\frac{2}{3}$.

Questões

1 - (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA/2013) Na escola onde estudo, ¼ dos alunos tem a língua portuguesa como disciplina favorita, 9/20 têm a matemática como favorita e os demais têm ciências como favorita. Sendo assim, qual fração representa os alunos que têm ciências como disciplina favorita?

A) 1/4
B) 3/10
C) 2/9
D) 4/5
E) 3/2

2 - (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM/2014) Dirce comprou 7 lapiseiras e pagou R$ 8,30, em cada uma delas. Pagou com uma nota de 100 reais e obteve um desconto de 10 centavos. Quantos reais ela recebeu de troco?

A) R$ 40,00
B) R$ 42,00
C) R$ 44,00
D) R$ 46,00
E) R$ 48,00

3 - (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP/2013) De um total de 180 candidatos, 2/5 estudam inglês, 2/9 estudam francês, 1/3estuda espanhol e o restante estuda alemão. O número de candidatos que estuda alemão é:

A) 6.
B) 7.
C) 8.
D) 9.
E) 10.

4 - (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP/2013) Em um estado do Sudeste, um Agente de Apoio Operacional tem um salário mensal de: saláriobase R$ 617,16 e uma gratificação de R$ 185,15. No mês passado, ele fez 8 horas extras a R$ 8,50 cada hora, mas precisou faltar um dia e foi descontado em R$ 28,40. No mês passado, seu salário totalizou

A) R$ 810,81.
B) R$ 821,31.
C) R$ 838,51.
D) R$ 841,91.
E) R$ 870,31.

5 - (Pref. Niterói) Simplificando a expressão abaixo

Obtém-se $\frac{1,3333+\frac{3}{2}}{1,5+\frac{4}{3}}$:

A) ½
B) 1
C) 3/2
D) 2
E) 3

6 - (SABESP – APRENDIZ – FCC/2012) Em um jogo matemático, cada jogador tem direito a 5 cartões marcados com um número, sendo que todos os jogadores recebem os mesmos números. Após todos os jogadores receberem seus cartões, aleatoriamente, realizam uma determinada tarefa que também é sorteada. Vence o jogo quem cumprir a tarefa corretamente. Em uma rodada em que a tarefa era colocar os números marcados nos cartões em ordem crescente, venceu o jogador que apresentou a sequência

$A)\ -4;\ -1;\ \sqrt{16};\ \sqrt{25};\frac{14}{3}$

$B)\ -1;\ -4;\ \sqrt{16};\ \frac{14}{3};\ \sqrt{25}$

$C)\ -1;\ -4;\ \frac{14}{3};\ \sqrt{16};;\ \sqrt{25}$

$D)\ -4;\ -1;\ \sqrt{16};\frac{14}{3};\ \sqrt{25}$

$E)\ -4;\ -1;\ \frac{14}{3};\ \sqrt{16};\sqrt{25}$

7 – (Prof./Prefeitura de Itaboraí) Se x = 0,181818..., então o valor numérico da expressão:

$$\frac{x+\frac{1}{x}-1}{x+\frac{1}{x}+1}$$

A) 34/39
B) 103/147
C) 104/147
D) 35/49
E) 106/147

8 - (SABESP – APRENDIZ – FCC/2012) Mariana abriu seu cofrinho com 120 moedas e separou-as:
– 1 real: ¼ das moedas
– 50 centavos: 1/3 das moedas
– 25 centavos: 2/5 das moedas
– 10 centavos: as restantes
Mariana totalizou a quantia contida no cofre em
A) R$ 62,20.
B) R$ 52,20.
C) R$ 50,20.
D) R$ 56,20.
E) R$ 66,20.

9 - (PM/SE – SOLDADO 3ªCLASSE – FUNCAB/2014) Numa operação policial de rotina, que abordou 800 pessoas, verificou-se que 3/4 dessas pessoas eram homens e 1/5 deles foram detidos. Já entre as mulheres abordadas, 1/8 foram detidas.

Qual o total de pessoas detidas nessa operação policial?
A) 145
B) 185
C) 220
D) 260
E) 120

10 - (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA/2013) Quando perguntado sobre qual era a sua idade, o professor de matemática respondeu:

"O produto das frações 9/5 e 75/3 fornece a minha idade!".

Sendo assim, podemos afirmar que o professor tem:
A) 40 anos.
B) 35 anos.
C) 45 anos.
D) 30 anos.
E) 42 anos.

Respostas

1 - RESPOSTA: "B".
Somando português e matemática:

$$\frac{1}{4}+\frac{9}{20}=\frac{5+9}{20}=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$$

O que resta gosta de ciências:

$$1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$$

2 - RESPOSTA: "B".

$$8{,}3\cdot 7=58{,}1$$

Como recebeu um desconto de 10 centavos, Dirce pagou 58 reais
Troco:100-58=42 reais

3 - RESPOSTA: "C".

$$\frac{2}{5}+\frac{2}{9}+\frac{1}{3}$$

Mmc(3,5,9)=45

$$\frac{18+10+15}{45}=\frac{43}{45}$$

O restante estuda alemão: 2/45

$$180\cdot\frac{2}{45}=8$$

4 - RESPOSTA: "D".

$$salário\ mensal: 617{,}16+185{,}15=802{,}31$$
$$horas\ extras: 8{,}5\cdot 8=68$$
$$mês\ passado: 802{,}31+68{,}00-28{,}40=841{,}91$$

Salário foi R$ 841,91.

5 - RESPOSTA: "B".

1,3333= 12/9 = 4/3
1,5 = 15/10 = 3/2

$$\frac{\frac{4}{3}+\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}+\frac{4}{3}}=\frac{\frac{17}{6}}{\frac{17}{6}}=1$$

6 - RESPOSTA: "D".

$$\sqrt{16}=4$$
$$\sqrt{25}=5$$
$$\frac{14}{3}=4{,}67$$

A ordem crescente é : $-4;\ -1;\ \sqrt{16};\frac{14}{3};\ \sqrt{25}$

7 - RESPOSTA: "B".

x=0,181818... temos então pela transformação na fração geratriz: 18/99 = 2/11, substituindo:

$$\frac{\frac{2}{11}+\frac{1}{\frac{2}{11}}-1}{\frac{2}{11}+\frac{1}{\frac{2}{11}}+1}=\frac{\frac{2}{11}+\frac{11}{2}-1}{\frac{2}{11}+\frac{11}{2}+1}=\frac{\frac{4+121-22}{22}}{\frac{4+121+22}{22}}=\frac{103}{147}$$

8 - RESPOSTA: "A".

$$1\ real: 120\cdot\frac{1}{4}=30\ moedas$$

$$50\ centavos: \frac{1}{3}\cdot 120=40\ moedas$$

$$10\ centavos: 120-118\ moedas=2\ moedas$$

$$30+40\cdot 0{,}5+48\cdot 0{,}25+2\cdot 0{,}10=62{,}20$$

Mariana totalizou R$ 62,20.

9 - RESPOSTA: "A".

$$800\cdot\frac{3}{4}=600\ homens$$

$$600\cdot\frac{1}{5}=120\ homens\ detidos$$

Como 3/4 eram homens, 1/4 eram mulheres

$800\cdot\frac{1}{4}=200\ mulheres$ ou 800-600=200 mulheres

$$200\cdot\frac{1}{8}=25\ mulhers\ detidas$$

Total de pessoas detidas: 120+25=145

10 - RESPOSTA: "C".

$$\frac{9}{5}\cdot\frac{75}{3}=\frac{675}{15}=45\ anos$$

NÚMEROS REAIS

O conjunto dos **números reais** *R* é uma expansão do conjunto dos números racionais que engloba não só os inteiros e os fracionários, positivos e negativos, mas também todos os números irracionais.

Os números reais são números usados para representar uma quantidade contínua (incluindo o zero e os negativos). Pode-se pensar num número real como uma fração decimal possivelmente infinita, como 3,141592(...). Os números reais têm uma correspondência biunívoca com os pontos de uma reta.

Denomina-se corpo dos números reais a coleção dos elementos pertencentes à conclusão dos racionais, formado pelo corpo de frações associado aos inteiros (números racionais) e a norma associada ao infinito.

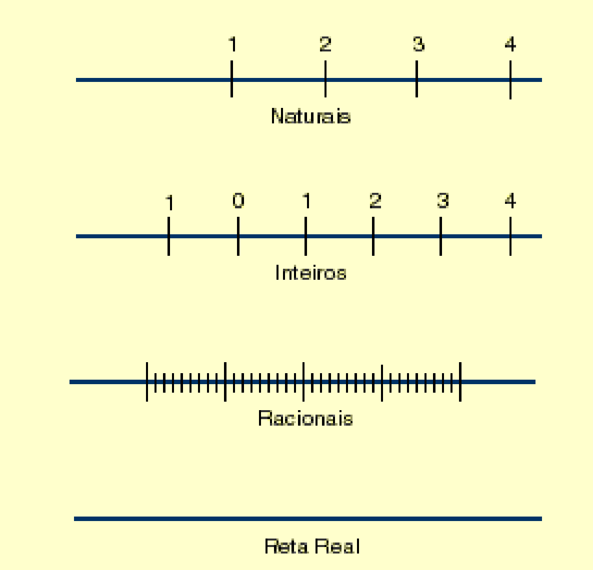
Existem também outras conclusões dos racionais, uma para cada número primo p, chamadas números p-ádicos. O corpo dos números p-ádicos é formado pelos racionais e a norma associada a p!

Propriedade

O conjunto dos números reais com as operações binárias de soma e produto e com a relação natural de ordem formam um corpo ordenado. Além das propriedades de um corpo ordenado, *R* tem a seguinte propriedade: Se *R* for dividido em dois conjuntos (uma partição) *A* e *B*, de modo que todo elemento de *A* é menor que todo elemento de *B*, então existe um elemento *x* que *separa* os dois conjuntos, ou seja, *x* é maior ou igual a todo elemento de *A* e menor ou igual a todo elemento de *B*.

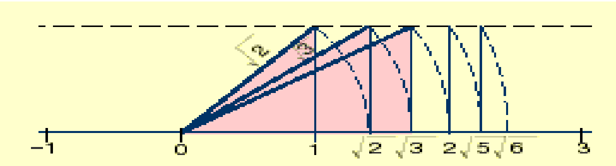
$$\forall A,B,(\mathbb{R}=A\cup B\wedge(\forall a\in A,b\in B,(a<b))\Longrightarrow(\exists x,(\forall a\in A,b\in B\Longrightarrow a\leq x\leq b))$$

Ao conjunto formado pelos números Irracionais e pelos números Racionais chamamos de conjunto dos números Reais. Ao unirmos o conjunto dos números Irracionais com o conjunto dos números Racionais, formando o conjunto dos números Reais, todas as distâncias representadas por eles sobre uma reta preenchem-na por completo; isto é, ocupam todos os seus pontos. Por isso, essa reta é denominada reta Real.



Cada novo conjunto numérico ocupa mais pontos da reta.
O conjunto dos números reais a preenche por completo.

Podemos concluir que na representação dos números Reais sobre uma reta, dados uma origem e uma unidade, a cada ponto da reta corresponde um número Real e a cada número Real corresponde um ponto na reta.



Ordenação dos números Reais

A representação dos números Reais permite definir uma relação de ordem entre eles. Os números Reais positivos são maiores que zero e os negativos, menores. Expressamos a relação de ordem da seguinte maneira: Dados dois números Reais **a** e **b**,

$a \leq b \leftrightarrow b - a \geq 0$

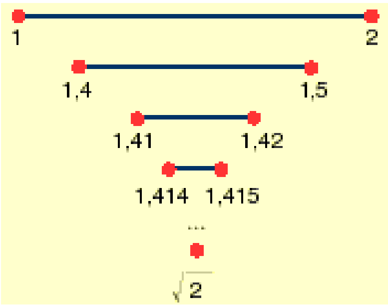
Exemplo: $-15 \leq \leftrightarrow 5 - (-15) \geq 0$

$5 + 15 \geq 0$

Propriedades da relação de ordem

- Reflexiva: $a \leq a$
- Transitiva: $a \leq b$ e $b \leq c \rightarrow a \leq c$
- Anti-simétrica: $a \leq b$ e $b \leq a \rightarrow a = b$
- Ordem total: $a < b$ ou $b < a$ ou $a = b$

Expressão aproximada dos números Reais



Os números Irracionais possuem infinitos algarismos decimais não-periódicos. As operações com esta classe de números sempre produzem erros quando não se utilizam todos os algarismos decimais. Por outro lado, é impossível utilizar todos eles nos cálculos. Por isso, somos obrigados a usar aproximações, isto é, cortamos o decimal em algum lugar e desprezamos os algarismos restantes. Os algarismos escolhidos serão uma aproximação do número Real. Observe como tomamos a aproximação de e do número nas tabelas.

	Aproximação por			
	Falta		**Excesso**	
Erro menor que	$\sqrt{2}$	π	$\sqrt{2}$	π
1 unidade	**1**	**3**	**2**	**4**
1 décimo	**1,4**	**3,1**	**1,5**	**3,2**
1 centésimo	**1,41**	**3,14**	**1,42**	**3,15**
1 milésimo	**1,414**	**3,141**	**1,415**	**3,142**
1 décimo de milésimo	**1,4142**	**3,1415**	**1,4134**	**3,1416**

Operações com números Reais

Operando com as aproximações, obtemos uma sucessão de intervalos fixos que determinam um número Real. É assim que vamos trabalhar as operações adição, subtração, multiplicação e divisão. Relacionamos, em seguida, uma série de recomendações úteis para operar com números Reais:

- Vamos tomar a aproximação por falta.
- Se quisermos ter uma ideia do erro cometido, escolhemos o mesmo número de casas decimais em ambos os números.
- Se utilizamos uma calculadora, devemos usar a aproximação máxima admitida pela máquina (o maior número de casas decimais).
- Quando operamos com números Reais, devemos fazer constar o erro de aproximação ou o número de casas decimais.
- É importante adquirirmos a idéia de aproximação em função da necessidade. Por exemplo, para desenhar o projeto de uma casa, basta tomar medidas com um erro de centésimo.
- Em geral, para obter uma aproximação de **n** casas decimais, devemos trabalhar com números Reais aproximados, isto é, com **n** + 1 casas decimais.

Para colocar em prática o que foi exposto, vamos fazer as quatro operações indicadas: adição, subtração, multiplicação e divisão com dois números Irracionais.

$$\sqrt{2} = 1{,}41421\ldots$$
$$\sqrt{3} = 1{,}73205\ldots$$

Valor Absoluto

Como vimos, o **erro** pode ser:
- Por *excesso*: neste caso, consideramos o erro positivo.
- Por *falta*: neste caso, consideramos o erro negativo.

Quando o erro é dado sem sinal, diz-se que está dado em valor absoluto. O valor absoluto de um número **a** é designado por **|a|** e coincide com o número positivo, se for positivo, e com seu oposto, se for negativo.

Exemplo: Um livro nos custou 8,50 reais. Pagamos com uma nota de 10 reais. Se nos devolve 1,60 real de troco, o vendedor cometeu um erro de +10 centavos. Ao contrário, se nos devolve 1,40 real, o erro cometido é de 10 centavos.

Figura 8	Aproximação	Por excesso	Por falta
Soma de números reais: $\sqrt{2}+\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	1,4143	1,4142
	$\sqrt{3}$	1,7321	1,7320
	$\sqrt{3}+\sqrt{2}$	3,1464	3,1462
	erro máximo	0,0002	0,0002
Subtração de números reais: $\sqrt{3}-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1,4143	1,4142
	$\sqrt{3}$	1,7321	1,7320
	$\sqrt{3}-\sqrt{2}$	0,3178	0,3178
	erro máximo	0,0000	0,0000
Multiplicação de números reais: $\sqrt{3}\times\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1,4143	1,4142
	$\sqrt{3}$	1,7321	1,7320
	$\sqrt{3}\times\sqrt{2}$	2,4497	2,4493
	erro máximo	0,0004	0,0004
Divisão de números reais: $\sqrt{3}\div\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1,4143	1,4142
	$\sqrt{3}$	1,7321	1,7320
	$\sqrt{3}\div\sqrt{2}$	1,2247	1,2247
	erro máximo	0,0000	0,0000

Questões

1 - (SABESP – APRENDIZ – FCC/2012) Um comerciante tem 8 prateleiras em seu empório para organizar os produtos de limpeza. Adquiriu 100 caixas desses produtos com 20 unidades cada uma, sendo que a quantidade total de unidades compradas será distribuída igualmente entre essas prateleiras. Desse modo, cada prateleira receberá um número de unidades, desses produtos, igual a

A) 40
B) 50
C) 100
D) 160
E) 250

2 - (CÂMARA DE CANITAR/SP – RECEPCIONISTA – INDEC/2013) Em uma banca de revistas existem um total de 870 exemplares dos mais variados temas. Metade das revistas é da editora A, dentre as demais, um terço são publicações antigas. Qual o número de exemplares que não são da Editora A e nem são antigas?

A) 320
B) 290
C) 435
D) 145

3 - (TRT 6ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO- ADMINISTRATIVA – FCC/2012) Em uma praia chamava a atenção um catador de cocos (a água do coco já havia sido retirada). Ele só pegava cocos inteiros e agia da seguinte maneira: o primeiro coco ele coloca inteiro de um lado; o segundo ele dividia ao meio e colocava as metades em outro lado; o terceiro coco ele dividia em três partes iguais e colocava os terços de coco em um terceiro lugar, diferente dos outros lugares; o quarto coco ele dividia em quatro partes iguais e colocava os quartos de coco em um quarto lugar diferente dos outros lugares. No quinto coco agia como se fosse o primeiro coco e colocava inteiro de um lado, o seguinte dividia ao meio, o seguinte em três partes iguais, o seguinte em quatro partes iguais e seguia na sequência: inteiro, meios, três partes iguais, quatro partes iguais. Fez isso com exatamente 59 cocos quando alguém disse ao catador: eu quero três quintos dos seus terços de coco e metade dos seus quartos de coco. O catador consentiu e deu para a pessoa

A) 52 pedaços de coco.
B) 55 pedaços de coco.
C) 59 pedaços de coco.
D) 98 pedaços de coco.
E) 101 pedaços de coco.

4 - (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM/2014) A mãe do Vitor fez um bolo e repartiu em 24 pedaços, todos de mesmo tamanho. A mãe e o pai comeram juntos, ¼ do bolo. O Vitor e a sua irmã comeram, cada um deles, ¼ do bolo. Quantos pedaços de bolo sobraram?

A) 4
B) 6
C) 8
D) 10
E) 12

5 - (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM/2014) Paulo recebeu R$1.000,00 de salário. Ele gastou ¼ do salário com aluguel da casa e 3/5 do salário com outras despesas. Do salário que Paulo recebeu, quantos reais ainda restam?

A) R$ 120,00
B) R$ 150,00
C) R$ 180,00
D) R$ 210,00
E) R$ 240,00

6 - (UFABC/SP – TECNÓLOGO-TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO – VUNESP/2013) Um jardineiro preencheu parcialmente, com água, 3 baldes com capacidade de 15 litros cada um. O primeiro balde foi preenchido com 2/3 de sua capacidade, o segundo com 3/5 da capacidade, e o terceiro, com um volume correspondente à média dos volumes dos outros dois baldes. A soma dos volumes de água nos três baldes, em litros, é

A) 27.
B) 27,5.
C) 28.
D) 28,5.
E) 29.

7 - (UFOP/MG – ADMINISTRADOR DE EDIFICIOS – UFOP/2013) Uma pessoa caminha 5 minutos em ritmo normal e, em seguida, 2 minutos em ritmo acelerado e, assim, sucessivamente, sempre intercalando os ritmos da caminhada (5 minutos normais e 2 minutos acelerados). A caminhada foi iniciada em ritmo normal, e foi interrompida após 55 minutos do início.

O tempo que essa pessoa caminhou aceleradamente foi:

A) 6 minutos
B) 10 minutos
C) 15 minutos
D) 20 minutos

8 - (PREF. IMARUÍ – AGENTE EDUCADOR – PREF. IMARUÍ/2014) Sobre o conjunto dos números reais é CORRETO dizer:

A) O conjunto dos números reais reúne somente os números racionais.
B) R* é o conjunto dos números reais não negativos.
C) Sendo A = {-1,0}, os elementos do conjunto A não são números reais.
D) As dízimas não periódicas são números reais.

9 - (TJ/SP - AUXILIAR DE SAÚDE JUDICIÁRIO - AUXILIAR EM SAÚDE BUCAL – VUNESP/2013) Para numerar as páginas de um livro, uma impressora gasta 0,001 mL por cada algarismo impresso. Por exemplo, para numerar as páginas 7, 58 e 290 gasta-se, respectivamente, 0,001 mL, 0,002 mL e 0,003 mL de tinta. O total de tinta que será gasto para numerar da página 1 até a página 1 000 de um livro, em mL, será

A) 1,111.
B) 2,003.
C) 2,893.
D) 1,003.
E) 2,561.

10 - (BNDES – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – CESGRANRIO/2013) Gilberto levava no bolso três moedas de R$ 0,50, cinco de R$ 0,10 e quatro de R$ 0,25. Gilberto retirou do bolso oito dessas moedas, dando quatro para cada filho.

A diferença entre as quantias recebidas pelos dois filhos de Gilberto é de, no máximo,

A) R$ 0,45
B) R$ 0,90
C) R$ 1,10
D) R$ 1,15
E) R$ 1,35

Respostas

1 - RESPOSTA: “E”.
Total de unidades: 100 · 20=2000 unidades

$\frac{2000}{8} = 250$ unidades em cada prateleira.

2 - RESPOSTA: “B”.
editora A: 870/2=435 revistas
publicações antigas: 435/3=145 revistas

$435 + 145 = 580$
$870 - 580 = 290$

O número de exemplares que não são da Editora A e nem são antigas são 290.

3 - RESPOSTA: “B”.

$\frac{59}{4} = 14\ resto\ 3$

14 vezes iguais
Coco inteiro: 14
Metades:14.2=28
Terça parte:14.3=42
Quarta parte:14.4=56
3 cocos: 1 coco inteiro, metade dos cocos, terça parte
Quantidade total
Coco inteiro: 14+1=15
Metades: 28+2=30
Terça parte:42+3=45
Quarta parte :56

$$\frac{3}{5} \cdot 45 + \frac{1}{2} \cdot 56 = 27 + 28 = 55$$

4 - RESPOSTA “B”.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Sobrou 1/4 do bolo.

$$24 \cdot \frac{1}{4} = 6\ pedaços$$

5 - RESPOSTA: “B”.

Aluguel: $1000 \cdot \frac{1}{4} = 250$

Outras despesas: $1000 \cdot \frac{3}{5} = 600$

$$250 + 600 = 850$$

Restam :1000-850=R$150,00

6 - RESPOSTA: "D".
Primeiro balde:

$$\frac{2}{3} \cdot 15 = 10\ litros$$

Segundo balde:

$$\frac{3}{5} \cdot 15 = 9\ litros$$

Terceiro balde:

$$\frac{10+9}{2} = 9{,}5\ litros$$

A soma dos volumes é : 10+9+9,5=28,5 litros

7 - RESPOSTA: "C".
A caminhada sempre vai ser 5 minutos e depois 2 minutos, então 7 minutos ao total.
Dividindo o total da caminhada pelo tempo, temos:

$$\frac{55}{7} = 7\ e\ resta\ 6$$

Assim, sabemos que a pessoa caminhou 7. (5 minutos +2 minutos) +6 minutos (5 minutos+1 minuto)
Aceleradamente caminhou: (7.2)+1➔ 14+1=15 minutos

8 - RESPOSTA: "D".
A) errada - O conjunto dos números reais tem os conjuntos: naturais, inteiros, racionais e irracionais.
B) errada – R* são os reais sem o zero.
C) errada - -1 e 0 são números reais.

9 - RESPOSTA: "C".
1 a 9 =9 algarismos=0,001 · 9=0,009 ml
De 10 a 99, temos que saber quantos números tem.
99-10+1=90.
OBS: soma 1, pois quanto subtraímos exclui-se o primeiro número.
90 números de 2 algarismos: 0,002 · 90=0,18ml
De 100 a 999
999-100+1=900 números
900 · 0,003=2,7ml
1000=0,004ml
Somando: 0,009+0,18+2,7+0,004=2,893

10 - RESPOSTA: "E".
Supondo que as quatro primeiras moedas sejam as 3 de R$ 0,50 e 1 de R$ 0,25(maiores valores).
Um filho receberia : 1,50+0,25=R$1,75
E as ouras quatro moedas sejam de menor valor: 4 de R$ 0,10=R$ 0,40.
A maior diferença seria de 1,75-0,40=1,35
Dica: sempre que fala a maior diferença tem que o maior valor possível – o menor valor.

2. GRANDEZAS E MEDIDAS

NÚMEROS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Considere a seguinte situação:

Joana gosta de queijadinha e por isso resolveu aprender a fazê-las. Adquiriu a receita de uma amiga. Nessa receita, os ingredientes necessários são:

3 ovos
1 lata de leite condensado
1 xícara de leite
2 colheres das de sopa de farinha de trigo
1 colher das de sobremesa de fermento em pó
1 pacote de coco ralado
1 xícara de queijo ralado
1 colher das de sopa de manteiga

Veja que:

- Para se fazerem 2 receitas seriam usados 6 ovos para 4 colheres de farinha;
- Para se fazerem 3 receitas seriam usados 9 ovos para 6 colheres de farinha;
- Para se fazerem 4 receitas seriam usados 12 ovos para 8 colheres de farinha;
- Observe agora as duas sucessões de números:

Sucessão do número de ovos:	6	9	12
Sucessão do número de colheres de farinha:	4	6	8

Nessas sucessões as razões entre os termos correspondentes são iguais:

$\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ $\quad \frac{9}{6}=\frac{3}{2}$ $\quad \frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

Assim: $\frac{6}{4}=\frac{9}{6}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

Dizemos, então, que:

- os números da sucessão 6, 9, 12 são **diretamente proporcionais** aos da sucessão 4, 6, 8;
- o número $\frac{3}{2}$, que é a razão entre dois termos correspondentes, é chamado **fator de proporcionalidade**.

Duas sucessões de números não-nulos são diretamente proporcionais quando as razões entre cada termo da primeira sucessão e o termo correspondente da segunda sucessão são iguais.

Exemplo 1: Vamos determinar *x* e *y*, de modo que as sucessões sejam diretamente proporcionais:

2	8	y
3	x	21

Como as sucessões são diretamente proporcionais, as razões são iguais, isto é:

$$\frac{2}{3}=\frac{8}{x}=\frac{y}{21}$$

$\frac{2}{3}=\frac{8}{x}$

2x = 3 . 8
2x = 24

x= $\frac{24}{2}$

x=12

$\frac{2}{3}=\frac{y}{21}$

3y = 2 . 21
3y = 42

y= $\frac{42}{3}$

y=14

Logo, x = 12 e y = 14

Exemplo 2: Para montar uma pequena empresa, Júlio, César e Toni formaram uma sociedade. Júlio entrou com R$ 24.000,00, César com R$ 27.000,00 e Toni com R$ 30.000,00. Depois de 6 meses houve um lucro de R$ 32.400,00 que foi repartido entre eles em partes diretamente proporcionais à quantia investida. Calcular a parte que coube a cada um.

Solução:

Representando a parte de Júlio por *x*, a de César por *y*, e a de Toni por *z*, podemos escrever:

$$\left\{\begin{array}{l} x+y+z=32400 \\ \frac{x}{24000}=\frac{y}{27000}=\frac{z}{30000} \end{array}\right\}$$

$$\frac{x}{24000}=\frac{y}{27000}=\frac{z}{30000}=\frac{\overbrace{x+y+z}^{32400}}{\underbrace{24000+27000+30000}_{81000}}$$

Resolvendo as proporções:

$$\frac{x}{24000}=\frac{\cancel{32400}^{4}}{\cancel{81000}^{10}}$$

10x = 96 000
x = 9 600

$$\frac{y}{27000}=\frac{4}{10}$$

10y = 108 000

y = 10 800

$$\frac{z}{3000}=\frac{4}{10}$$

10z = 120 000
z = 12 000

Logo, Júlio recebeu R$ 9.600,00, César recebeu R$ 10.800,00 e Toni, R$ 12.000,00.

Números Inversamente Proporcionais

Considere os seguintes dados, referentes à produção de sorvete por uma máquina da marca x-5:

1 máquina x-5 produz 32 litros de sorvete em 120 min.
2 máquinas x-5 produzem 32 litros de sorvete em 60 min.
4 máquinas x-5 produzem 32 litros de sorvete em 30 min.
6 máquinas x-5 produzem 32 litros de sorvete em 20 min.

Observe agora as duas sucessões de números:

Sucessão do número de máquinas:	1	2	4	6
Sucessão do número de minutos:	120	60	30	20

Nessas sucessões as razões entre cada termo da primeira sucessão e o inverso do termo correspondente da segunda são iguais:

$$\frac{1}{\frac{1}{120}}=\frac{2}{\frac{1}{60}}=\frac{4}{\frac{1}{30}}=\frac{6}{\frac{1}{20}}=120$$

Dizemos, então, que:
- os números da sucessão 1, 2, 4, 6 são inversamente proporcionais aos da sucessão 120, 60, 30, 20;
- o número 120, que é a razão entre cada termo da primeira sucessão e o inverso do seu correspondente na segunda, é chamado fator de proporcionalidade.

Observando que

$\frac{1}{\frac{1}{20}}$ é o mesmo que 1.120=120 $\frac{4}{\frac{1}{30}}$ é mesmo que 4.30=120

$\frac{2}{\frac{1}{60}}$ é o mesmo que 2.60=120 $\frac{6}{\frac{1}{20}}$ é o mesmo que 6.20= 120

Podemos dizer que: Duas sucessões de números não-nulos são inversamente proporcionais quando os produtos de cada termo da primeira sucessão pelo termo correspondente da segunda sucessão são iguais.

Exemplo 1: Vamos determinar *x* e *y*, de modo que as sucessões sejam inversamente proporcionais:

$$\begin{matrix} 4 & x & 8 \\ 20 & 16 & y \end{matrix}$$

Para que as sucessões sejam inversamente proporcionais, os produtos dos termos correspondentes deverão ser iguais. Então devemos ter:

4 . 20 = 16 . x = 8 . y

16 . x = 4 . 20
16x = 80
x = 80/16
x = 5

8 . y = 4 . 20
8y = 80
y = 80/8
y = 10

Logo, x = 5 e y = 10.

Exemplo 2: Vamos dividir o número 104 em partes inversamente proporcionais aos números 2, 3 e 4.

Representamos os números procurados por *x*, *y* e *z*. E como as sucessões (*x*, *y*, *z*) e (2, 3, 4) devem ser inversamente proporcionais, escrevemos:

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{z}{\frac{1}{4}} \qquad \frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{z}{\frac{1}{4}} = \frac{\overbrace{x+y+z}^{104}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}$$

Como, $\frac{104}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}} = \frac{104}{\frac{6+4+3}{12}} = \frac{104}{\frac{13}{12}} = 104 : \frac{13}{12} = 104^{8} . \frac{12}{13^{1}} = \frac{96}{\cancel{1}}$, vem

$x = \cancel{96}^{48} . \frac{1}{\cancel{2}^{1}}$ $\qquad y = 96^{32} . \frac{\cancel{1}}{\cancel{3}^{1}}$ $\qquad z = 96^{24} . \frac{\cancel{1}}{\cancel{4}^{1}}$

x = 48 $\qquad$ **y = 32** $\qquad$ **z = 24**

Logo, os números procurados são 48, 32 e 24.

Grandezas Diretamente Proporcionais

Considere uma usina de açúcar cuja produção, nos cinco primeiros dias da safra de 2005, foi a seguinte:

Dias	Sacos de açúcar
1	5 000
2	10 000
3	15 000
4	20 000
5	25 000

Com base na tabela apresentada observamos que:

- duplicando o número de dias, duplicou a produção de açúcar;
- triplicando o número de dias, triplicou a produção de açúcar, e assim por diante.

Nesse caso dizemos que as grandezas **tempo** e **produção** são **diretamente proporcionais**.

Observe também que, duas a duas, as razões entre o número de dias e o número de sacos de açúcar são iguais:

$$\frac{1}{2}=\frac{5000}{10000} \quad \frac{1}{4}=\frac{5000}{20000} \quad \frac{2}{3}=\frac{10000}{15000} \quad \frac{2}{5}=\frac{10000}{25000} \quad \frac{3}{5}=\frac{15000}{25000}$$

$$\frac{1}{3}=\frac{5000}{15000} \quad \frac{1}{5}=\frac{5000}{25000} \quad \frac{2}{4}=\frac{10000}{20000} \quad \frac{3}{4}=\frac{15000}{20000} \quad \frac{4}{5}=\frac{20000}{25000}$$

Isso nos leva a estabelecer que: Duas grandezas são diretamente proporcionais quando a razão entre os valores da primeira é igual à razão entre os valores da segunda.

Tomemos agora outro exemplo.

Com 1 tonelada de cana-de-açúcar, uma usina produz 70l de álcool.

De acordo com esses dados podemos supor que:

- com o dobro do número de toneladas de cana, a usina produza o dobro do número de litros de álcool, isto é, 140l;
- com o triplo do número de toneladas de cana, a usina produza o triplo do número de litros de álcool, isto é, 210l.

Então concluímos que as grandezas quantidade de cana-de-açúcar e número de litros de álcool são **diretamente proporcionais.**

Grandezas Inversamente Proporcionais

Considere uma moto cuja velocidade média e o tempo gasto para percorrer determinada distância encontram-se na tabela:

Velocidade	Tempo
30 km/h	12 h
60 km/h	6 h
90 km/h	4 h
120 km/h	3 h

Com base na tabela apresentada observamos que:

- duplicando a velocidade da moto, o número de horas fica reduzido à metade;
- triplicando a velocidade, o número de horas fica reduzido à terça parte, e assim por diante.

Nesse caso dizemos que as grandezas **velocidade** e **tempo** são **inversamente proporcionais**.

Observe que, duas a duas, as razões entre os números que indicam a velocidade são iguais ao inverso das razões que indicam o tempo:

$\frac{30}{60} = \frac{6}{12}$ inverso da razão $\frac{12}{6}$

$\frac{30}{90} = \frac{4}{12}$ inverso da razão $\frac{12}{4}$

$\frac{30}{120} = \frac{3}{12}$ inverso da razão $\frac{12}{3}$

$\frac{60}{90} = \frac{4}{6}$ inverso da razão $\frac{6}{4}$

$\frac{60}{120} = \frac{3}{6}$ inverso da razão $\frac{6}{3}$

$\frac{90}{120} = \frac{3}{6}$ inverso da razão $\frac{4}{3}$

Podemos, então, estabelecer que: Duas grandezas são inversamente proporcionais quando a razão entre os valores da primeira é igual ao inverso da razão entre os valores da segunda.

Acompanhe o exemplo a seguir:

Cinco máquinas iguais realizam um trabalho em 36 dias. De acordo com esses dados, podemos supor que:

- o dobro do número de máquinas realiza o mesmo trabalho na metade do tempo, isto é, 18 dias;
- o triplo do número de máquinas realiza o mesmo trabalho na terça parte do tempo, isto é, 12 dias.

Então concluímos que as grandezas **quantidade de máquinas** e **tempo** são **inversamente proporcionais**.

QUESTÕES

1 - (PGE/BA – ASSISTENTE DE PROCURADORIA – FCC/2013) Uma faculdade irá inaugurar um novo espaço para sua biblioteca, composto por três salões. Estima-se que, nesse espaço, poderão ser armazenados até 120.000 livros, sendo 60.000 no salão maior, 15.000 no menor e os demais no intermediário. Como a faculdade conta atualmente com apenas 44.000 livros, a bibliotecária decidiu colocar, em cada salão, uma quantidade de livros diretamente proporcional à respectiva capacidade máxima de armazenamento. Considerando a estimativa feita, a quantidade de livros que a bibliotecária colocará no salão intermediário é igual a

A) 17.000.
B) 17.500.
C) 16.500.
D) 18.500.
E) 18.000.

2 - (PREF. PAULISTANA/PI – PROFESSOR DE MATEMÁTICA – IMA/2014) Uma herança de R$ 750.000,00 deve ser repartida entre três herdeiros, em partes proporcionais a suas idades que são de 5, 8 e 12 anos. O mais velho receberá o valor de:

A) R$ 420.000,00
B) R$ 250.000,00
C) R$ 360.000,00
D) R$ 400.000,00
E) R$ 350.000,00

3 - (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC/2014) Uma empresa foi constituída por três sócios, que investiram, respectivamente, R$60.000,00, R$40.000,00 e R$20.000,00. No final do primeiro ano de funcionamento, a empresa obteve um lucro de R$18.600,00 para dividir entre os sócios em quantias diretamente proporcionais ao que foi investido. O sócio que menos investiu deverá receber

A) R$2.100,00.
B) R$2.800,00.
C) R$3.400,00.
D) R$4.000,00.
E) R$3.100,00.

4 - (METRÔ/SP - AGENTE DE SEGURANÇA METROVIÁRIA I - FCC/2013) Um mosaico foi construído com triângulos, quadrados e hexágonos. A quantidade de polígonos de cada tipo é proporcional ao número de lados do próprio polígono. Sabe-se que a quantidade total de polígonos do mosaico é 351. A quantidade de triângulos e quadrados somada supera a quantidade de hexágonos em

A) 108.
B) 27.
C) 35.
D) 162.
E) 81.

5 - (PC/SP – OFICIAL ADMINISTRATIVO – VUNESP/2014) Foram construídos dois reservatórios de água. A razão entre os volumes internos do primeiro e do segundo é de 2 para 5, e a soma desses volumes é $14m^3$. Assim, o valor absoluto da diferença entre as capacidades desses dois reservatórios, em litros, é igual a

A) 8000.
B) 6000.
C) 4000.
D) 6500.
E) 9000.

6 – (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC/2014) Na tabela abaixo, a sequência de números da coluna A é inversamente proporcional à sequência de números da coluna B.

A	B
16	60
12	X
8	120
4	240

A letra X representa o número

A) 90.
B) 80.
C) 96.
D) 84.
E) 72.

7 - (SAMU/SC – ASSISTENTE ADMINISTRATIVO – SPDM/2012) Carlos dividirá R$ 8.400,00 de forma inversamente proporcional à idade de seus dois filhos: Marcos, de12 anos, e Fábio, de 9 anos. O valor que caberá a Fábio será de:

A) R$ 3.600,00
B) R$ 4.800,00
C) R$ 7.000,00
D) R$ 5.600,00

8 - (TRT – FCC) Três técnicos judiciários arquivaram um total de 382 processos, em quantidades inversamente proporcionais as suas respectivas idades: 28, 32 e 36 anos. Nessas condições, é correto afirmar que o número de processos arquivados pelo mais velho foi:

A) 112
B) 126
C) 144
D) 152
E) 164

RESPOSTAS

1 - RESPOSTA: "C".

Como é diretamente proporcional, podemos analisar da seguinte forma:

No salão maior, percebe-se que é a metade dos livros, no salão menor é 1/8 dos livros.

Então, como tem 44.000 livros, no salão maior ficará com 22.000 e no salão menor é 5.500 livros.

22000+5500=27500

Salão intermediário:44.000-27.500=16.500 livros.

2 - RESPOSTA: "C".

5x+8x+12x=750.000
25x=750.000
X=30.000
O mais velho receberá:12 · 30000=360.000,00

3 - RESPOSTA: "E".

20000 :40000 :60000
1: 2: 3
k+2k+3k=18600
6k=18600
k=3100
O sócio que investiu R$20.000,00 receberá R$3.100,00.

4 - RESPOSTA: "B".

$$triângulos: 3x$$
$$quadrado: 4x$$
$$hexágono: 6x$$

$$3x + 4x + 6x = 351$$
$$13x = 351$$
$$x = 27$$
$$3x + 4x = 3.27 + 4.27 = 81 + 108 = 189$$
$$6x = 6.27 = 162$$

189-162= 27

5 - RESPOSTA: "B".

Primeiro:2k
Segundo:5k
2k+5k=14
7k=14
K=2
Primeiro=2.2=4
Segundo=5.2=10
Diferença=10-4=$6m^3$

$1m^3$------1000L
6--------x
X=6000 l

6 - RESPOSTA: "B".

$$\frac{16}{\frac{1}{60}}=\frac{12}{\frac{1}{X}}$$
$$16\cdot 60=12\cdot X$$

X=80

7 - RESPOSTA: "B".
Marcos: a
Fábio: b
a+b=8400
b=4800

$$\frac{a}{\frac{1}{12}}+\frac{b}{\frac{1}{9}}=\frac{a+b}{\frac{1}{12}+\frac{1}{9}}$$

$$\frac{b}{\frac{1}{9}}=\frac{8400}{\frac{3}{36}+\frac{4}{36}}$$

$$\frac{7}{36}b=\frac{8400}{9}$$

Sistema de Medidas Decimais

Um sistema de medidas é um conjunto de unidades de medida que mantém algumas relações entre si. O sistema métrico decimal é hoje o mais conhecido e usado no mundo todo. Na tabela seguinte, listamos as unidades de medida de comprimento do sistema métrico. A unidade fundamental é o metro, porque dele derivam as demais.

Unidades de Comprimento						
km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
quilômetro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
1000m	100m	10m	1m	0,1m	0,01m	0,001m

Há, de fato, unidades quase sem uso prático, mas elas têm uma função. Servem para que o sistema tenha um padrão: cada unidade vale sempre 10 vezes a unidade menor seguinte.
Por isso, o sistema é chamado decimal.

E há mais um detalhe: embora o decímetro não seja útil na prática, o decímetro cúbico é muito usado com o nome popular de litro.
As unidades de área do sistema métrico correspondem às unidades de comprimento da tabela anterior.
São elas: quilômetro quadrado (km^2), hectômetro quadrado (hm^2), etc. As mais usadas, na prática, são o quilômetro quadrado, o metro quadrado e o hectômetro quadrado, este muito importante nas atividades rurais com o nome de hectare (ha): 1 hm^2 = 1 ha.
No caso das unidades de área, o padrão muda: uma unidade é 100 vezes a menor seguinte e não 10 vezes, como nos comprimentos. Entretanto, consideramos que o sistema continua decimal, porque 100 = 10^2.

Unidades de Área						
km^2	**hm^2**	**dam^2**	**m^2**	**dm^2**	**cm^2**	**mm^2**
quilômetro quadrado	hectômetro quadrado	decâmetro quadrado	metro quadrado	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
1000000m^2	10000m^2	100m^2	1m^2	0,01m^2	0,0001m^2	0,000001m^2

Agora, vejamos as unidades de volume. De novo, temos a lista: quilômetro cúbico (km^3), hectômetro cúbico (hm^3), etc. Na prática, são muitos usados o metro cúbico e o centímetro cúbico.

Nas unidades de volume, há um novo padrão: cada unidade vale 1000 vezes a unidade menor seguinte. Como $1000 = 10^3$, o sistema continua sendo decimal.

Unidades de Volume						
km^3	**hm^3**	**dam^3**	**m^3**	**dm^3**	**cm^3**	**mm^3**
quilômetro cúbico	hectômetro cúbico	decâmetro cúbico	metro cúbico	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
$1000000000m^3$	$1000000m^3$	$1000m^3$	$1m^3$	$0{,}001m^3$	$0{,}000001m^3$	$0{,}000000001m^3$

A noção de capacidade relaciona-se com a de volume. Se o volume da água que enche um tanque é de 7 000 litros, dizemos que essa é a capacidade do tanque. A unidade fundamental para medir capacidade é o litro (l); 1l equivale a 1 dm^3.

Cada unidade vale 10 vezes a unidade menor seguinte.

Unidades de Capacidade						
kl	**hl**	**dal**	**l**	**dl**	**cl**	**ml**
quilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centímetro	mililitro
1000l	100l	10l	1l	0,1l	0,01l	0,001l

O sistema métrico decimal inclui ainda unidades de medidas de massa. A unidade fundamental é o grama.

Unidades de Massa						
kg	**hg**	**dag**	**g**	**dg**	**cg**	**mg**
quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
1000g	100g	10g	1g	0,1g	0,01g	0,001g

Dessas unidades, só têm uso prático o quilograma, o grama e o miligrama. No dia-a-dia, usa-se ainda a tonelada (t): 1t = 1000 kg.

Não Decimais

Desse grupo, o sistema hora – minuto – segundo, que mede intervalos de tempo, é o mais conhecido.

2h = 2 . 60min = 120 min = 120 . 60s = 7 200s

Para passar de uma unidade para a menor seguinte, multiplica-se por 60.

0,3h não indica 30 minutos nem 3 minutos; como 1 décimo de hora corresponde a 6 minutos, conclui-se que 0,3h = 18min.

Para medir ângulos, também temos um sistema não decimal. Nesse caso, a unidade básica é o grau. Na astronomia, na cartografia e na navegação são necessárias medidas inferiores a 1º. Temos, então:

1 grau equivale a 60 minutos (1º = 60’)
1 minuto equivale a 60 segundos (1’ = 60”)

Os minutos e os segundos dos ângulos não são, é claro, os mesmos do sistema hora – minuto – segundo. Há uma coincidência de nomes, mas até os símbolos que os indicam são diferentes:

1h32min24s é um intervalo de tempo ou um instante do dia.

1º 32’ 24” é a medida de um ângulo.

Por motivos óbvios, cálculos no sistema hora – minuto – segundo são similares a cálculos no sistema grau – minuto – segundo, embora esses sistemas correspondam a grandezas distintas.

Há ainda um sistema não-decimal, criado há algumas décadas, que vem se tornando conhecido. Ele é usado para medir a informação armazenada em memória de computadores, disquetes, discos compacto, etc. As unidades de medida são bytes (b), kilobytes (kb), megabytes (Mb), etc. Apesar de se usarem os prefixos "kilo" e "mega", essas unidades não formam um sistema decimal.

Um kilobyte equivale a 2^{10} bytes e 1 megabyte equivale a 2^{10} kilobytes.

Exercícios

1. **Raquel saiu de casa às 13h 45min, caminhando até o curso de inglês que fica a 15 minutos de sua casa, e chegou na hora da aula cuja duração é de uma hora e meia. A que horas terminará a aula de inglês?**

a) 14h
b) 14h 30min
c) 15h 15min
d) 15h 30min
e) 15h 45min

2. 348 mm3 equivalem a quantos decilitros?

3. Quantos decalitros equivalem a 1 m3?

4. Passe 50 dm2 para hectômetros quadrados.

5. Quantos quilômetros cúbicos equivalem a 14 mm3?

6. Quantos centilitros equivalem a 15 hl?

7. Passe 5.200 gramas para quilogramas.

8. Converta 2,5 metros em centímetros.

9. Quantos minutos equivalem a 5h05min?

10. Quantos minutos se passaram das 9h50min até as 10h35min?

Respostas

1) Resposta "D".
Solução: Basta somarmos todos os valores mencionados no enunciado do teste, ou seja:
13h 45min + 15 min + 1h 30 min = 15h 30min

Logo, a questão correta é a letra D.

2) Resposta "0, 00348 dl".
Solução: Como 1 cm^3 equivale a 1 ml, é melhor dividirmos 348 mm^3 por mil, para obtermos o seu equivalente em centímetros cúbicos: 0,348 cm^3.
Logo 348 mm^3 equivalem a 0, 348 ml, já que cm^3 e ml se equivalem.

Neste ponto já convertemos de uma unidade de medida de volume, para uma unidade de medida de capacidade.
Falta-nos passarmos de mililitros para decilitros, quando então passaremos dois níveis à esquerda. Dividiremos então por 10 duas vezes:

$$0{,}348\ ml : 10 : 10 \Rightarrow 0{,}00348\ dl$$

Logo, 348 mm^3 equivalem a 0, 00348 dl.

3) Resposta "100 dal".
Solução: Sabemos que 1 m^3 equivale a 1.000 l, portanto para convertermos de litros a decalitros, passaremos um nível à esquerda.
Dividiremos então 1.000 por 10 apenas uma vez:

$$1000\ l : 10 \Rightarrow 100\ dal$$

Isto equivale a passar a vírgula uma casa para a esquerda.
Poderíamos também raciocinar da seguinte forma:

Como 1 m^3 equivale a 1 kl, basta fazermos a conversão de 1 kl para decalitros, quando então passaremos dois níveis à direita. Multiplicaremos então 1 por 10 duas vezes:

$$1\ kl \cdot 10 \cdot 10 \Rightarrow 100\ dal$$

Logo, 100 dal equivalem a 1 m^3.

4) Resposta "0, 00005 hm^2".
Solução: Para passarmos de decímetros quadrados para hectômetros quadrados, passaremos três níveis à esquerda.
Dividiremos então por 100 três vezes:

$$50\ dm^2 : 100 : 100 : 100 \Rightarrow 0{,}00005\ hm^2$$

Isto equivale a passar a vírgula seis casas para a esquerda.

Portanto, 50 dm^2 é igual a 0, 00005 hm^2.

5) Resposta "0,000000000000000014 km^3, ou a 1,4 x $10^{-17\ km3}$".

Solução: Para passarmos de milímetros cúbicos para quilômetros cúbicos, passaremos seis níveis à esquerda. Dividiremos então 14 por 1000 seis vezes:

$$14\ mm^3 : 1000 : 1000 : 1000 : 1000 : 1000 : 1000 \Rightarrow 14 : 10^{18}\ km^3 \Rightarrow 14 \cdot 10^{-18}\ km^3 \Rightarrow$$

$$1{,}4 \cdot 10^{-17}\ km^3 \Rightarrow 0.000000000000000014\ km^3$$

Portanto, 0, 000000000000000014 km^3, ou a 1,4 x $10^{-17\ km3\ \text{se expresso em notação científica equivalem a 14 mm3}}$.

6) Resposta "150.000 cl".

Solução: Para irmos de hectolitros a centilitros, passaremos quatro níveis à direita.

Multiplicaremos então 15 por 10 quatro vezes:

$$15\ hl \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \Rightarrow 150.000\ cl$$

Isto equivale a passar a vírgula quatro casas para a direita.

Logo, 150.000 cl equivalem a 15 hl.

7) Resposta "5,2 kg".

Solução: Para passarmos 5.200 gramas para quilogramas, devemos dividir (porque na tabela grama está à direita de quilograma) 5.200 por 10 três vezes, pois para passarmos de gramas para quilogramas saltamos três níveis à esquerda.

Primeiro passamos de grama para decagrama, depois de decagrama para hectograma e finalmente de hectograma para quilograma:

$$5200\ g : 10 : 10 : 10 \Rightarrow 5{,}2\ kg$$

Isto equivale a passar a vírgula três casas para a esquerda.

Portanto, 5.200 g são iguais a 5,2 kg.

8) Resposta "250 cm".

Solução: Para convertermos 2,5 metros em centímetros, devemos multiplicar (porque na tabela metro está à esquerda de centímetro) 2,5 por 10 duas vezes, pois para passarmos de metros para centímetros saltamos dois níveis à direita.

Primeiro passamos de metros para decímetros e depois de decímetros para centímetros:

$$2{,}5\ m \cdot 10 \cdot 10 \Rightarrow 250\ cm$$

Isto equivale a passar a vírgula duas casas para a direita.

Logo, 2,5 m é igual a 250 cm.

9) Resposta "305min".

Solução:

(5 . 60) + 5 = 305 min.

10) Resposta "45 min".

Solução: 45 min

Unidade de tempo

A unidade padrão de medida de tempo é o segundo, abreviado por s.

Os múltiplos do segundo são:

Hora	Minuto	Segundo
h	min	s
3600 s	60 s	1 s

Usamos o sistema sexagesimal, que emprega a base sessenta. Os múltiplos do segundo enquadram-se nesse sistema. Repare que cada unidade é sessenta vezes maior que a unidade que a antecede.

1 h = 60 min

1 min = 60 s

Para transformar uma unidade em outra imediatamente superior, basta dividi-la por 60 e inferior basta multiplica-la por 60.

Ex:3h = 3 . 60 = 180 min

52 min = 52 . 60 = 3120 s

1020 s = 1020 : 60 = 17 min

420 min = 420 : 60 = 7 h

Ao usarmos o sistema sexagesimal, cada grupo de 60 forma outra classe; então, 60 segundos formam 1 minuto e 60 minutos formam 1 hora. Para adicionarmos unidades de tempo vamos tomar cuidado para posicionar hora embaixo de hora, minuto embaixo de minuto e segundo embaixo de segundo.

Por exemplo: 1)Para adicionarmos 5h 12 min 37 s a 8 h 20 min 11 s, vamos colocar as unidades iguais uma embaixo da outra e depois adicionar os valores da mesma classe.

Horaminuto segundo
5 1237
8 2011
----
13 3248

2)vamos adicionar 8h 19 min 58 s com 2 h 24 min 39 s
Horaminuto segundo
8 19 58
224 39
----
10 43 97

Note que , na casa dos segundos, obtivemos 97 s e vamos decompor esse valor em:

97 s = 60 s + 37 s = 1 min + 37 s

Então, devemos retirar 60 s da classe dos segundos e acrescentar 1 min na classe dos minutos.

Logo a resposta fica: 10 h 44 min 37 s

Para subtrair unidades de medida de tempo, o processo é semelhante ao usado na adição.

Ex; vamos subtrair 4 h 41 min 44 s de 7 h 53 min 36 s
Horaminutosegundo
7 5336
4 4144

Perceba que a subtração 36 s – 44 s não é possível nos números naturais, então, vamos retirar 1 min de 53 min, transformar esse 1 min em 60 s e acrescenta-los aos 36 s. Assim:

Hora minuto segundo
7 52 96
4 41 44
----
3 11 52

Para multiplicarmos uma unidade de medida de tempo por um número natural, devemos multiplicar as horas, minutos e segundos Por esse número natural.

Ex: multiplicar 4 h 52 min 8 s por 6
4 h52 min 8 s
X6

24h 312 min48 s

Como 312 min é maior que 1 hora, devemos descobrir quantas horas cabem em 312 minutos. Para isso basta dividir 312 por 60 onde o resultado é 5 e o resto é 12.

Então 312 min = 5 h 12 min

Devemos então acrescentar 5 h a 24 h = 29 h e o resultado fica

29 h 12 min 48 s

Problemas

1.Dois amigos partiram às 10h 32 min de Aparecida do Norte e chegaram a Ribeirão Preto às 16 h 8 min. Quanto tempo durou a viagem?

2. João nasceu numa terça feira às 13 h 45 min 12 s e Maria nasceu no mesmo dia, às 8 h 13 min 47 s. Determine a diferença entre os horários de nascimento de João e Maria, nessa ordem.

3.Um passageiro embarcou em um ônibus na cidade A às 14h 32 min 18s, esse ônibus saiu da rodoviária desta cidade às 14h 55min 40s e chegou à rodoviária da cidade B às 19h 27min 15s,do mesmo dia. Quanto tempo o passageiro permaneceu no interior do ônibus?

a) 05h 54min 09s
b) 04h 05min 57s
c) 05h 05min 09s
d) 04h 54min 57s

Respostas

1.5 h 36 min

2.5 h 31 min 25 s

3.Vamos considerar o horário de chegada à cidade B e o horário que o passageiro entrou no ônibus
19 h27 min15 seg
14 h32 min18 seg

Para subtrair 18 de 15 não é possível então emprestamos 1 minuto dos 27
Que passa a ser 26 e no lugar de 15 seg usamos 15 +60(que é 1 min). Então
75 – 18 = 57 seg.

O mesmo acontece com os minutos. Vamos emprestar 1 hora das 19 que passa a ser 18 e no lugar de 26 minutos usamos 26 + 60 (que é uma hora). Então 86 – 32 = 54 minutos
Por fim 18 h – 14 h = 4 horas
Resp. 4 horas 54 min e 57 seg.

3. PROBLEMAS DE RACIOCÍNIO LÓGICO

Raciocínio Lógico Matemático

Os estudos matemáticos ligados aos fundamentos lógicos contribuem no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, induzindo a organização do pensamento e das ideias, na formação de conceitos básicos, assimilação de regras matemáticas, construção de fórmulas e expressões aritméticas e algébricas. É de extrema importância que em matemática utilize-se atividades envolvendo lógica, no intuito de despertar o raciocínio, fazendo com que se utilize do potencial na busca por soluções dos problemas matemáticos desenvolvidos e baseados nos conceitos lógicos.

A lógica está presente em diversos ramos da matemática, como a probabilidade, os problemas de contagem, as progressões aritméticas e geométricas, as sequências numéricas, equações, funções, análise de gráficos entre outros. Os fundamentos lógicos contribuem na resolução ordenada de equações, na percepção do valor da razão de uma sequência, na elucidação de problemas aritméticos e algébricos e na fixação de conteúdos complexos. A utilização das atividades lógicas contribui na formação de indivíduos capazes de criar ferramentas e mecanismos responsáveis pela obtenção de resultados em Matemática. O sucesso na Matemática está diretamente conectado à curiosidade, pesquisa, deduções, experimentos, visão detalhada, senso crítico e organizacional e todas essas características estão ligadas ao desenvolvimento lógico.

Raciocínio Lógico Dedutivo

A dedução é uma inferência que parte do universal para o mais particular. Assim considera-se que um raciocínio lógico é dedutivo quando, de uma ou mais premissas, se conclui uma proposição que é conclusão lógica da(s) premissa(s). A dedução é um raciocínio de tipo mediato, sendo o silogismo uma das suas formas clássicas. Iniciaremos com a compreensão das sequências lógicas, onde devemos deduzir, ou até induzir, qual a lei de formação das figuras, letras, símbolos ou números, a partir da observação dos termos dados.

Humor Lógico

Orientações Espacial e Temporal

Orientação espacial e temporal verifica a capacidade de abstração no espaço e no tempo. Costuma ser cobrado em questões sobre a disposições de dominós, dados, baralhos, amontoados de cubos com símbolos especificados em suas faces, montagem de figuras com subfiguras, figuras fractais, dentre outras. Inclui também as famosas sequências de figuras nas quais se pede a próxima. Serve para verificar a capacidade do candidato em resolver problemas com base em estímulos visuais.

Raciocínio Verbal

O raciocínio é o conjunto de atividades mentais que consiste na associação de ideias de acordo com determinadas regras. No caso do raciocínio verbal, trata-se da capacidade de raciocinar com conteúdos verbais, estabelecendo entre eles princípios de classificação, ordenação, relação e significados. Ao contrário daquilo que se possa pensar, o raciocínio verbal é uma capacidade intelectual que tende a ser pouco desenvolvida pela maioria das pessoas. No nível escolar, por exemplo, disciplinas como as línguas centram-se em objetivos como a ortografia ou a gramática, mas não estimulam/incentivam à aprendizagem dos métodos de expressão necessários para que os alunos possam fazer um uso mais completo da linguagem.

Por outro lado, o auge dos computadores e das consolas de jogos de vídeo faz com que as crianças costumem jogar de forma individual, isto é, sozinhas (ou com outras crianças que não se encontrem fisicamente com elas), pelo que não é feito um uso intensivo da linguagem. Uma terceira causa que se pode aqui mencionar para explicar o fraco raciocínio verbal é o fato de jantar em frente à televisão. Desta forma, perde-se o diálogo no seio da família e a arte de conversar.

Entre os exercícios recomendados pelos especialistas para desenvolver o raciocínio verbal, encontram-se as analogias verbais, os exercícios para completar orações, a ordem de frases e os jogos onde se devem excluir certos conceitos de um grupo. Outras propostas implicam que sigam/respeitem certas instruções, corrijam a palavra inadequada (o intruso) de uma frase ou procurem/descubram antônimos e sinônimos de uma mesma palavra.

Lógica Sequencial

Lógica Sequencial

O Raciocínio é uma operação lógica, discursiva e mental. Neste, o intelecto humano utiliza uma ou mais proposições, para concluir através de mecanismos de comparações e abstrações, quais são os dados que levam às respostas verdadeiras, falsas ou prováveis. Foi pelo processo do raciocínio que ocorreu o desenvolvimento do método matemático, este considerado instrumento puramente teórico e dedutivo, que prescinde de dados empíricos. Logo, resumidamente o raciocínio pode ser considerado também um dos integrantes dos mecanismos dos processos cognitivos superiores da formação de conceitos e da solução de problemas, sendo parte do pensamento.

Sequências Lógicas

As sequências podem ser formadas por números, letras, pessoas, figuras, etc. Existem várias formas de se estabelecer uma sequência, o importante é que existam pelo menos três elementos que caracterize a lógica de sua formação, entretanto algumas séries necessitam de mais elementos para definir sua lógica. Algumas sequências são bastante conhecidas e todo aluno que estuda lógica deve conhecê-las, tais como as progressões aritméticas e geométricas, a série de Fibonacci, os números primos e os quadrados perfeitos.

Sequência de Números

Progressão Aritmética: Soma-se constantemente um mesmo número.

$$2 \xrightarrow{+3} 5 \xrightarrow{+3} 8 \xrightarrow{+3} 11 \xrightarrow{+3} 14 \xrightarrow{+3} 17$$

Progressão Geométrica: Multiplica-se constantemente um mesmo número.

$$2 \xrightarrow{\times 3} 6 \xrightarrow{\times 3} 18 \xrightarrow{\times 3} 54 \xrightarrow{\times 3} 162 \xrightarrow{\times 3} 486$$

Incremento em Progressão: O valor somado é que está em progressão.

$$1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+3} 7 \xrightarrow{+4} 11 \xrightarrow{+5} 16$$

Série de Fibonacci: Cada termo é igual a soma dos dois anteriores.

1 1 2 3 5 8 13

Números Primos: Naturais que possuem apenas dois divisores naturais.

2 3 5 7 11 13 17

Quadrados Perfeitos: Números naturais cujas raízes são naturais.

1 4 9 16 25 36 49

Sequência de Letras

As sequências de letras podem estar associadas a uma série de números ou não. Em geral, devemos escrever todo o alfabeto (observando se deve, ou não, contar com k, y e w) e circular as letras dadas para entender a lógica proposta.

A C F J O U

Observe que foram saltadas 1, 2, 3, 4 e 5 letras e esses números estão em progressão.

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U

B1 2F H4 8L N16 32R T64

Nesse caso, associou-se letras e números (potências de 2), alternando a ordem. As letras saltam 1, 3, 1, 3, 1, 3 e 1 posições.

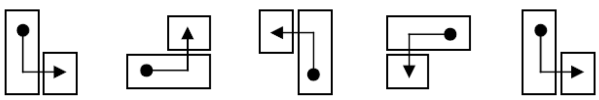
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T

Sequência de Pessoas

Na série a seguir, temos sempre um homem seguido de duas mulheres, ou seja, aqueles que estão em uma posição múltipla de três (3º, 6º, 9º, 12º,...) serão mulheres e a posição dos braços sempre alterna, ficando para cima em uma posição múltipla de dois (2º, 4º, 6º, 8º,...). Sendo assim, a sequência se repete a cada seis termos, tornando possível determinar quem estará em qualquer posição.

Sequência de Figuras

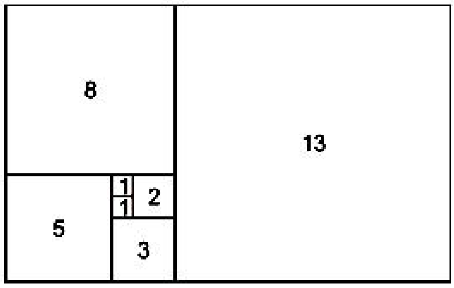
Esse tipo de sequência pode seguir o mesmo padrão visto na sequência de pessoas ou simplesmente sofrer rotações, como nos exemplos a seguir.



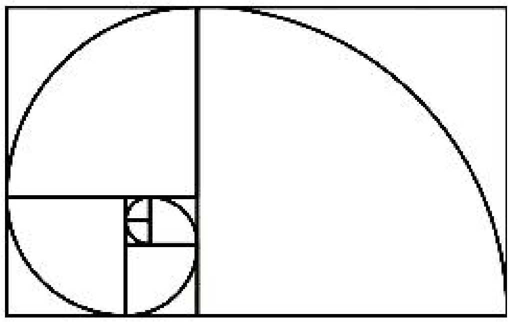
Sequência de Fibonacci

O matemático Leonardo Pisa, conhecido como Fibonacci, propôs no século XIII, a sequência numérica: (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, …). Essa sequência tem uma lei de formação simples: cada elemento, a partir do terceiro, é obtido somando-se os dois anteriores. Veja: 1 + 1 = 2, 2 + 1 = 3, 3 + 2 = 5 e assim por diante. Desde o século XIII, muitos matemáticos, além do próprio Fibonacci, dedicaram-se ao estudo da sequência que foi proposta, e foram encontradas inúmeras aplicações para ela no desenvolvimento de modelos explicativos de fenômenos naturais.

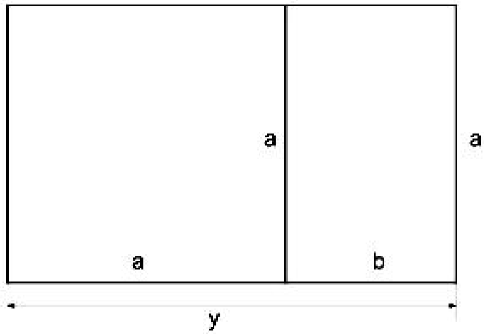
Veja alguns exemplos das aplicações da sequência de Fibonacci e entenda porque ela é conhecida como uma das maravilhas da Matemática. A partir de dois quadrados de lado 1, podemos obter um retângulo de lados 2 e 1. Se adicionarmos a esse retângulo um quadrado de lado 2, obtemos um novo retângulo 3 x 2. Se adicionarmos agora um quadrado de lado 3, obtemos um retângulo 5 x 3. Observe a figura a seguir e veja que os lados dos quadrados que adicionamos para determinar os retângulos formam a sequência de Fibonacci.



Se utilizarmos um compasso e traçarmos o quarto de circunferência inscrito em cada quadrado, encontraremos uma espiral formada pela concordância de arcos cujos raios são os elementos da sequência de Fibonacci.



O Partenon que foi construído em Atenas pelo célebre arquiteto grego Fidias. A fachada principal do edifício, hoje em ruínas, era um retângulo que continha um quadrado de lado igual à altura. Essa forma sempre foi considerada satisfatória do ponto de vista estético por suas proporções sendo chamada retângulo áureo ou retângulo de ouro.



Como os dois retângulos indicados na figura são semelhantes temos: $\frac{y}{a} = \frac{a}{b}$ (1).

Como: b = y – a (2).
Substituindo (2) em (1) temos: $y^2 - ay - a^2 = 0$.

Resolvendo a equação:

$y = \frac{a(1\pm\sqrt{5}}{2}$ em que $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0\right)$ não convém.

Logo: $\frac{y}{a} = \frac{(1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803398875$

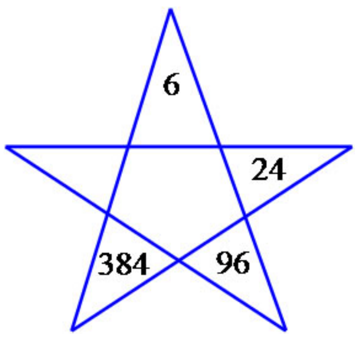
Esse número é conhecido como número de ouro e pode ser representado por:

$$\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Todo retângulo e que a razão entre o maior e o menor lado for igual a é chamado retângulo áureo como o caso da fachada do Partenon.

As figuras a seguir possuem números que representam uma sequência lógica. Veja os exemplos:

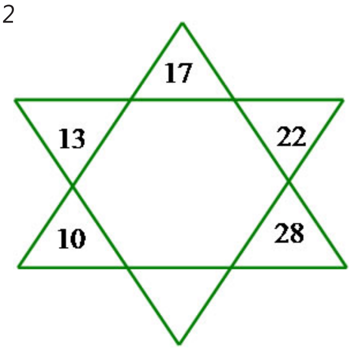
Exemplo 1



A sequência numérica proposta envolve multiplicações por 4.

6 x 4 = 24
24 x 4 = 96
96 x 4 = 384
384 x 4 = 1536

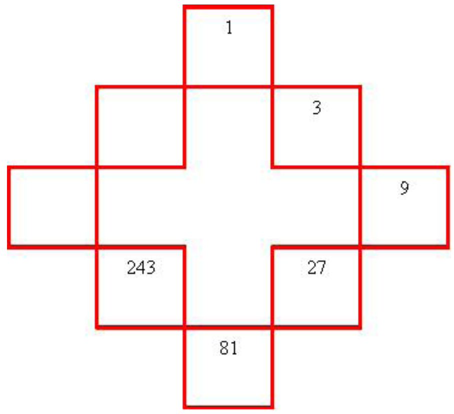
Exemplo 2



A diferença entre os números vai aumentando 1 unidade.

13 – 10 = 3
17 – 13 = 4
22 – 17 = 5
28 – 22 = 6
35 – 28 = 7

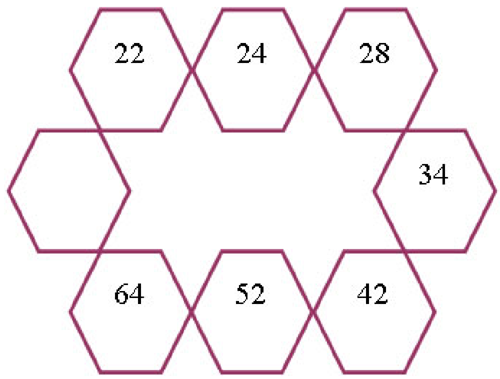
Exemplo 3



Multiplicar os números sempre por 3.

1 x 3 = 3
3 x 3 = 9
9 x 3 = 27
27 x 3 = 81
81 x 3 = 243
243 x 3 = 729
729 x 3 = 2187

Exemplo 4

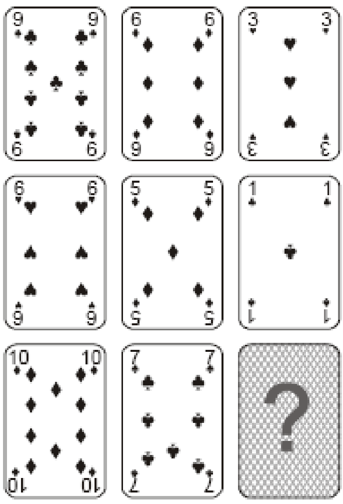


A diferença entre os números vai aumentando 2 unidades.

24 – 22 = 2
28 – 24 = 4
34 – 28 = 6
42 – 34 = 8
52 – 42 = 10
64 – 52 = 12
78 – 64 = 14

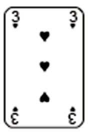
QUESTÕES

01. Observe atentamente a disposição das cartas em cada linha do esquema seguinte:

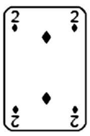


A carta que está oculta é:

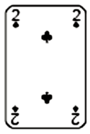
(A)



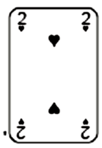
(B)



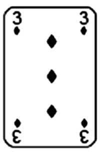
(C)



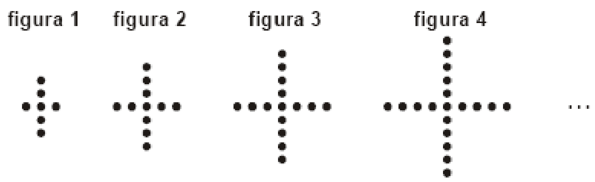
(D)



(E)



02. Considere que a sequência de figuras foi construída segundo um certo critério.



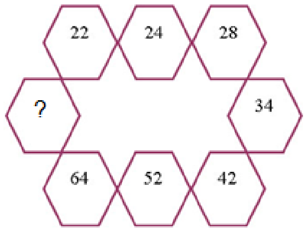
Se tal critério for mantido, para obter as figuras subsequentes, o total de pontos da figura de número 15 deverá ser:

(A) 69
(B) 67
(C) 65
(D) 63
(E) 61

03. O próximo número dessa sequência lógica é: 1000, 990, 970, 940, 900, 850, ...

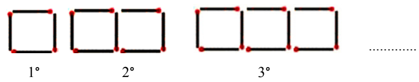
(A) 800
(B) 790
(C) 780
(D) 770

04. Na sequência lógica de números representados nos hexágonos, da figura abaixo, observa-se a ausência de um deles que pode ser:



(A) 76
(B) 10
(C) 20
(D) 78

05. Uma criança brincando com uma caixa de palitos de fósforo constrói uma sequência de quadrados conforme indicado abaixo:

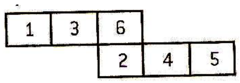


Quantos palitos ele utilizou para construir a 7ª figura?

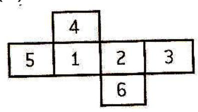
(A) 20 palitos
(B) 25 palitos
(C) 28 palitos
(D) 22 palitos

06. Ana fez diversas planificações de um cubo e escreveu em cada um, números de 1 a 6. Ao montar o cubo, ela deseja que a soma dos números marcados nas faces opostas seja 7. A única alternativa cuja figura representa a planificação desse cubo tal como deseja Ana é:

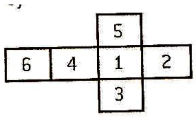
(A)



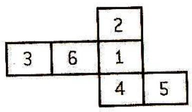
(B)



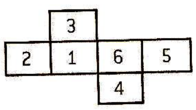
(C)



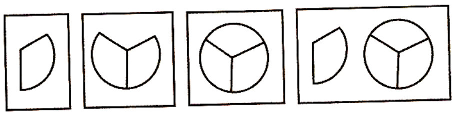
(D)



(E)



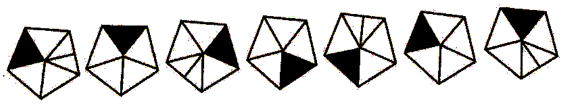
07. As figuras da sequência dada são formadas por partes iguais de um círculo.



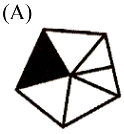
Continuando essa sequência, obtém-se exatamente 16 círculos completos na:

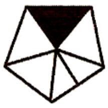
(A) 36ª figura
(B) 48ª figura
(C) 72ª figura
(D) 80ª figura
(E) 96ª figura

08. Analise a sequência a seguir:

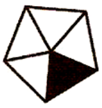


Admitindo-se que a regra de formação das figuras seguintes permaneça a mesma, pode-se afirmar que a figura que ocuparia a 277ª posição dessa sequência é:

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


09. Observe a sequência: 2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, ... Qual é o próximo número?

(A) 20
(B) 21
(C) 100
(D) 200

10. Observe a sequência: 3,13, 30, ... Qual é o próximo número?

(A) 4
(B) 20
(C) 31
(D) 21

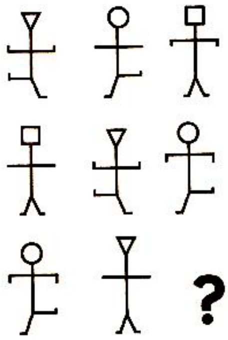
11. Os dois pares de palavras abaixo foram formados segundo determinado critério.

LACRAÇÃO → cal
AMOSTRA → soma
LAVRAR → ?

Segundo o mesmo critério, a palavra que deverá ocupar o lugar do ponto de interrogação é:

(A) alar
(B) rala
(C) ralar
(D) larva
(E) arval

12. Observe que as figuras abaixo foram dispostas, linha a linha, segundo determinado padrão.

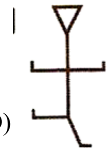


Segundo o padrão estabelecido, a figura que substitui corretamente o ponto de interrogação é:

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)

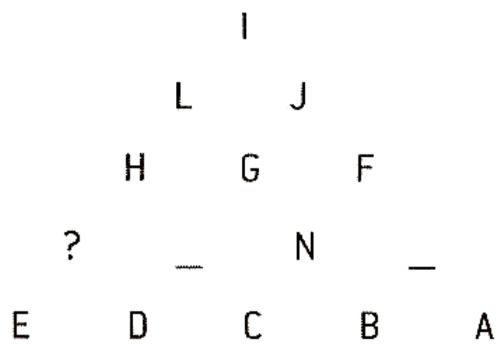

13. Observe que na sucessão seguinte os números foram colocados obedecendo a uma lei de formação.

4	8	5	X	7	14	11
4	12	10	Y	28	84	82

Os números X e Y, obtidos segundo essa lei, são tais que X + Y é igual a:

(A) 40
(B) 42
(C) 44
(D) 46
(E) 48

14. A figura abaixo representa algumas letras dispostas em forma de triângulo, segundo determinado critério.



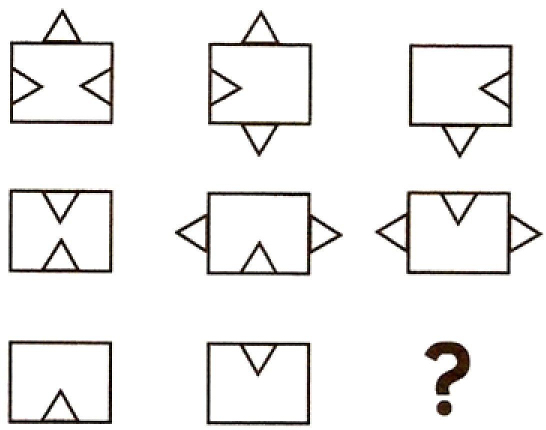
Considerando que na ordem alfabética usada são excluídas as letra "K", "W" e "Y", a letra que substitui corretamente o ponto de interrogação é:
(A) P
(B) O
(C) N
(D) M
(E) L

15. Considere que a sequência seguinte é formada pela sucessão natural dos números inteiros e positivos, sem que os algarismos sejam separados.

1234567891011121314151617181920...

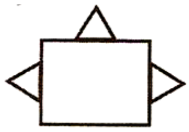
O algarismo que deve aparecer na 276ª posição dessa sequência é:
(A) 9
(B) 8
(C) 6
(D) 3
(E) 1

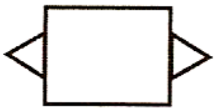
16. Em cada linha abaixo, as três figuras foram desenhadas de acordo com determinado padrão.

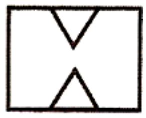


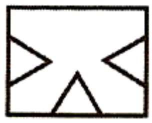
Segundo esse mesmo padrão, a figura que deve substituir o ponto de interrogação é:

(A) 

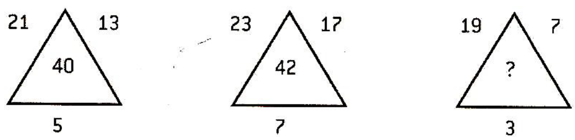
(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

17. Observe que, na sucessão de figuras abaixo, os números que foram colocados nos dois primeiros triângulos obedecem a um mesmo critério.



Para que o mesmo critério seja mantido no triângulo da direita, o número que deverá substituir o ponto de interrogação é:
(A) 32
(B) 36
(C) 38
(D) 42
(E) 46

18. Considere a seguinte sequência infinita de números: 3, 12, 27, __, 75, 108,... O número que preenche adequadamente a quarta posição dessa sequência é:
(A) 36,
(B) 40,
(C) 42,
(D) 44,
(E) 48

19. Observando a sequência $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \ldots\right)$ o próximo numero será:

(A) $\frac{1}{24}$

(B) $\frac{1}{30}$

(C) $\frac{1}{36}$

(D) $\frac{1}{40}$

20. Considere a sequência abaixo:

BBB	BXB	XXB
XBX	XBX	XBX
BBB	BXB	BXX

O padrão que completa a sequência é:

(A)	(B)	(C)
XXX	XXB	XXX
XXX	XBX	XXX
XXX	BXX	XXB

(D)	(E)
XXX	XXX
XBX	XBX
XXX	BXX

21. Na série de Fibonacci, cada termo a partir do terceiro é igual à soma de seus dois termos precedentes. Sabendo-se que os dois primeiros termos, por definição, são 0 e 1, o sexto termo da série é:
(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

22. Nosso código secreto usa o alfabeto A B C D E F G H I J L M N O P Q R S T U V X Z. Do seguinte modo: cada letra é substituída pela letra que ocupa a quarta posição depois dela. Então, o "A" vira "E", o "B" vira "F", o "C" vira "G" e assim por diante. O código é "circular", de modo que o "U" vira "A" e assim por diante. Recebi uma mensagem em código que dizia: BSA HI EDAP. Decifrei o código e li:
(A) FAZ AS DUAS;
(B) DIA DO LOBO;
(C) RIO ME QUER;
(D) VIM DA LOJA;
(E) VOU DE AZUL.

23. A sentença "Social está para laicos assim como 231678 está para..." é melhor completada por:
(A) 326187;
(B) 876132;
(C) 286731;
(D) 827361;
(E) 218763.

24. A sentença "Salta está para Atlas assim como 25435 está para..." é melhor completada pelo seguinte número:
(A) 53452;
(B) 23455;
(C) 34552;
(D) 43525;
(E) 53542.

25. Repare que com um número de 5 algarismos, respeitada a ordem dada, podem-se criar 4 números de dois algarismos. Por exemplo: de 34.712, podem-se criar o 34, o 47, o 71 e o 12. Procura-se um número de 5 algarismos formado pelos algarismos 4, 5, 6, 7 e 8, sem repetição. Veja abaixo alguns números desse tipo e, ao lado de cada um deles, a quantidade de números de dois algarismos que esse número tem em comum com o número procurado.

Número dado	Quantidade de números de 2 algarismos em comum
48.765	1
86.547	0
87.465	2
48.675	1

O número procurado é:
(A) 87456
(B) 68745
(C) 56874
(D) 58746
(E) 46875

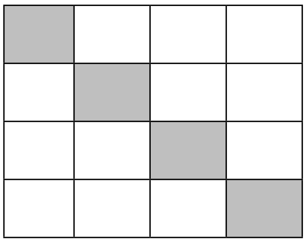
26. Considere que os símbolos ♦ e ♣ que aparecem no quadro seguinte, substituem as operações que devem ser efetuadas em cada linha, a fim de se obter o resultado correspondente, que se encontra na coluna da extrema direita.

36	♦	4	♣	5	=	14
48	♦	6	♣	9	=	17
54	♦	9	♣	7	=	?

Para que o resultado da terceira linha seja o correto, o ponto de interrogação deverá ser substituído pelo número:
(A) 16
(B) 15
(C) 14
(D) 13
(E) 12

27. Segundo determinado critério, foi construída a sucessão seguinte, em que cada termo é composto de um número seguido de uma letra: A1 – E2 – B3 – F4 – C5 – G6 – .... Considerando que no alfabeto usado são excluídas as letras K, Y e W, então, de acordo com o critério estabelecido, a letra que deverá anteceder o número 12 é:
(A) J
(B) L
(C) M
(D) N
(E) O

28. Os nomes de quatro animais – MARÁ, PERU, TATU e URSO – devem ser escritos nas linhas da tabela abaixo, de modo que cada uma das suas respectivas letras ocupe um quadrinho e, na diagonal sombreada, possa ser lido o nome de um novo animal.



Excluídas do alfabeto as letras K, W e Y e fazendo cada letra restante corresponder ordenadamente aos números inteiros de 1 a 23 (ou seja, A = 1, B = 2, C = 3,..., Z = 23), a soma dos números que correspondem às letras que compõem o nome do animal é:

(A) 37
(B) 39
(C) 45
(D) 49
(E) 51

Nas questões 29 e 30, observe que há uma relação entre o primeiro e o segundo grupos de letras. A mesma relação deverá existir entre o terceiro grupo e um dos cinco grupos que aparecem nas alternativas, ou seja, aquele que substitui corretamente o ponto de interrogação. Considere que a ordem alfabética adotada é a oficial e exclui as letras K, W e Y.

29. CASA: LATA: LOBO: ?
(A) SOCO
(B) TOCO
(C) TOMO
(D) VOLO
(E) VOTO

30. ABCA: DEFD: HIJH: ?
(A) IJLI
(B) JLMJ
(C) LMNL
(D) FGHF
(E) EFGE

31. Os termos da sucessão seguinte foram obtidos considerando uma lei de formação (0, 1, 3, 4, 12, 123,...). Segundo essa lei, o décimo terceiro termo dessa sequência é um número:
(A) Menor que 200.
(B) Compreendido entre 200 e 400.
(C) Compreendido entre 500 e 700.
(D) Compreendido entre 700 e 1.000.
(E) Maior que 1.000.

Para responder às questões de números 32 e 33, você deve observar que, em cada um dos dois primeiros pares de palavras dadas, a palavra da direita foi obtida da palavra da esquerda segundo determinado critério. Você deve descobrir esse critério e usá-lo para encontrar a palavra que deve ser colocada no lugar do ponto de interrogação.

32. Ardoroso → rodo
Dinamizar → mina
Maratona → ?

(A) mana
(B) toma
(C) tona
(D) tora
(E) rato

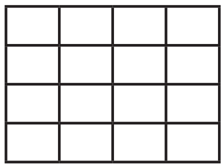
33. Arborizado → azar
Asteroide → dias
Articular → ?
(A) luar
(B) arar
(C) lira
(D) luta
(E) rara

34. Preste atenção nesta sequência lógica e identifique quais os números que estão faltando: 1, 1, 2, __, 5, 8, __,21, 34, 55, __, 144, __...

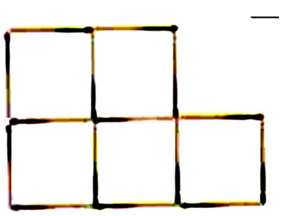
35. Uma lesma encontra-se no fundo de um poço seco de 10 metros de profundidade e quer sair de lá. Durante o dia, ela consegue subir 2 metros pela parede; mas à noite, enquanto dorme, escorrega 1 metro. Depois de quantos dias ela consegue chegar à saída do poço?

36. Quantas vezes você usa o algarismo 9 para numerar as páginas de um livro de 100 páginas?

37. Quantos quadrados existem na figura abaixo?

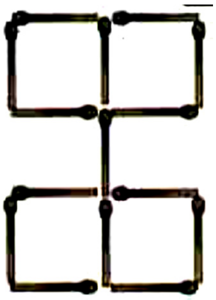


38. Retire três palitos e obtenha apenas três quadrados.



39. Qual será o próximo símbolo da sequência abaixo?

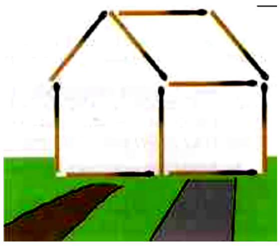
40. Reposicione dois palitos e obtenha uma figura com cinco quadrados iguais.



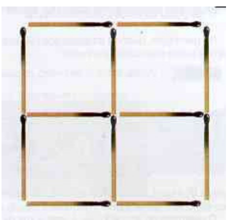
41. Observe as multiplicações a seguir:
12.345.679 × 18 = 222.222.222
12.345.679 × 27 = 333.333.333
... ...
12.345.679 × 54 = 666.666.666

Para obter 999.999.999 devemos multiplicar 12.345.679 por quanto?

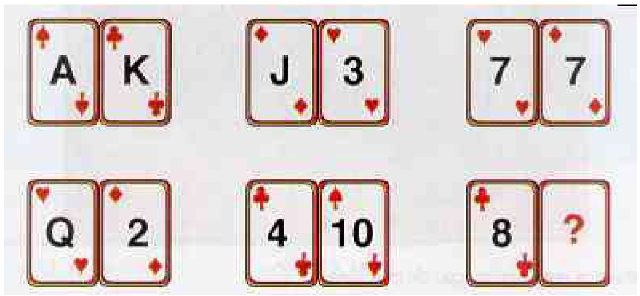
42. Esta casinha está de frente para a estrada de terra. Mova dois palitos e faça com que fique de frente para a estrada asfaltada.



43. Remova dois palitos e deixe a figura com dois quadrados.

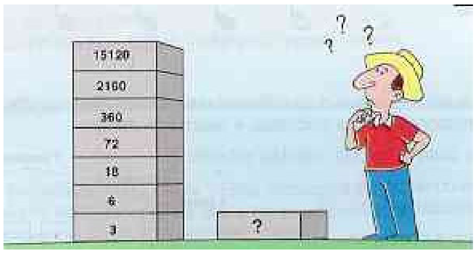


44. As cartas de um baralho foram agrupadas em pares, segundo uma relação lógica. Qual é a carta que está faltando, sabendo que K vale 13, Q vale 12, J vale 11 e A vale 1?



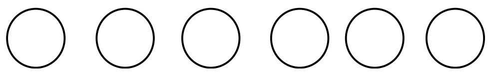
45. Mova um palito e obtenha um quadrado perfeito.

46. Qual o valor da pedra que deve ser colocada em cima de todas estas para completar a sequência abaixo?

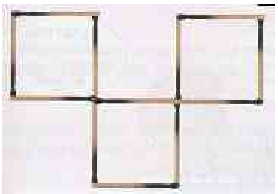


47. Mova três palitos nesta figura para obter cinco triângulos.

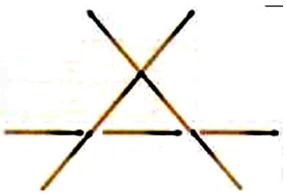
48. Tente dispor 6 moedas em 3 fileiras de modo que em cada fileira fiquem apenas 3 moedas.



49. Reposicione três palitos e obtenha cinco quadrados.



50. Mude a posição de quatro palitos e obtenha cinco triângulos.



Respostas

01. Resposta: "A".
A diferença entre os números estampados nas cartas 1 e 2, em cada linha, tem como resultado o valor da 3ª carta e, além disso, o naipe não se repete. Assim, a 3ª carta, dentro das opções dadas só pode ser a da opção (A).

02. Resposta "D".
Observe que, tomando o eixo vertical como eixo de simetria, tem-se:
Na figura 1: 01 ponto de cada lado → 02 pontos no total.
Na figura 2: 02 pontos de cada lado → 04 pontos no total.
Na figura 3: 03 pontos de cada lado → 06 pontos no total.
Na figura 4: 04 pontos de cada lado → 08 pontos no total.
Na figura n: n pontos de cada lado → 2.n pontos no total.

Em particular:
Na figura 15: 15 pontos de cada lado → 30 pontos no total.

Agora, tomando o eixo horizontal como eixo de simetria, tem-se:
Na figura 1: 02 pontos acima e abaixo → 04 pontos no total.
Na figura 2: 03 pontos acima e abaixo → 06 pontos no total.
Na figura 3: 04 pontos acima e abaixo → 08 pontos no total.
Na figura 4: 05 pontos acima e abaixo → 10 pontos no total.
Na figura n: (n+1) pontos acima e abaixo → 2.(n+1) pontos no total.

Em particular:
Na figura 15: 16 pontos acima e abaixo → 32 pontos no total. Incluindo o ponto central, que ainda não foi considerado, temos para total de pontos da figura 15: Total de pontos = 30 + 32 + 1 = 63 pontos.

03. Resposta "B".
Nessa sequência, observamos que a diferença: entre 1000 e 990 é 10, entre 990 e 970 é 20, entre o 970 e 940 é 30, entre 940 e 900 é 40, entre 900 e 850 é 50, portanto entre 850 e o próximo número é 60, dessa forma concluímos que o próximo número é 790, pois: 850 – 790 = 60.

04. Resposta "D"
Nessa sequência lógica, observamos que a diferença: entre 24 e 22 é 2, entre 28 e 24 é 4, entre 34 e 28 é 6, entre 42 e 34 é 8, entre 52 e 42 é 10, entre 64 e 52 é 12, portanto entre o próximo número e 64 é 14, dessa forma concluímos que o próximo número é 78, pois: 76 – 64 = 14.

05. Resposta "D".
Observe a tabela:

Figuras	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
Nº de Palitos	4	7	10	13	16	19	22

Temos de forma direta, pela contagem, a quantidade de palitos das três primeiras figuras. Feito isto, basta perceber que cada figura a partir da segunda tem a quantidade de palitos da figura anterior acrescida de 3 palitos. Desta forma, fica fácil preencher o restante da tabela e determinar a quantidade de palitos da 7ª figura.

06. Resposta "A".
Na figura apresentada na letra "B", não é possível obter a planificação de um lado, pois o 4 estaria do lado oposto ao 6, somando 10 unidades. Na figura apresentada na letra "C", da mesma forma, o 5 estaria em face oposta ao 3, somando 8, não formando um lado. Na figura da letra "D", o 2 estaria em face oposta ao 4, não determinando um lado. Já na figura apresentada na letra "E", o 1 não estaria em face oposta ao número 6, impossibilitando, portanto, a obtenção de um lado. Logo, podemos concluir que a planificação apresentada na letra "A" é a única para representar um lado.

07. Resposta "B".
Como na 3ª figura completou-se um círculo, para completar 16 círculos é suficiente multiplicar 3 por 16 : 3 . 16 = 48. Portanto, na 48ª figura existirão 16 círculos.

08. Resposta "B".
A sequência das figuras completa-se na 5ª figura. Assim, continua-se a sequência de 5 em 5 elementos. A figura de número 277 ocupa, então, a mesma posição das figuras que representam número 5n + 2, com n N. Ou seja, a 277ª figura corresponde à 2ª figura, que é representada pela letra "B".

09. Resposta "D".
A regularidade que obedece a sequência acima não se dá por padrões numéricos e sim pela letra que inicia cada número. "Dois, Dez, Doze, Dezesseis, Dezessete, Dezoito, Dezenove, ... Enfim, o próximo só pode iniciar também com "D": Duzentos.

10. Resposta “C”.
Esta sequência é regida pela inicial de cada número. Três, Treze, Trinta,... O próximo só pode ser o número Trinta e um, pois ele inicia com a letra “T”.

11. Resposta “E”.
Na 1ª linha, a palavra CAL foi retirada das 3 primeiras letras da palavra LACRAÇÃO, mas na ordem invertida. Da mesma forma, na 2ª linha, a palavra SOMA é retirada da palavra AMOSTRA, pelas 4 primeira letras invertidas. Com isso, da palavra LAVRAR, ao se retirarem as 5 primeiras letras, na ordem invertida, obtém-se ARVAL.

12. Resposta “C”.
Em cada linha apresentada, as cabeças são formadas por quadrado, triângulo e círculo. Na 3ª linha já há cabeças com círculo e com triângulo. Portanto, a cabeça da figura que está faltando é um quadrado. As mãos das figuras estão levantadas, em linha reta ou abaixadas. Assim, a figura que falta deve ter as mãos levantadas (é o que ocorre em todas as alternativas). As figuras apresentam as 2 pernas ou abaixadas, ou 1 perna levantada para a esquerda ou 1 levantada para a direita. Nesse caso, a figura que está faltando na 3ª linha deve ter 1 perna levantada para a esquerda. Logo, a figura tem a cabeça quadrada, as mãos levantadas e a perna erguida para a esquerda.

13. Resposta “A”.
Existem duas leis distintas para a formação: uma para a parte superior e outra para a parte inferior. Na parte superior, tem-se que: do 1º termo para o 2º termo, ocorreu uma multiplicação por 2; já do 2º termo para o 3º, houve uma subtração de 3 unidades. Com isso, X é igual a 5 multiplicado por 2, ou seja, X = 10. Na parte inferior, tem-se: do 1º termo para o 2º termo ocorreu uma multiplicação por 3; já do 2º termo para o 3º, houve uma subtração de 2 unidades. Assim, Y é igual a 10 multiplicado por 3, isto é, Y = 30. Logo, X + Y = 10 + 30 = 40.

14. Resposta “A”.
A sequência do alfabeto inicia-se na extremidade direita do triângulo, pela letra “A”; aumenta a direita para a esquerda; continua pela 3ª e 5ª linhas; e volta para as linhas pares na ordem inversa – pela 4ª linha até a 2ª linha. Na 2ª linha, então, as letras são, da direita para a esquerda, “M”, “N”, “O”, e a letra que substitui corretamente o ponto de interrogação é a letra “P”.

15. Resposta “B”.
A sequência de números apresentada representa a lista dos números naturais. Mas essa lista contém todos os algarismos dos números, sem ocorrer a separação. Por exemplo: 101112 representam os números 10, 11 e 12. Com isso, do número 1 até o número 9 existem 9 algarismos. Do número 10 até o número 99 existem: 2 x 90 = 180 algarismos. Do número 100 até o número 124 existem: 3 x 25 = 75 algarismos. E do número 124 até o número 128 existem mais 12 algarismos. Somando todos os valores, tem-se: 9 + 180 + 75 + 12 = 276 algarismos. Logo, conclui-se que o algarismo que ocupa a 276ª posição é o número 8, que aparece no número 128.

16. Resposta “D”.
Na 1ª linha, internamente, a 1ª figura possui 2 “orelhas”, a 2ª figura possui 1 “orelha” no lado esquerdo e a 3ª figura possui 1 “orelha” no lado direito. Esse fato acontece, também, na 2ª linha, mas na parte de cima e na parte de baixo, internamente em relação às figuras. Assim, na 3ª linha ocorrerá essa regra, mas em ordem inversa: é a 3ª figura da 3ª linha que terá 2 “orelhas” internas, uma em cima e outra em baixo. Como as 2 primeiras figuras da 3ª linha não possuem “orelhas” externas, a 3ª figura também não terá orelhas externas. Portanto, a figura que deve substituir o ponto de interrogação é a 4ª.

17. Resposta “B”.
No 1º triângulo, o número que está no interior do triângulo dividido pelo número que está abaixo é igual à diferença entre o número que está à direita e o número que está à esquerda do triângulo: 40 5 21 13 8.
A mesma regra acontece no 2º triângulo: 42 ÷ 7 = 23 - 17 = 6.
Assim, a mesma regra deve existir no 3º triângulo:
? ÷ 3 = 19 - 7
? ÷ 3 = 12
? = 12 x 3 = 36.

18. Resposta “E”.
Verifique os intervalos entre os números que foram fornecidos. Dado os números 3, 12, 27, __, 75, 108, obteve-se os seguintes 9, 15, __, __, 33 intervalos. Observe que 3x3, 3x5, 3x7, 3x9, 3x11. Logo 3x7 = 21 e 3x 9 = 27. Então: 21 + 27 = 48.

19. Resposta “B”.
Observe que o numerador é fixo, mas o denominador é formado pela sequência:

Primeiro	Segundo	Terceiro	Quarto	Quinto	Sexto
1	1 x 2 = 2	2 x 3 = 6	3 x 4 = 12	4 x 5 = 20	5 x 6 = 30

20. Resposta “D”.
O que de início devemos observar nesta questão é a quantidade de B e de X em cada figura. Vejamos:

BBB	BXB	XXB
XBX	XBX	XBX
BBB	BXB	BXX
7B e 2X	5B e 4X	3B e 6X

Vê-se, que os “B” estão diminuindo de 2 em 2 e que os “X” estão aumentando de 2 em 2; notem também que os “B” estão sendo retirados um na parte de cima e um na parte de baixo e os “X” da mesma forma, só que não estão sendo retirados, estão, sim, sendo colocados. Logo a 4ª figura é:

XXX
XBX
XXX
1B e 8X

21. Resposta "D".

Montando a série de Fibonacci temos: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34... A resposta da questão é a alternativa "D", pois como a questão nos diz, cada termo a partir do terceiro é igual à soma de seus dois termos precedentes. 2 + 3 = 5

22. Resposta "E".

A questão nos informa que ao se escrever alguma mensagem, cada letra será substituída pela letra que ocupa a quarta posição, além disso, nos informa que o código é "circular", de modo que a letra "U" vira "A". Para decifrarmos, temos que perceber a posição do emissor e do receptor. O emissor ao escrever a mensagem conta quatro letras à frente para representar a letra que realmente deseja, enquanto que o receptor, deve fazer o contrário, contar quatro letras atrás para decifrar cada letra do código. No caso, nos foi dada a frase para ser decifrada, vê-se, pois, que, na questão, ocupamos a posição de receptores. Vejamos a mensagem: BSA HI EDAP. Cada letra da mensagem representa a quarta letra anterior de modo que:

VxzaB: B na verdade é V;
OpqrS: S na verdade é O;
UvxzA: A na verdade é U;
DefgH: H na verdade é D;
EfghI: I na verdade é E;
AbcdE: E na verdade é A;
ZabcD: D na verdade é Z;
UvxaA: A na verdade é U;
LmnoP: P na verdade é L;

23. Resposta "B".

A questão nos traz duas palavras que têm relação uma com a outra e, em seguida, nos traz uma sequência numérica. É perguntado qual sequência numérica tem a mesma ralação com a sequência numérica fornecida, de maneira que, a relação entre as palavras e a sequência numérica é a mesma. Observando as duas palavras dadas, podemos perceber facilmente que têm cada uma 6 letras e que as letras de uma se repete na outra em uma ordem diferente. Tal ordem, nada mais é, do que a primeira palavra de trás para frente, de maneira que SOCIAL vira LAICOS. Fazendo o mesmo com a sequência numérica fornecida, temos: 231678 viram 876132, sendo esta a resposta.

24. Resposta "A".

A questão nos traz duas palavras que têm relação uma com a outra, e em seguida, nos traz uma sequência numérica. Foi perguntado qual a sequência numérica que tem relação com a já dada de maneira que a relação entre as palavras e a sequência numérica é a mesma. Observando as duas palavras dadas podemos perceber facilmente que tem cada uma 6 letras e que as letras de uma se repete na outra em uma ordem diferente. Essa ordem diferente nada mais é, do que a primeira palavra de trás para frente, de maneira que SALTA vira ATLAS. Fazendo o mesmo com a sequência numérica fornecida temos: 25435 vira 53452, sendo esta a resposta.

25. Resposta "E".

Pelo número 86.547, tem-se que 86, 65, 54 e 47 não acontecem no número procurado. Do número 48.675, as opções 48, 86 e 67 não estão em nenhum dos números apresentados nas alternativas. Portanto, nesse número a coincidência se dá no número 75. Como o único número apresentado nas alternativas que possui a sequência 75 é 46.875, tem-se, então, o número procurado.

26. Resposta "D".

O primeiro símbolo representa a divisão e o 2º símbolo representa a soma. Portanto, na 1ª linha, tem-se: 36 ÷ 4 + 5 = 9 + 5 = 14. Na 2ª linha, tem-se: 48 ÷ 6 + 9 = 8 + 9 = 17. Com isso, na 3ª linha, ter-se-á: 54 ÷ 9 + 7 = 6 + 7 = 13. Logo, podemos concluir então que o ponto de interrogação deverá ser substituído pelo número 13.

27. Resposta "A".

As letras que acompanham os números ímpares formam a sequência normal do alfabeto. Já a sequência que acompanha os números pares inicia-se pela letra "E", e continua de acordo com a sequência normal do alfabeto: 2ª letra: E, 4ª letra: F, 6ª letra: G, 8ª letra: H, 10ª letra: I e 12ª letra: J.

28. Resposta "D".

Escrevendo os nomes dos animais apresentados na lista – MARÁ, PERU, TATU e URSO, na seguinte ordem: PERU, MARÁ, TATU e URSO, obtém-se na tabela:

P	E	R	U
M	A	R	A
T	A	T	U
U	R	S	O

O nome do animal é PATO. Considerando a ordem do alfabeto, tem-se: P = 15, A = 1, T = 19 e 0 = 14. Somando esses valores, obtém-se: 15 + 1 + 19 + 14 = 49.

29. Resposta "B".

Na 1ª e na 2ª sequências, as vogais são as mesmas: letra "A". Portanto, as vogais da 4ª sequência de letras deverão ser as mesmas da 3ª sequência de letras: "O". A 3ª letra da 2ª sequência é a próxima letra do alfabeto depois da 3ª letra da 1ª sequência de letras. Portanto, na 4ª sequência de letras, a 3ª letra é a próxima letra depois de "B", ou seja, a letra "C". Em relação à primeira letra, tem-se uma diferença de 7 letras entre a 1ª letra da 1ª sequência e a 1ª letra da 2ª sequência. Portanto, entre a 1ª letra da 3ª sequência e a 1ª letra da 4ª sequência, deve ocorrer o mesmo fato. Com isso, a 1ª letra da 4ª sequência é a letra "T". Logo, a 4ª sequência de letras é: T, O, C, O, ou seja, TOCO.

30. Resposta “C”.

Na 1ª sequência de letras, ocorrem as 3 primeiras letras do alfabeto e, em seguida, volta-se para a 1ª letra da sequência. Na 2ª sequência, continua-se da 3ª letra da sequência anterior, formando-se DEF, voltando-se novamente, para a 1ª letra desta sequência: D. Com isto, na 3ª sequência, têm-se as letras HIJ, voltando-se para a 1ª letra desta sequência: H. Com isto, a 4ª sequência iniciará pela letra L, continuando por M e N, voltando para a letra L. Logo, a 4ª sequência da letra é: LMNL.

31. Resposta “E”.

Do 1º termo para o 2º termo, ocorreu um acréscimo de 1 unidade. Do 2º termo para o 3º termo, ocorreu a multiplicação do termo anterior por 3. E assim por diante, até que para o 7º termo temos 13 . 3 = 39. 8º termo = 39 + 1 = 40. 9º termo = 40 . 3 = 120. 10º termo = 120 + 1 = 121. 11º termo = 121 . 3 = 363. 12º termo = 363 + 1 = 364. 13º termo = 364 . 3 = 1.092. Portanto, podemos concluir que o 13º termo da sequência é um número maior que 1.000.

32. Resposta “D”.

Da palavra “ardoroso”, retiram-se as sílabas “do” e “ro” e inverteu-se a ordem, definindo-se a palavra “rodo”. Da mesma forma, da palavra “dinamizar”, retiram-se as sílabas “na” e “mi”, definindo-se a palavra “mina”. Com isso, podemos concluir que da palavra “maratona”. Deve-se retirar as sílabas “ra” e “to”, criando-se a palavra “tora”.

33. Resposta “A”.

Na primeira sequência, a palavra “azar” é obtida pelas letras “a” e “z” em sequência, mas em ordem invertida. Já as letras “a” e “r” são as 2 primeiras letras da palavra “arborizado”. A palavra “dias” foi obtida da mesma forma: As letras “d” e “i” são obtidas em sequência, mas em ordem invertida. As letras “a” e “s” são as 2 primeiras letras da palavra “asteroides”. Com isso, para a palavras “articular”, considerando as letras “i” e “u”, que estão na ordem invertida, e as 2 primeiras letras, obtém-se a palavra “luar”.

34. O nome da sequência é Sequência de Fibonacci. O número que vem é sempre a soma dos dois números imediatamente atrás dele. A sequência correta é: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...

35.

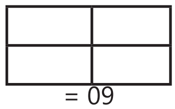
Dia	Subida	Descida
1º	2m	1m
2º	3m	2m
3º	4m	3m
4º	5m	4m
5º	6m	5m
6º	7m	6m
7º	8m	7m
8º	9m	8m
9º	10m	----

Portanto, depois de 9 dias ela chegará na saída do poço.

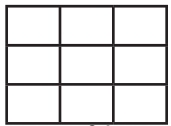
36. 09 – 19 – 29 – 39 – 49 – 59 – 69 – 79 – 89 – 90 – 91 – 92 – 93 – 94 – 95 – 96 – 97 – 98 – 99. Portanto, são necessários 20 algarismos.

37.

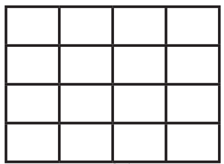
= 16



= 09



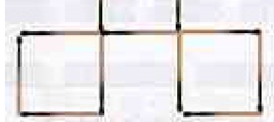
= 04



=01

Portanto, há 16 + 9 + 4 + 1 = 30 quadrados.

38.

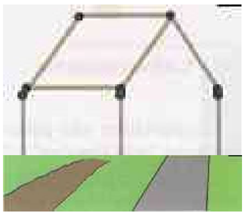


39. Os símbolos são como números em frente ao espelho. Assim, o próximo símbolo será 88.

40.

41.
12.345.679 × (2×9) = 222.222.222
12.345.679 × (3×9) = 333.333.333
... ...
12.345.679 × (4×9) = 666.666.666
Portanto, para obter 999.999.999 devemos multiplicar 12.345.679 por (9x9) = 81

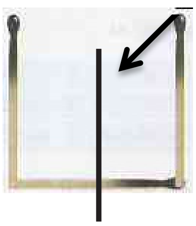
42.



43.

44. Sendo A = 1, J = 11, Q = 12 e K = 13, a soma de cada par de cartas é igual a 14 e o naipe de paus sempre forma par com o naipe de espadas. Portanto, a carta que está faltando é o 6 de espadas.

45. Quadrado perfeito em matemática, sobretudo na aritmética e na teoria dos números, é um número inteiro não negativo que pode ser expresso como o quadrado de um outro número inteiro. Ex: 1, 4, 9...
No exercício 2 elevado a 2 = 4



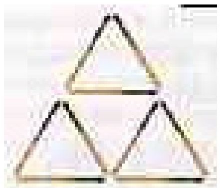
46. Observe que:

3	6	18	72	360	2160	15120

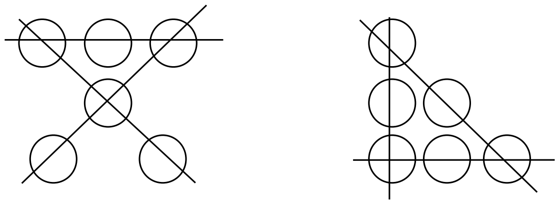
x2 x3 x4 x5 x6 x7

Portanto, a próxima pedra terá que ter o valor: 15.120 x 8 = 120.960

47.

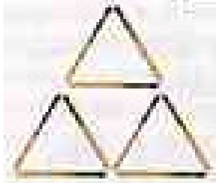


48.



49.

50.



4. REGRA DE TRÊS SIMPLES

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Os problemas que envolvem duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos através de um processo prático, chamado **regra de três simples**.

Exemplo 1: Um carro faz 180 km com 15L de álcool. Quantos litros de álcool esse carro gastaria para percorrer 210 km?

Solução:

O problema envolve duas grandezas: distância e litros de álcool.

Indiquemos por x o número de litros de álcool a ser consumido.

Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha:

Distância (km)	Litros de álcool
180	15
210	x

Na coluna em que aparece a variável x ("litros de álcool"), vamos colocar uma flecha:

Distância (km)	Litros de álcool
180	15 ↓
210	x ↓

Observe que, se duplicarmos a distância, o consumo de álcool também duplica. Então, as grandezas **distância** e **litros de álcool** são **diretamente proporcionais**. No esquema que estamos montando, indicamos esse fato colocando uma flecha na coluna "distância" no **mesmo sentido** da flecha da coluna "litros de álcool":

Distância (km)	Litros de álcool
180 ↓	15 ↓
210 ↓	x ↓

mesmo sentido

Armando a proporção pela orientação das flechas, temos:

$$\frac{180^6}{210^7} = \frac{\cancel{15}}{\cancel{x}} \Rightarrow 6x = 7 \,.\, 15 \Rightarrow 6x = 105 \Rightarrow x = \frac{105}{6} \Rightarrow x = 17{,}5$$

Resposta: O carro gastaria 17,5 L de álcool.

Exemplo 2: Viajando de automóvel, à velocidade de 60 km/h, eu gastaria 4 h para fazer certo percurso. Aumentando a velocidade para 80 km/h, em quanto tempo farei esse percurso?

Solução: Indicando por x o número de horas e colocando as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha, temos:

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
60	4
80	x

Na coluna em que aparece a variável x ("tempo"), vamos colocar uma flecha:

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
60	4 ↓
80	x ↓

Observe que, se duplicarmos a velocidade, o tempo fica reduzido à metade. Isso significa que as grandezas **velocidade** e **tempo** são **inversamente proporcionais**. No nosso esquema, esse fato é indicado colocando-se na coluna "velocidade" uma flecha em **sentido contrário** ao da flecha da coluna "tempo":

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
60 ↑	4 ↓
80 ↑	x ↓

sentidos contrários

Na montagem da proporção devemos seguir o sentido das flechas. Assim, temos:

$$\frac{4}{x} = \frac{\cancel{80}^4}{\cancel{60}^3} \Rightarrow 4x = 4 \,.\, 3 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{4} \Rightarrow x = 3$$

Resposta: Farei esse percurso em 3 h.

Exemplo 3: Ao participar de um treino de Fórmula 1, um competidor, imprimindo velocidade média de 200 km/h, faz o percurso em 18 segundos. Se sua velocidade fosse de 240 km/h, qual o tempo que ele teria gasto no percurso?

Vamos representar pela letra *x* o tempo procurado.

Estamos relacionando dois valores da grandeza velocidade (200 km/h e 240 km/h) com dois valores da grandeza tempo (18 s e *x* s).

Queremos determinar um desses valores, conhecidos os outros três.

Velocidade	Tempo gasto para fazer o percurso
200 km/h	18 s
240 km/h	*x*

Se duplicarmos a velocidade inicial do carro, o tempo gasto para fazer o percurso cairá para a metade; logo, as grandezas são inversamente proporcionais. Assim, os números 200 e 240 são inversamente proporcionais aos números 18 e *x*.

Daí temos:
200 . 18 = 240 . x
3 600 = 240x
240x = 3 600
x = $\frac{3600}{240}$
x = 15

Conclui-se, então, que se o competidor tivesse andando em 200 km/h, teria gasto 18 segundos para realizar o percurso.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

O processo usado para resolver problemas que envolvem mais de duas grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais, é chamado **regra de três composta**.

Exemplo 1: Em 4 dias 8 máquinas produziram 160 peças. Em quanto tempo 6 máquinas iguais às primeiras produziriam 300 dessas peças?

Solução: Indiquemos o número de dias por *x*. Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma só coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha. Na coluna em que aparece a variável *x* ("dias"), coloquemos uma flecha:

Máquinas	Peças	Dias
8	160	4 ↓
6	300	*x* ↓

Comparemos cada grandeza com aquela em que está o x.

As grandezas **peças** e **dias** são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "peças" uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna "dias":

Máquinas	Peças	Dias
8	160 ↓	4 ↓
6	300 ↓	x ↓

Mesmo sentido

As grandezas **máquinas** e **dias** são inversamente proporcionais (duplicando o número de máquinas, o número de dias fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna (máquinas) uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna "dias":

Máquinas	Peças	Dias
8 ↑	160 ↓	4 ↓
6 ↑	300 ↓	x ↓

Sentidos contrários

Agora vamos montar a proporção, igualando a razão que contém o *x*, que é $\frac{4}{x}$, com o produto das outras razões, obtidas segundo a orientação das flechas $\left(\frac{6}{8}.\frac{160}{300}\right)$:

$$\frac{4}{x}=\frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{8}^{1}}.\frac{\cancel{160}^{8^{1}}}{\cancel{300}^{15^{5}}}$$

$$\frac{4}{x}=\frac{2}{5} \quad => \quad 2x = 4 . 5 \quad a \quad x=\frac{\cancel{4}^{2}.5}{\cancel{2}^{1}} \quad => \quad x = 10$$

Resposta: Em 10 dias.

Exemplo 2: Uma empreiteira contratou 210 pessoas para pavimentar uma estrada de 300 km em 1 ano. Após 4 meses de serviço, apenas 75 km estavam pavimentados. Quantos empregados ainda devem ser contratados para que a obra seja concluída no tempo previsto?

Solução: Em $\frac{1}{3}$ de ano foi pavimentada $\frac{1}{4}$ de estrada.

Comparemos cada grandeza com aquela em que está o x.

Pessoas	Estrada	Tempo
210 ↓	75	4 ↑
X ↓	225	8 ↑

Sentido contrário

As grandezas **"pessoas"** e **"tempo"** são inversamente proporcionais (duplicando o número de pessoas, o tempo fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "tempo" uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna "pessoas":

Pessoas	Estrada	Tempo
210 ↓	75 ↓	4
X ↓	225 ↓	8

Mesmo Sentido

As grandezas **"pessoas"** e **"estrada"** são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "estrada" uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna "pessoas":

$$\frac{210}{x}=\frac{\cancel{75}^{1}}{\cancel{225}^{3}}.\frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{4}^{1}}$$

$$\frac{210}{x}=\frac{2}{3}$$

210.3 = 2.x ➔ 2x = 630 ➔ x = 315

Como já haviam 210 pessoas trabalhando, logo 315 – 210 = 105 pessoas.

Reposta: Devem ser contratados 105 pessoas.

Questões

1 – (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP/2013) Um atleta está treinando para fazer 1 500 metros em 5 minutos. Como ele pretende manter um ritmo sempre constante, deve fazer cada 100 metros em

A) 15 segundos.
B) 20 segundos.
C) 22 segundos.
D) 25 segundos.
E) 30 segundos.

2 – (SAP/SP – AGENTE DE SEGURANÇA PENITENCIÁRIA DE CLASSE I – VUNESP/2013) Uma máquina demora 1 hora para fabricar 4 500 peças. Essa mesma máquina, mantendo o mesmo funcionamento, para fabricar 3 375 dessas mesmas peças, irá levar

A) 55 min.
B) 15 min.
C) 35 min.
D) 1h 15min.
E) 45 min.

3 - (PREF. IMARUÍ – AGENTE EDUCADOR – PREF. IMARUÍ/2014) Manoel vendeu seu carro por R$27.000,00(-vinte e sete mil reais) e teve um prejuízo de 10%(dez por cento) sobre o valor de custo do tal veículo, por quanto Manoel adquiriu o carro em questão?

A) R$24.300,00
B) R$29.700,00
C) R$30.000,00
D)R$33.000,00
E) R$36.000,00

4 - (DNOCS -2010) Das 96 pessoas que participaram de uma festa de Confraternização dos funcionários do Departamento Nacional de Obras Contra as Secas, sabe-se que 75% eram do sexo masculino. Se, num dado momento antes do término da festa, foi constatado que a porcentagem dos homens havia se reduzido a 60% do total das pessoas presentes, enquanto que o número de mulheres permaneceu inalterado, até o final da festa, então a quantidade de homens que haviam se retirado era?

A) 36.
B) 38.
C) 40.
D) 42.
E) 44.

5 - (SABESP – APRENDIZ – FCC/2012) Em uma maquete, uma janela de formato retangular mede 2,0 cm de largura por 3,5 cm de comprimento. No edifício, a largura real dessa janela será de 1,2 m. O comprimento real correspondente será de:

A) 1,8 m
B) 1,35 m
C) 1,5 m
D) 2,1 m
E) 2,45 m

6 - (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC/2014) O trabalho de varrição de 6.000 m² de calçada é feita em um dia de trabalho por 18 varredores trabalhando 5 horas por dia. Mantendo-se as mesmas proporções, 15 varredores varrerão 7.500 m² de calçadas, em um dia, trabalhando por dia, o tempo de

A) 8 horas e 15 minutos.
B) 9 horas.
C) 7 horas e 45 minutos.
D) 7 horas e 30 minutos.
E) 5 horas e 30 minutos.

7 – (PREF. CORBÉLIA/PR – CONTADOR – FAUEL/2014) Uma equipe constituída por 20 operários, trabalhando 8 horas por dia durante 60 dias, realiza o calçamento de uma área igual a 4800 m². Se essa equipe fosse constituída por 15 operários, trabalhando 10 horas por dia, durante 80 dias, faria o calçamento de uma área igual a:

A) 4500 m²
B) 5000 m²
C) 5200 m²
D) 6000 m²
E) 6200 m²

8 – (PC/SP – OFICIAL ADMINISTRATIVO – VUNESP/2014) Dez funcionários de uma repartição trabalham 8 horas por dia, durante 27 dias, para atender certo número de pessoas. Se um funcionário doente foi afastado por tempo indeterminado e outro se aposentou, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender o mesmo número de pessoas, trabalhando uma hora a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho, será:

A) 29.
B) 30.
C) 33.
D) 28.
E) 31.

9 - (TRF 3ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2014) Sabe-se que uma máquina copiadora imprime 80 cópias em 1 minuto e 15 segundos. O tempo necessário para que 7 máquinas copiadoras, de mesma capacidade que a primeira citada, possam imprimir 3360 cópias é de

A) 15 minutos.
B) 3 minutos e 45 segundos.
C) 7 minutos e 30 segundos.
D) 4 minutos e 50 segundos.
E) 7 minutos.

10 – (PREF. JUNDIAI/SP – ELETRICISTA – MAKIYAMA/2013) Os 5 funcionários de uma padaria produzem, utilizando três fornos, um total de 2500 pães ao longo das 10 horas de sua jornada de trabalho. No entanto, o dono de tal padaria pretende contratar mais um funcionário, comprar mais um forno e reduzir a jornada de trabalho de seus funcionários para 8 horas diárias. Considerando que todos os fornos e funcionários produzem em igual quantidade e ritmo, qual será, após as mudanças, o número de pães produzidos por dia?

A) 2300 pães.
B) 3000 pães.
C) 2600 pães.
D) 3200 pães.
E) 3600 pães.

Respostas

1- RESPOSTA: "B"

Como as alternativas estão em segundo, devemos trabalhar com o tempo em segundo.

1 minuto = 60 segundos ; logo 5minutos = 60.5 = 300 segundos

Metro Segundos
1500 ----- 300
100 ----- x

Como estamos trabalhando com duas grandezas diretamente proporcionais temos:

$$\frac{\cancel{1500}^{15}}{\cancel{100}^{1}} = \frac{300}{x}$$

15.x = 300.1 ➔ 15x = 300 ➔ x = 20 segundos

2- RESPOSTA: "E".

Peças Tempo
4500 ----- 1 h
3375 ----- x

Como estamos trabalhando com duas grandezas diretamente proporcionais temos:

$$\frac{4500}{3375} = \frac{1}{x}$$

4500.x = 3375.1 ➔ x = 0,75 h

Como a resposta esta em minutos devemos achar o correspondente em minutos

Hora Minutos
1 ------ 60
0,75 ----- x
1.x = 0,75.60 ➔ x = 45 minutos.

3. RESPOSTA : "C"

Como ele teve um prejuízo de 10%, quer dizer 27000 é 90% do valor total.

Valor %
27000 ------ 90
X ------- 100

$$\frac{27000}{x} = \frac{\cancel{90}^{9}}{\cancel{100}^{10}} ➔ \frac{27000}{x} = \frac{9}{10} = 27000.10 ➔ 9x = 270000$$

➔ x = 30000.

4. RESPOSTA : "A"

75% Homens = 72
25% Mulheres = 24 Antes

40% Mulheres = 24
60% Homens = x Depois

40% -------------- 24
60% -------------- x

40x = 60 . 24 ➔ x = $\frac{1440}{40}$ ➔ x = 36.

Portanto: 72 – 36 = 36 Homens se retiraram.

5. RESPOTA: "D"

Transformando de cm para metro temos : 1 metro = 100cm

➔ 2 cm = 0,02 m e 3,5 cm = 0,035 m

Largura comprimento
0,02m ------------ 0,035m
1,2m ------------- x

$$x = 1{,}2 \cdot \frac{0{,}035}{0{,}02} = 2{,}1m$$

6. - RESPOSTA: "D".

Comparando- se cada grandeza com aquela onde esta o x.

M^2↑ varredores↓ horas↑
6000--------------18-------------- 5
7500--------------15--------------- x

Quanto mais a área, mais horas(diretamente proporcionais)

Quanto menos trabalhadores, mais horas(inversamente proporcionais)

$$\frac{5}{x} = \frac{6000}{7500} \cdot \frac{15}{18}$$

$$6000 \cdot 15 \cdot x = 5 \cdot 7500 \cdot 18$$
$$90000x = 675000$$
$$x = 7{,}5\ horas$$

Como 0,5 h equivale a 30 minutos , logo o tempo será de 7 horas e 30 minutos.

7 - RESPOSTA: "D".

Operários↑ horas↑ dias↑ área↑
20-----------------8-------------60-------4800
15----------------10------------80-------- x

Todas as grandezas são diretamente proporcionais, logo:

$$\frac{4800}{x} = \frac{20}{15} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{60}{80}$$
$$20 \cdot 8 \cdot 60 \cdot x = 4800 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 80$$
$$9600x = 57600000$$
$$x = 6000m^2$$

8- RESPOSTA: "B"

Temos 10 funcionários inicialmente, com os afastamento esse número passou para 8. Se eles trabalham 8 horas por dia , passarão a trabalhar uma hora a mais perfazendo um total de 9 horas, nesta condições temos:

Funcionários↑ horas↑ dias↓
10---------------8--------------27
8----------------9-------------- x

Quanto menos funcionários, mais dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

Quanto mais horas por dia, menos dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

Funcionários↓ horas↓ dias↓
8---------------9-------------- 27
10----------------8----------------x

$\frac{27}{x} = \frac{8}{10} \cdot \frac{9}{8}$ ➜ x.8.9 = 27.10.8 ➜ 72x = 2160 ➜ x = 30 dias.

9 - RESPOSTA: "C".

Transformando o tempo para segundos: 1 min e 15 segundos = 75 segundos

Quanto mais máquinas menor o tempo (flecha contrária) e quanto mais cópias, mais tempo (flecha mesma posição)

Máquina↑ cópias↓ tempo↓
1----------------80-----------75 segundos
7--------------3360-----------x

Devemos deixar as 3 grandezas da mesma forma, invertendo os valores de" máquina".

Máquina↓ cópias↓ tempo↓
7----------------80----------75 segundos
1--------------3360--------- x

$\frac{75}{x} = \frac{7}{1} \cdot \frac{80}{3360}$ ➜ x.7.80 = 75.1.3360 ➜ 560x = 252000 ➜ x = 450 segundos

Transformando
1minuto-----60segundos
x-------------450
x=7,5 minutos=7 minutos e 30segundos.

10 - RESPOSTA: "D".

Funcionários↑ Fornos ↑ pães ↑ horas↑
5------------------3-----------2500----------10
6------------------4-------------x--------------8

As flecham indicam se as grandezas são inversamente ou diretamente proporcionais.

Quanto mais funcionários mais pães são feitos(diretamente)

$$\frac{2500}{x} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{8}$$
$$5 \cdot 3 \cdot 10x = 2500 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8$$
$$150x = 480000$$
$$x = 3200\ pães.$$

5. FRAÇÕES E OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

"O TÓPICO ACIMA FOI ABORDADO NO DECORRER DA MATÉRIA"

6. RAZÃO E PROPORÇÃO

Razão

Sejam dois números reais *a* e *b*, com *b ≠ 0*. Chama-se razão entre *a* e *b* (nessa ordem) o quociente a b, ou .

A razão é representada por um número racional, mas é lida de modo diferente.

Exemplos

a) A fração $\frac{3}{5}$ lê-se: "três quintos".

b) A razão $\frac{3}{5}$ lê-se: "3 para 5".

Os termos da razão recebem nomes especiais.

a) Na fração $\frac{3}{5}$
O número 3 é **numerador**
O número 5 é **denominador**

a) Na razão $\frac{3}{5}$
O número 3 é **antecedente**
O número 5 é **consequente**

Exemplo 1

A razão entre 20 e 50 é $\frac{20}{50}=\frac{2}{5}$; já a razão entre 50 e 20 é $\frac{50}{20}=\frac{5}{2}$.

Exemplo 2

Numa classe de 42 alunos há 18 rapazes e 24 moças. A razão entre o número de rapazes e o número de moças é $\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$, o que significa que para "cada 3 rapazes há 4 mo ças". Por outro lado, a razão entre o número de rapazes e o total de alunos é dada por $\frac{18}{42}=\frac{3}{7}$, o que equivale a dizer que "de cada 7 alunos na classe, 3 são rapazes".

Razão entre grandezas de mesma espécie

A razão entre duas grandezas de mesma espécie é o quociente dos números que expressam as medidas dessas grandezas numa mesma unidade.

Exemplo

Uma sala tem 18 m². Um tapete que ocupar o centro dessa sala mede 384 dm². Vamos calcular a razão entre a área do tapete e a área da sala.

Primeiro, devemos transformar as duas grandezas em uma mesma unidade:

Área da sala: 18 m² = 1 800 dm²

Área do tapete: 384 dm²

Estando as duas áreas na mesma unidade, podemos escrever a razão:

$$\frac{384dm^2}{1800dm^2}=\frac{384}{1800}=\frac{16}{75}$$

Razão entre grandezas de espécies diferentes

Exemplo 1

Considere um carro que às 9 horas passa pelo quilômetro 30 de uma estrada e, às 11 horas, pelo quilômetro 170.

Distância percorrida: 170 km – 30 km = 140 km

Tempo gasto: 11h – 9h = 2h

Calculamos a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para isso:

$$\frac{140km}{2h}=70km/h$$

A esse tipo de razão dá-se o nome de **velocidade média**.

Observe que:

- as grandezas "quilômetro e hora" são de naturezas diferentes;
- a notação km/h (lê-se: "quilômetros por hora") deve acompanhar a razão.

Exemplo 2

A Região Sudeste (Espírito Santo, Minas Gerais, Rio de Janeiro e São Paulo) tem uma área aproximada de 927 286 km² e uma população de 66 288 000 habitantes, aproximadamente, segundo estimativas projetadas pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para o ano de 1995.

Dividindo-se o número de habitantes pela área, obteremos o número de habitantes por km² (hab./km²):

$$\frac{6628000}{927286}\cong 71,5hab./km^2$$

A esse tipo de razão dá-se o nome de **densidade demográfica**.

A notação hab./km² (lê-se: "habitantes por quilômetro quadrado") deve acompanhar a razão.

Exemplo 3

Um carro percorreu, na cidade, 83,76 km com 8 L de gasolina. Dividindo-se o número de quilômetros percorridos pelo número de litros de combustível consumidos, teremos o número de quilômetros que esse carro percorre com um litro de gasolina:

$$\frac{83,76km}{8l}\cong 10,47km/l$$

A esse tipo de razão dá-se o nome de **consumo médio**.

A notação km/l (lê-se: "quilômetro por litro") deve acompanhar a razão.

Exemplo 4

Uma sala tem 8 m de comprimento. Esse comprimento é representado num desenho por 20 cm. Qual é a escala do desenho?

$$Escala=\frac{comprimento\bullet no\bullet desenho}{comprimento\bullet real}=\frac{20cm}{8m}=\frac{20cm}{800cm}=\frac{1}{40}ou1:40$$

A razão entre um comprimento no desenho e o correspondente comprimento real, chama-se **Escala.**

Proporção

A igualdade entre duas razões recebe o nome de **proporção**.

Na proporção $\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$ (lê-se: "3 está para 5 assim como 6 está para 10"), os números 3 e 10 são chamados extremos, e os números 5 e 6 são chamados meios.

Observemos que o produto 3 x 10 = 30 é igual ao produto 5 x 6 = 30, o que caracteriza a propriedade fundamental das proporções:

"Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos".

Exemplo 1

Na proporção $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$, temos 2 x 9 = 3 x 6 = 18;

e em $\frac{1}{4}=\frac{4}{16}$, temos 4 x 4 = 1 x 16 = 16.

Exemplo 2

Na bula de um remédio pediátrico recomenda-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg do "peso" da criança.

Se uma criança tem 12 kg, a dosagem correta *x* é dada por:

$$\frac{5gotas}{2kg}=\frac{x}{12kg}\rightarrow x=30gotas$$

Por outro lado, se soubermos que foram corretamente ministradas 20 gotas a uma criança, podemos concluir que seu "peso" é 8 kg, pois:

$$\frac{5gotas}{2kg}=20gotas/p\rightarrow p=8kg$$

(nota: o procedimento utilizado nesse exemplo é comumente chamado de regra de três simples.)

Propriedades da Proporção

O produto dos extremos é igual ao produto dos meios: essa propriedade possibilita reconhecer quando duas razões formam ou não uma proporção.

$\frac{4}{3}e\frac{12}{9}$ formam uma proporção, pois

Produtos dos extremos $\leftarrow\underbrace{4.9}_{36}=\underbrace{3.12}_{36}\rightarrow$ Produtos dos meios.

A soma dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo termo) assim como a soma dos dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto termo).

$$\frac{5}{2}=\frac{10}{4}\Rightarrow\left\{\frac{5+2}{5}=\frac{10+4}{10}\Rightarrow\frac{7}{5}=\frac{14}{10}\right.$$

ou

$$\frac{5}{2}=\frac{10}{4}\Rightarrow\left\{\frac{5+2}{2}=\frac{10+4}{4}\Rightarrow\frac{7}{2}=\frac{14}{4}\right.$$

A diferença entre os dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo termo) assim como a diferença entre os dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto termo).

$$\frac{4}{3}=\frac{8}{6}\Rightarrow\left\{\frac{4-3}{4}=\frac{8-6}{8}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{2}{8}\right.$$

ou

$$\frac{4}{3}=\frac{8}{6}\Rightarrow\left\{\frac{4-3}{3}=\frac{8-6}{6}\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{2}{6}\right.$$

A soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{12}{8}=\frac{3}{2}\Rightarrow\left\{\frac{12+3}{8+2}=\frac{12}{8}\Rightarrow\frac{15}{10}=\frac{12}{8}\right.$$

ou

$$\frac{12}{8}=\frac{3}{2}\Rightarrow\left\{\frac{12+3}{8+2}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{15}{10}=\frac{3}{2}\right.$$

A diferença dos antecedentes está para a diferença dos consequentes assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}\Rightarrow\left\{\frac{3-1}{15-5}=\frac{3}{15}\Rightarrow\frac{2}{10}=\frac{3}{15}\right.$$

ou

$$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}\Rightarrow\left\{\frac{3-1}{15-5}=\frac{1}{5}\Rightarrow\frac{2}{10}=\frac{1}{5}\right.$$

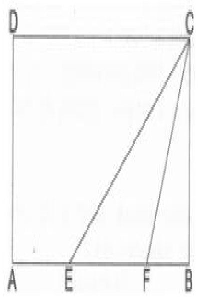
Questões

1 - (VUNESP - AgSegPenClasseI-V1 - 2012) – Em um concurso participaram 3000 pessoas e foram aprovadas 1800. A razão do número de candidatos aprovados para o total de candidatos participantes do concurso é:
A) 2/3
B) 3/5
C) 5/10
D) 2/7
E) 6/7

2 – (VNSP1214/001-AssistenteAdministrativo-I – 2012) – Em uma padaria, a razão entre o número de pessoas que tomam café puro e o número de pessoas que tomam café com leite, de manhã, é 2/3. Se durante uma semana, 180 pessoas tomarem café de manhã nessa padaria, e supondo que essa razão permaneça a mesma, pode-se concluir que o número de pessoas que tomarão café puro será:
A) 72
B) 86
C) 94
D) 105
E) 112

3 - (PREF. NEPOMUCENO/MG – TÉCNICO EM SEGURANÇA DO TRABALHO – CONSULPLAN/2013) Num zoológico, a razão entre o número de aves e mamíferos é igual à razão entre o número de anfíbios e répteis. Considerando que o número de aves, mamíferos e anfíbios são, respectivamente, iguais a 39, 57 e 26, quantos répteis existem neste zoológico?
A) 31
B) 34
C) 36
D) 38
E) 43

4 - (TRT - Técnico Judiciário) Na figura abaixo, os pontos E e F dividem o lado AB do retângulo ABCD em segmentos de mesma medida.



A razão entre a área do triângulo (CEF) e a área do retângulo é:
a) 1/8
b) 1/6
c) 1/2
d) 2/3
e) 3/4

5 - (CREFITO/SP – ALMOXARIFE – VUNESP/2012) Na biblioteca de uma faculdade, a relação entre a quantidade de livros e de revistas era de 1 para 4. Com a compra de novos exemplares, essa relação passou a ser de 2 para 3.
Assinale a única tabela que está associada corretamente a essa situação.

A)

	Nº de livros	Nº de revistas
Antes da compra	50	200
Após a compra	200	300

B)

	Nº de livros	Nº de revistas
Antes da compra	50	200
Após a compra	300	200

C)

	Nº de livros	Nº de revistas
Antes da compra	200	50
Após a compra	200	300

D)

	Nº de livros	Nº de revistas
Antes da compra	200	50
Após a compra	300	200

E)

	Nº de livros	Nº de revistas
Antes da compra	200	200
Após a compra	50	300

6 - **(**CREFITO/SP – ALMOXARIFE – VUNESP/2012) Uma rede varejista teve um faturamento anual de 4,2 bilhões de reais com 240 lojas em um estado. Considerando que esse faturamento é proporcional ao número de lojas, em outro estado em que há 180 lojas, o faturamento anual, em bilhões de reais, foi de
A) 2,75
B) 2,95
C) 3,15
D) 3,35
E) 3,55

7 - **(**PREF. IMARUÍ – AGENTE EDUCADOR – PREF. IMARUÍ/2014) De cada dez alunos de uma sala de aula, seis são do sexo feminino. Sabendo que nesta sala de aula há dezoito alunos do sexo feminino, quantos são do sexo masculino?
A) Doze alunos.
B) Quatorze alunos.
C) Dezesseis alunos.
D) Vinte alunos.

8 - (TJ/SP – ESCREVENTE TÉCNICO JUDICIÁRIO – VUNESP/2013) Em um dia de muita chuva e trânsito caótico, 2/5 dos alunos de certa escola chegaram atrasados, sendo que 1/4 dos atrasados tiveram mais de 30 minutos de atraso. Sabendo que todos os demais alunos chegaram no horário, pode-se afirmar que nesse dia, nessa escola, a razão entre o número de alunos que chegaram com mais de 30 minutos de atraso e número de alunos que chegaram no horário, nessa ordem, foi de

A) 2:3
B) 1:3
C) 1:6
D) 3:4
E) 2:5

9 - (PMPP1101/001-Escriturário-I-manhã – 2012) – A razão entre as idades de um pai e de seu filho é hoje de 5/2. Quando o filho nasceu, o pai tinha 21 anos. A idade do filho hoje é de

A) 10 anos
B) 12 anos
C) 14 anos
D) 16 anos
E) 18 anos

10 - (FAPESP – ANALISTA ADMINISTRATIVO – VUNESP/2012) Em uma fundação, verificou-se que a razão entre o número de atendimentos a usuários internos e o número de atendimento total aos usuários (internos e externos), em um determinado dia, nessa ordem, foi de 3/5. Sabendo que o número de usuários externos atendidos foi 140, pode-se concluir que, no total, o número de usuários atendidos foi

A) 84
B) 100
C) 217
D) 280
E) 350

Respostas

1 – Resposta "B"

$$\frac{número\ de\ candidatos\ aprovados}{número\ total\ de\ candidatos} = \frac{1800}{3000} = \frac{18^3}{30^5} = \frac{3}{5}$$

2 – Resposta "A"

Sejam CP e CL o número de pessoas que consumiram café puro e café com leite respectivamente. Como na semana o número total de pessoas que consumiram café foi de 180, temos que:

CP+CL = 180

A relação encontrada entre eles é de $\frac{2}{3}$; $\frac{CP}{CL} = \frac{2}{3}$ assim aplicando a propriedade da proporção teremos:

$$\frac{CP+CL}{CP} = \frac{2+3}{2} \rightarrow \frac{180}{CP} = \frac{5}{2} \rightarrow 180.2 = CP.5 \rightarrow CP = \frac{360}{5} \rightarrow CP = 72$$

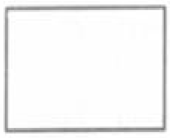
3 - RESPOSTA: "D"

$$\frac{Aves}{mamíferos} = \frac{anfíbios}{répteis}$$

$\frac{39}{57} = \frac{26}{répteis}$ ∴ Aplicando-se o produto dos meios pelos extremos temos:

$$répteis = 57 \cdot \frac{26}{39} = 38$$

4 - Resposta “B”

04)  $A = x \cdot y \quad A\Delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{3} \cdot y = \frac{xy}{6}$

$\frac{x}{3}\ \frac{x}{3}\ \frac{x}{3}\ \frac{A\Delta}{A} = \frac{6}{xy} = \frac{1}{6}$

5 - RESPOSTA: “A”
Para cada 1 livro temos 4 revistas
Significa que o número de revistas é 4x o número de livros.
50 livros: 200 revistas
Depois da compra
2 livros :3 revistas
200 livros: 300 revistas

6 - RESPOSTA: “C”

$$\frac{4{,}2}{240} = \frac{x}{180}$$

240.x = 4,2.180 → 240x = 756 → x = 3,15 bilhões

7 - RESPOSTA: “A”
Como 6 são do sexo feminino, 4 são do sexo masculino(10-6 = 4) .Então temos a seguinte razão: $\frac{6}{4}$

$$\frac{6}{4} = \frac{18}{x} \Rightarrow 6x = 72 \Rightarrow x = 12$$

8- RESPOSTA: “C”

Se 2/5 chegaram atrasados

$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ chegaram no horário

$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$ tiveram mais de 30 minutos de atraso

$$razão = \frac{tiveram\ mais\ de\ 30\ \text{min}\ de\ atraso}{chegaram\ no\ horário} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{5}}$$

$$razão = \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1}{6}\ ou\ 1:6$$

9 – RESPOSTA: “C”

A razão entre a idade do pai e do filho é respectivamente $\frac{P}{F} = \frac{5}{2}$, se quando o filho nasceu o pai tinha 21, significa que hoje o pai tem x + 21 , onde x é a idade do filho. Montando a proporção teremos:

$$\frac{x + 21}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2.(x + 21) = 5x \Rightarrow 2x + 42$$
$$= 5x \Rightarrow 5x - 2x = 42 \Rightarrow 3x = 42 \Rightarrow x = \frac{42}{3}$$

$$x = 14\ anos$$

10 - RESPOSTA: “E”
Usuários internos: I
Usuários externos : E

$$\frac{I}{I+E} = \frac{3}{5} = \frac{I}{I+140} \Rightarrow 5I = 3I+420 \Rightarrow 2I = 420 \Rightarrow I = 210$$

I+E = 210+140 = 350

7. EXPRESSÕES MATEMÁTICAS

Expressões numéricas são conjuntos de números que sofrem **operações matemáticas** com uma ordem de operações preestabelecida. Para que você aprenda a resolvê-las, primeiramente, destacaremos a prioridade que as **operações matemáticas** possuem.

Ordem das operações
As **operações matemáticas** estudadas no Ensino Fundamental são: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. A ordem em que elas devem ser resolvidas em uma **expressão numérica** é a seguinte:

→ **Potenciação e radiciação**
Em uma **expressão numérica**, sempre resolva primeiro as potências e raízes antes de qualquer outra operação matemática. A única exceção é para o caso em que aparecem colchetes, chaves ou parênteses. Vale ressaltar que, entre potências e raízes, não há **prioridade.**

→ **Multiplicação e divisão**
Em segundo lugar, quando não houver mais potências ou raízes, devem ser feitas as multiplicações e divisões. Entre essas duas, também não há **prioridade**. Realize primeiro aquela que aparecer primeiro ou que facilitará os cálculos.

NOVA CONCURSOS

→ Adição e subtração

Por último, realize as somas e diferenças. Também não há **prioridade** entre elas. Resolva-as na ordem em que aparecerem.

Ordem entre colchetes, chaves e parênteses

Em algumas **expressões numéricas**, uma parte da expressão pode ter prioridade em relação às outras. Essa parte deve ser separada com parênteses, chaves e/ou colchetes. A **prioridade** em que as operações devem ser feitas é a seguinte:

→ Parênteses

Em primeiro lugar, devem ser feitas todas as **operações** que estiverem dentro dos parênteses. Se houver muitas operações, a ordem que deve ser seguida é a **das operações,** dada anteriormente.

→ Colchetes

Em segundo lugar, as **operações** que estiverem dentro de colchetes deverão ser feitas também de acordo com a ordem das operações dada anteriormente.

Lembre-se apenas de que os parênteses aparecem sozinhos ou dentro de colchetes. Nesse caso, quando sobrar apenas um número dentro dos parênteses, estes podem ser eliminados.

→ Chaves

Por último, as operações dentro de chaves também devem ser realizadas de acordo com a **ordem das operações**.

Exemplo:

$\{15 + [(7 - 100:102) + (16:\sqrt{4} - 4)]2 + 10\}\cdot 3$

Observe que existem dois parênteses dentro de colchetes. Qualquer um dos dois pode ser feito primeiro ou ambos podem ser realizados ao mesmo tempo, desde que não se misturem os cálculos para cada um. Faremos na ordem em que aparecem. Isso é o mais indicado a ser feito.

Assim, para os primeiros parênteses, faremos a potência; depois, a divisão e, por fim, a subtração:

$\{15 + [(7 - 100:102) + (16:\sqrt{4} - 4)]2 + 10\}\cdot 3$

$\{15 + [(7 - 100:100) + (16:\sqrt{4} - 4)]2 + 10\}\cdot 3$

$\{15 + [(7 - 1) + (16:\sqrt{4} - 4)]2 + 10\}\cdot 3$

$\{15 + [(8) + (16:\sqrt{4} - 4)]2 + 10\}\cdot 3$

Nesse caso, os parênteses podem ser eliminados.

$\{15 + [8 + (16:\sqrt{4} - 4)]2 + 10\}\cdot 3$

Agora os parênteses seguintes. Primeiro, a raiz quadrada; depois, divisão e subtração.

$\{15 + [8 + (16:2 - 4)]2 + 10\}\cdot 3$

$\{15 + [8 + (8 - 4)]2 + 10\}\cdot 3$

$\{15 + [8 + (4)]2 + 10\}\cdot 3$

$\{15 + [8 + 4]2 + 10\}\cdot 3$

Note que, dentro dos colchetes, sobrou apenas uma adição. Depois de realizá-la, o número que sobrar deverá ser elevado ao quadrado. Assim, obteremos:

$\{15 + [12]2 + 10\}\cdot 3$

$\{15 + 144 + 10\}\cdot 3$

Agora, falta apenas realizar os cálculos dentro das chaves e multiplicar o resultado por 3:

$\{15 + 144 + 10\}\cdot 3$

$169\cdot 3$

507

Fonte: http://brasilescola.uol.com.br/matematica/expressoes-numericas.htm

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1. (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA/2013) Na escola onde estudo, 1/4dos alunos tem a língua portuguesa como disciplina favorita, 9/20 têm a matemática como favorita e os demais têm ciências como favorita. Sendo assim, qual fração representa os alunos que têm ciências como disciplina favorita?

A) 1/4
B) 3/10
C) 2/9
D) 4/5
E) 3/2

Somando português e matemática:

$$\frac{1}{4}+\frac{9}{20}=\frac{5+9}{20}=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$$

O que resta gosta de ciências:

$$1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$$

RESPOSTA: "B".

2. (CÂMARA DE CANITAR/SP – RECEPCIONISTA – INDEC/2013) Em uma banca de revistas existe um total de 870 exemplares dos mais variados temas. Metade das revistas é da editora A, dentre as demais, um terço são publicações antigas. Qual o número de exemplares que não são da Editora A e nem são antigas?

A) 320
B) 290
C) 435
D) 145

editora A: 870/2=435 revistas
publicações antigas: 435/3=145 revistas

$$435+145=580$$
$$870-580=290$$

O número de exemplares que não são da Editora A e nem são antigas são 290.
RESPOSTA: "B".

3. (TRF 2ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2012) Uma operação λ é definida por: $w^{\lambda} = 1 - 6w$, para todo inteiro w.

Com base nessa definição, é correto afirmar que a soma $2^{\lambda} + (1^{\lambda})^{\lambda}$ é igual a

A) −20.
B) −15.
C) −12.
D) 15.
E) 20.

Pela definição:
Fazendo w=2

$$2^{\lambda}=1-6\cdot 2=-11$$
$$1^{\lambda}=1-6\cdot 1=-5$$
$$\left(1^{\lambda}\right)^{\lambda}=1-6\cdot(-5)=31$$
$$2^{\lambda}+\left(1^{\lambda}\right)^{\lambda}=-11+31=20$$

RESPOSTA:"E".

4. (TRF 2ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2012) Considere as seguintes afirmações:

I. Para todo número inteiro x, tem-se

$$\frac{\mathbf{4^{x-1}+4^{x}+4^{x+1}}}{\mathbf{4^{x-2}+4^{x-1}}}=\mathbf{16{,}8}$$

II. $\left(\mathbf{8^{\frac{1}{3}}+0{,}4444\ldots}\right):\frac{\mathbf{11}}{\mathbf{135}}=\mathbf{30}$

III. Efetuando-se $\left(\sqrt[4]{\mathbf{6+2\sqrt{5}}}\right)\boldsymbol{x}\left(\sqrt[4]{\mathbf{6-2\sqrt{5}}}\right)$ obtém-se um número maior que 5.

Relativamente a essas afirmações, é certo que

A) I,II, e III são verdadeiras.
B) Apenas I e II são verdadeiras.
C) Apenas II e III são verdadeiras.
D) Apenas uma é verdadeira.
E) I,II e III são falsas.

I $\frac{4^{x}(4^{-1}+1+4)}{4^{x}(4^{-2}+4^{-1})}$

$$\frac{\frac{1}{4}+5}{\frac{1}{16}+\frac{1}{4}}=\frac{\frac{1+20}{4}}{\frac{1+4}{16}}=\frac{\frac{21}{4}}{\frac{5}{16}}=\frac{21}{4}\cdot\frac{16}{5}=\frac{21\cdot 4}{5}=16{,}8$$

II $8^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{8}=2$

10x=4,4444...
-X=0,4444.....
9x=4
X=4/9

$$\left(2+\frac{4}{9}\right):\frac{11}{135}=\frac{18+4}{9}\cdot\frac{135}{11}=\frac{22}{9}\cdot\frac{135}{11}=\frac{2\cdot 135}{9}=30$$

III $\sqrt[4]{6^{2}-20}=\sqrt[4]{16}=2$

Portanto, apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.
RESPOSTA: "B".

5. (TRT 6ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO- ADMINISTRATIVA – FCC/2012) Em uma praia chamava a atenção um catador de cocos (a água do coco já havia sido retirada). Ele só pegava cocos inteiros e agia da seguinte maneira: o primeiro coco ele coloca inteiro de um lado; o segundo ele dividia ao meio e colocava as metades em outro lado; o terceiro coco ele dividia em três partes iguais e colocava os terços de coco em um terceiro lugar, diferente dos outros lugares; o quarto coco ele dividia em quatro partes iguais e colocava os quartos de coco em um quarto lugar diferente dos outros lugares. No quinto coco agia como se fosse o primeiro coco e colocava inteiro de um lado, o seguinte dividia ao meio, o seguinte em três partes iguais, o seguinte em quatro partes iguais e seguia na sequência: inteiro, meios, três partes iguais, quatro partes iguais. Fez isso com exatamente 59 cocos quando alguém disse ao catador: eu quero três quintos dos seus terços de coco e metade dos seus quartos de coco. O catador consentiu e deu para a pessoa

A) 52 pedaços de coco.
B) 55 pedaços de coco.
C) 59 pedaços de coco.
D) 98 pedaços de coco.
E) 101 pedaços de coco.

$$\frac{59}{4} = 14\, resto\; 3$$

14 vezes iguais
Coco inteiro: 14
Metades:14.2=28
Terça parte:14.3=42
Quarta parte:14.4=56

3 cocos: 1 coco inteiro, metade dos cocos, terça parte
Quantidade total
Coco inteiro: 15
Metades: 30
Terça parte: 45
Quarta parte 56

$$\frac{3}{5} \cdot 45 + \frac{1}{2} \cdot 56 = 27 + 28 = 55$$

RESPOSTA: "B".

6. (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM/2014) Ruth tem somente R$ 2.200,00 e deseja gastar a maior quantidade possível, sem ficar devendo na loja.

Verificou o preço de alguns produtos:
TV: R$ 562,00
DVD: R$ 399,00
Micro-ondas: R$ 429,00
Geladeira: R$ 1.213,00

Na aquisição dos produtos, conforme as condições mencionadas, e pagando a compra em dinheiro, o troco recebido será de:

A) R$ 84,00
B) R$ 74,00
C) R$ 36,00
D) R$ 26,00
E) R$ 16,00

Geladeira+tv+DVD=1213+562+399=2174
Troco:2200-2174=26 reais
RESPOSTA: "D".

7. (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM/2014) Dirce comprou 7 lapiseiras e pagou R$ 8,30, em cada uma delas. Pagou com uma nota de 100 reais e obteve um desconto de 10 centavos. Quantos reais ela recebeu de troco?

A) R$ 40,00
B) R$ 42,00
C) R$ 44,00
D) R$ 46,00
E) R$ 48,00

$$8{,}3 \cdot 7 = 58{,}1$$

Como recebeu um desconto de 10 centavos, Dirce pagou 58 reais
Troco:100-58=42 reais
RESPOSTA: "B".

8. (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM/2014) A mãe do Vitor fez um bolo e repartiu em 24 pedaços, todos de mesmo tamanho. A mãe e o pai comeram juntos, 1/4do bolo. O Vitor e a sua irmã comeram, cada um deles, 1/4do bolo. Quantos pedaços de bolo sobraram?

A) 4
B) 6
C) 8
D) 10
E) 12

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Sobrou 1/4 do bolo.

$$24 \cdot \frac{1}{4} = 6\, pedaços$$

RESPOSTA "B".

9. (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM/2014) Paulo recebeu R$1.000,00 de salário. Ele gastou ¼ do salário com aluguel da casa e 3/5 do salário com outras despesas. Do salário que Paulo recebeu, quantos reais ainda restam?

A) R$ 120,00
B) R$ 150,00
C) R$ 180,00
D) R$ 210,00
E) R$ 240,00

Aluguel: $1000 \cdot \frac{1}{4} = 250$

Outras despesas: $1000 \cdot \frac{3}{5} = 600$

$$250 + 600 = 850$$

Restam :1000-850=R$150,00
RESPOSTA: "B".

10. (UFABC/SP – TECNÓLOGO-TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO – VUNESP/2013) Um jardineiro preencheu parcialmente, com água, 3 baldes com capacidade de 15 litros cada um. O primeiro balde foi preenchido com 2/3 de sua capacidade, o segundo com 3/5 da capacidade, e o terceiro, com um volume correspondente à média dos volumes dos outros dois baldes. A soma dos volumes de água nos três baldes, em litros, é
A) 27.
B) 27,5.
C) 28.
D) 28,5.
E) 29.

Primeiro balde:

$$\frac{2}{3} \cdot 15 = 10\ litros$$

Segundo balde:

$$\frac{3}{5} \cdot 15 = 9\ litros$$

Terceiro balde:

$$\frac{10+9}{2} = 9{,}5\ litros$$

A soma dos volumes é : 10+9+9,5=28,5 litros
RESPOSTA: "D".

11. (UFOP/MG – ADMINISTRADOR DE EDIFICIOS – UFOP/2013) Uma pessoa caminha 5 minutos em ritmo normal e, em seguida, 2 minutos em ritmo acelerado e, assim, sucessivamente, sempre intercalando os ritmos da caminhada (5 minutos normais e 2 minutos acelerados). A caminhada foi iniciada em ritmo normal, e foi interrompida após 55 minutos do início.

O tempo que essa pessoa caminhou aceleradamente foi:
A) 6 minutos
B) 10 minutos
C) 15 minutos
D) 20 minutos

A caminhada sempre vai ser 5 minutos e depois 2 minutos, então 7 minutos ao total.
Dividindo o total da caminhada pelo tempo, temos:

$$\frac{55}{7} = 7\ e\ resta\ 6$$

Assim, sabemos que a pessoa caminhou 7. (5minutos +2 minutos) +6 minutos (5 minutos+1 minuto)
Aceleradamente caminhou:14+1=15 minutos
RESPOSTA: "C".

12. (PREF. JUNDIAI/SP – ELETRICISTA – MAKIYAMA/2013) Analise as operações a seguir:

I $a^b a^c = a^x$

II $\frac{a^b}{a^c} = a^y$

III $(a^c)^2 = a^z$

De acordo com as propriedades da potenciação, temos que, respectivamente, nas operações I, II e III:
A) X=b-c, y=b+c e z=c/2.
B) X=b+c, y=b-c e z=2c.
C) X=2bc, y=-2bc e z=2c.
D) X=c-b, y=b-c e z=c-2.
E) X=2b, y=2c e z=c+2.

I da propriedade das potências, temos:

$$a^x = a^{b+c} \Rightarrow x = b + c$$

II $a^y = a^{b-c} \Rightarrow y = b - c$

III $a^{2c} = a^z \Rightarrow z = 2c$

RESPOSTA: "B".

13. (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP/2013) De um total de 180 candidatos, 2/5 estudam inglês, 2/9 estudam francês, 1/3estuda espanhol e o restante estuda alemão. O número de candidatos que estuda alemão é:
A) 6.
B) 7.
C) 8.
D) 9.
E) 10.

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{9} + \frac{1}{3}$$

Mmc(3,5,9)=45

$$\frac{18+10+15}{45} = \frac{43}{45}$$

O restante estuda alemão: 2/45

$$180 \cdot \frac{2}{45} = 8$$

RESPOSTA: "C".

14. (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP/2013) Em um estado do Sudeste, um Agente de Apoio Operacional tem um salário mensal de: saláriobase R$ 617,16 e uma gratificação de R$ 185,15. No mês passado, ele fez 8 horas extras a R$ 8,50 cada hora, mas precisou faltar um dia e foi descontado em R$ 28,40. No mês passado, seu salário totalizou

A) R$ 810,81.
B) R$ 821,31.
C) R$ 838,51.
D) R$ 841,91.
E) R$ 870,31.

$$\text{salário mensal}: 617{,}16 + 185{,}15 = 802{,}31$$
$$\text{horas extras}: 8{,}5 \cdot 8 = 68$$
$$\text{mês passado}: 802{,}31 + 68{,}00 - 28{,}40 = 841{,}91$$

Salário foi R$ 841,91.
RESPOSTA: "D".

15. (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP/2013) Dois irmãos dividiram igualmente entre si uma herança.

Após um ano, um deles, com aplicações financeiras, havia triplicado o valor recebido, enquanto o outro havia gasto grande parte, reduzindo o valor recebido a sua terça parte.

Em relação ao valor que coube a cada um na herança, o irmão que aplicou tinha a mais do que aquele que gastou o equivalente a

A) 2/3
B) 4/3
C) 5/3
D) 7/3
E) 8/3

Herança: x

$$3x - \frac{1}{3}x = \frac{8}{3}x$$

RESPOSTA: "E".

16. (PETROBRAS - TÉCNICO DE ADMINISTRAÇÃO E CONTROLE JÚNIOR – CESGRANRIO/2013) Ao comprar seis balas e um bombom, Júlio gastou R$1,70. Se o bombom custa R$0,80, qual é o preço de cada bala?

A) R$0,05
B) R$0,15
C) R$0,18
D) R$0,30
E) R$0,50

1,70-0,80=0,90
Ele gastou R$ 0,90 em balas.

$$\frac{0{,}90}{6} = 0{,}15$$

Cada bala custa R$ 0,15.
RESPOSTA: "B".

17. (DPE/RS – ANALISTA ADMINISTRAÇÃO – FCC/2013) Em uma empresa, 2/3 dos funcionários são homens e 3/5 falam inglês. Sabendo que 1/12 dos funcionários são mulheres que não falam inglês, pode-se concluir que os homens que falam inglês representam, em relação ao total de funcionários, uma fração equivalente a

A) 3/10
B) 7/20
C) 2/5
D) 9/20
E) 1/2

Mmc(3,5,12)=60

$$\frac{2}{3} = \frac{40}{60}\ \text{são homens}$$

$$1 - \frac{40}{60} = \frac{20}{60}\text{são mulheres}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{5}{60}\text{das mulheres não falam inglês}$$

$$\frac{20}{60} - \frac{5}{60} = \frac{15}{60}\text{das mulheres falam inglês}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{36}{60}\text{das pessoas falam inglês}$$

$$\frac{36}{60} - \frac{15}{60} = \frac{21}{60}\text{dos homens falam inglês}$$

$$\frac{21}{60} = \frac{7}{20}$$

RESPOSTA: "B".

18. (DPE/RS – ANALISTA ADMINISTRAÇÃO – FCC/2013) A soma S é dada por:

$$\boldsymbol{S = \sqrt{2} + \sqrt{8} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{8} + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{8}}$$
$$\boldsymbol{+ 4\sqrt{2} + 4\sqrt{8} + 5\sqrt{2} + 5\sqrt{8}}$$

Dessa forma, S é igual a

A) $\sqrt{\mathbf{90}}$

B) $\sqrt{\mathbf{405}}$

C) $\sqrt{\mathbf{900}}$

D) $\sqrt{\mathbf{4050}}$

E) $\sqrt{\mathbf{9000}}$

$$S = 15\sqrt{2} + 15\sqrt{8}$$
$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$S = 15\sqrt{2} + 30\sqrt{2} = 45\sqrt{2}$$
$$S = \sqrt{4050}$$

RESPOSTA: "D".

19. (BNDES – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – CESGRANRIO/2013) Parque Estadual Serra do Conduru, localizado no Sul da Bahia, ocupa uma área de aproximadamente 9.270 hectares. Dessa área, 7 em cada 9 hectares são ocupados por florestas.

Qual é, em hectares, a área desse Parque NÃO ocupada por florestas?

A) 2.060
B) 2.640
C) 3.210
D) 5.100
E) 7.210

$\frac{7}{9} \cdot 9270 = 7210\ hectares\ são\ ocupados\ por\ floresta$

$9270 - 7210 = 2060\ não\ é\ ocupada$

RESPOSTA: "A".

20. (BNDES – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – CESGRANRIO/2013) Gilberto levava no bolso três moedas de R$ 0,50, cinco de R$ 0,10 e quatro de R$ 0,25. Gilberto retirou do bolso oito dessas moedas, dando quatro para cada filho.

A diferença entre as quantias recebidas pelos dois filhos de Gilberto é de, no máximo,

A) R$ 0,45
B) R$ 0,90
C) R$ 1,10
D) R$ 1,15
E) R$ 1,35

Supondo que as quatro primeiras moedas sejam as 3 de R$ 0,50 e 1 de R$0,25(maiores valores).

Um filho receberia : 1,50+0,25=R$1,75

E as ouras quatro moedas sejam de menor valor: 4 de R$0,10=R$0,40.

A maior diferença seria de 1,75-0,40=1,35

Dica: sempre que fala a maior diferença tem que o maior valor possível – o menor valor.

RESPOSTA: "E".

21. (CÂMARA DE CANITAR/SP – RECEPCIONISTA – INDEC/2013) O resultado do produto: $(\mathbf{2\sqrt{2}+1})\cdot(\mathbf{\sqrt{2}-1})$ é:

A) $\mathbf{\sqrt{2}-1}$

B) 2

C) $\mathbf{2\sqrt{2}}$

D) $\mathbf{3-\sqrt{2}}$

$$(2\sqrt{2}+1)\cdot(\sqrt{2}-1) = 2(\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$$
$$= 4 - \sqrt{2} - 1 = 3 - \sqrt{2}$$

RESPOSTA: "D".

22. (TJ/SP - AUXILIAR DE SAÚDE JUDICIÁRIO - AUXILIAR EM SAÚDE BUCAL – VUNESP/2013) Para numerar as páginas de um livro, uma impressora gasta 0,001 mL por cada algarismo impresso. Por exemplo, para numerar as páginas 7, 58 e 290 gasta-se, respectivamente, 0,001 mL, 0,002 mL e 0,003 mL de tinta. O total de tinta que será gasto para numerar da página 1 até a página 1 000 de um livro, em mL, será

A) 1,111.
B) 2,003.
C) 2,893.
D) 1,003.
E) 2,561.

1 a 9 =9 algarismos=0,001 · 9=0,009 ml

De 10 a 99, temos que saber quantos números tem.

99-10+1=90.

OBS: soma 1, pois quanto subtraímos exclui-se o primeiro número.

90 números de 2 algarismos: 0,002 · 90=0,18ml

De 100 a 999

999-100+1=900 números

900 · 0,003=2,7ml

1000=0,004ml

Somando: 0,009+0,18+2,7+0,004=2,893

RESPOSTA: "C".

23. (TJ/SP - AUXILIAR DE SAÚDE JUDICIÁRIO - AUXILIAR EM SAÚDE BUCAL – VUNESP/2013) O número de frações cujo valor está entre 1/4 e 5/9 e que possuem numerador inteiro positivo e denominador igual a 36, é

A) 9.
B) 8.
C) 12.
D) 10.
E) 11.

$$\frac{1}{4} = \frac{9}{36}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$$

O número de frações é:

20-9-1=10

RESPOSTA: "D".

24. (PREF. AMPARO/SP – AGENTE ESCOLAR – CONRIO/2014) Descubra o 99º termo da P.A. (45, 48, 51,...)

A) 339
B) 337
C) 333
D) 331

r=48-45=3

$$a_1 = 45$$
$$a_n = a_1 + (n-1)r$$
$$a_{99} = 45 + 98 \cdot 3 = 339$$

RESPOSTA: "A".

25. (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC/2014) Uma sequência inicia-se com o número 0,3. A partir do 2º termo, a regra de obtenção dos novos termos é o termo anterior menos 0,07. Dessa maneira o número que corresponde à soma do 4º e do 7º termos dessa sequência é

A) -6,7.
B) 0,23.
C) -3,1.
D) -0,03.
E) -0,23.

$$a_n = a_1 - (n-1)r$$
$$a_4 = 0{,}3 - 3.0{,}07 = 0{,}09$$
$$a_7 = 0{,}3 - 6.0{,}07 = -0{,}12$$
$$S = a_4 + a_7 = 0{,}09 - 0{,}12 = -0{,}03$$

RESPOSTA: "D".

26. (MPE/AM – AGENTE DE APOIO- ADMINISTRATIVO – FCC/2013) Considere a sequência numérica formada pelos números inteiros positivos que são divisíveis por 4, cujos oito primeiros elementos são dados a seguir.

(4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32,...)

O último algarismo do 234º elemento dessa sequência é

A) 0
B) 2
C) 4
D) 6
E) 8

r=4

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$
$$a_{234} = 4 + 233 \cdot 4 = 936$$

Portanto, o último algarismo é 6.
RESPOSTA: "D".

27. (PREF. LAGOA DA CONFUSÃO/TO – ORIENTADOR SOCIAL – IDECAN/2013) Durante uma pesquisa, foi constatado que a cada dia triplicava o volume de lixo em um certo lago. Se no 7º dia dessa pesquisa havia 3645 m^3 de lixo nesse lago, então o volume de lixo que havia no 1º dia da pesquisa era

A) 4 m^3.
B) 5 m^3.
C) 6 m^3.
D) 7 m^3.
E) 8 m^3.

q=3

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$3645 = a_1 \cdot 3^6$$
$$a_1 = \frac{3645}{729} = 5$$

RESPOSTA: "B".

28. (PREF. NEPOMUCENO/MG – TÉCNICO EM SEGURANÇA DO TRABALHO – CONSULPLAN/2013) O primeiro e o terceiro termos de uma progressão geométrica crescente são, respectivamente, 4 e 100. A soma do segundo e quarto termos dessa sequência é igual a

A) 210.
B) 250.
C) 360.
D) 480.
E) 520.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$a_3 = a_1 \cdot q^2$$
$$100 = 4 \cdot q^2$$
$$q^2 = 25$$
$$q = 5$$
$$a_2 = a_1 \cdot q = 4 \cdot 5 = 20$$
$$a_4 = a_3 \cdot q = 100 \cdot 5 = 500$$
$$a_2 + a_4 = 20 + 500 = 520$$

RESPOSTA: "E".

29. (PREF. NEPOMUCENO/MG – TÉCNICO EM SEGURANÇA DO TRABALHO – CONSULPLAN/2013) Jonas começou uma caminhada no quarteirão com a intenção de completar 4 voltas em torno do mesmo. Se, a cada volta, ele demora 5 minutos a mais que o tempo gasto na volta anterior, gastando nas 4 voltas um total de 1 hora e 2 minutos, então o tempo gasto para completar a primeira volta foi de

A) 6 minutos.
B) 7 minutos.
C) 8 minutos.
D) 9 minutos.
E) 10 minutos.

r=5 minutos
1 hora e 2 minutos=62 minutos

$$a_4 = a_1 + 3r$$
$$a_4 = a_1 + 3 \cdot 5 = a_1 + 15$$
$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$
$$S_4 = \frac{(a_1 + a_4)4}{2}$$
$$62 = 2(a_1 + a_1 + 15)$$
$$31 = 2a_1 + 15$$
$$2a_1 = 16$$
$$a_1 = 8\, minutos$$

RESPOSTA: "C".

30. (TRF 3ª – ANALISTA JUDICIÁRIO-INFORMÁTICA – FCC/2014) Um tabuleiro de xadrez possui 64 casas. Se fosse possível colocar 1 grão de arroz na primeira casa, 4 grãos na segunda, 16 grãos na terceira, 64 grãos na quarta, 256 na quinta, e assim sucessivamente, o total de grãos de arroz que deveria ser colocado na 64ª casa desse tabuleiro seria igual a

A) 264.
B) 2126.
C) 266.
D) 2128.
E) 2256.

Pelos valores apresentados, é uma PG de razão 4

A_{64}=?
a_1=1
q=4
n=64

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$a_n = 1 \cdot 4^{63} = (2^2)^{63} = 2^{126}$

RESPOSTA: "B".

31. (TRF 2ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2012) Considere que os termos da sucessão seguinte foram obtidos segundo determinado padrão.

(20, 21, 19, 22, 18, 23, 17, ...)

Se, de acordo com o padrão estabelecido, X e Y são o décimo e o décimo terceiro termos dessa sucessão, então a razão Y/X é igual a

A) 44%.
B) 48%.
C) 56%.
D) 58%.
E) 64%.

Pensando no décimo termo da sequência como o 5º termo da sequência par(2ºtermo,4ºtermo..):

$$a_1 = 21 \; e \; r = 1$$
$$a_5 = a_1 + (n-1)r$$
$$a_5 = 21 + 4 = 25 = X$$

Décimo terceiro termo é o 7º termo da sequência impar

A sequência ímpar(1ºtermo,3ºtermo..) a r=-1

$$a_7 = a_1 - (n-1)r$$
$$a_7 = 20 - 6 = 14 = Y$$
$$\frac{Y}{X} = \frac{14}{25} = 0{,}56 = 56\%$$

RESPOSTA: "C".

32. (BNDES – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – CESGRANRIO/2013) Progressões aritméticas são sequências numéricas nas quais a diferença entre dois termos consecutivos é constante.

A sequência (5, 8, 11, 14, 17, ..., 68, 71) é uma progressão aritmética finita que possui

A) 67 termos
B) 33 termos
C) 28 termos
D) 23 termos
E) 21 termos

a_n=71
a_1=5
r=8-5=3

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$
$$71 = 5 + (n-1)3$$
$$3n - 3 + 5 = 71$$
$$3n = 69$$
$$n = 23 \; termos$$

RESPOSTA: "D".

33. (TJ/SP - AUXILIAR DE SAÚDE JUDICIÁRIO - AUXILIAR EM SAÚDE BUCAL – VUNESP/2013) Em uma reunião de condomínio com 160 pessoas presentes, cada uma recebeu um número diferente, a partir de 1 até 160. Na reunião, foram feitas duas comissões (A e B) com os seguintes integrantes: na comissão A, as pessoas portadoras de número ímpar e, na comissão B, as pessoas portadoras de número múltiplo de 3. Dentre as pessoas presentes na reunião, os participantes de ambas as comissões correspondem à

A) 16,875%.
B) 16,250%.
C) 17,500%.
D) 18,750%.
E) 18,125%.

O último número ímpar e múltiplo de 3 é o 159.

Sequência ímpar: 1,3,5,7,9 11,13,15,17,19,21....

Sequência múltiplo: 3,6,9,12,15,18,21...

A cada 6 números (3,9,15..) o número estará nas duas comissões.

a_1=3
a_n=159
r=6

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$
$$159 = 3 + (n-1)6$$
$$6n - 6 + 3 = 159$$
$$6n = 156$$
$$n = 26$$
$$P = \frac{26}{160} = 0{,}1625 = 16{,}25\%$$

Participarão de ambas as comissões 16,25%

RESPOSTA: "B".

34. (PETROBRAS – TÉCNICO AMBIENTAL JÚNIOR – CESGRANRIO/2012) Álvaro, Bento, Carlos e Danilo trabalham em uma mesma empresa, e os valores de seus salários mensais formam, nessa ordem, uma progressão aritmética. Danilo ganha mensalmente R$ 1.200,00 a mais que Álvaro, enquanto Bento e Carlos recebem, juntos, R$ 3.400,00 por mês.

Qual é, em reais, o salário mensal de Carlos?

A) 1.500,00
B) 1.550,00
C) 1.700,00
D) 1.850,00
E) 1.900,00

Álvaro ganha: x
De Álvaro para Bento:r
Álvaro para Carlos: 2r
Álvaro para Danilo: 3r
3r=1200
r=400

x+r+x+2r=3400
x+400+x+800=3400
2x=2200
X=1100
Portanto, o salário de Carlos é 1100+800=1900

RESPOSTA: "E".

35. (PM/SP – SARGENTO CFS – CETRO/2012) O 12 termo da progressão aritmética (-7, -9, -11,...) é

A) -27.
B) -29.
C) -31.
D) -32.

a1=-7
r=-9-(-7)=-2

$$a_{12} = a_1 + 11r$$
$$a_{12} = -7 + 11 \cdot (-2)$$
$$a_{12} = -7 - 22 = -29$$

RESPOSTA: "B".

36. (PM/SP – CABO – CETRO/2012) Para participar da Corrida Ciclística da Polícia Militar, um policial faz o seguinte treinamento: na primeira hora, ele percorre 30km; na segunda hora, ele percorre 27km, e, assim por diante, em progressão aritmética. Portanto, após 5 horas de treinamento, ele terá percorrido

A) 90km.
B) 100km.
C) 110km.
D) 120km.

$$a_5 = a_1 + 4r$$

$$a_5 = 30 - 12 = 18$$

$$S_5 = (a_1 + a_5) \cdot \frac{n}{2}$$

$$S_5 = (30 + 18) \cdot \frac{5}{2} = 120\ km$$

RESPOSTA: "D".

37. (METRÔ/SP – USINADOR FERRAMENTEIRO – FCC/2014) O setor de almoxarifado do Metrô necessita numerar peças de 1 até 100 com adesivos. Cada adesivo utilizado no processo tem um único algarismo de 0 a 9. Por exemplo, para fazer a numeração da peça número 100 são gastos três adesivos (um algarismo 1 e dois algarismos 0). Sendo assim, o total de algarismos 9 que serão usados no processo completo de numeração das peças é igual a

A) 20.
B) 10.
C) 19.
D) 18.
E) 9.

$$99 = 9 + (n-1)10$$
$$10n - 10 + 9 = 99$$
$$n = 10$$

Vamos tirar o 99 pra ser contato a parte: 10-1=9

$$99 = 90 + (n-1)$$
$$n = 99 - 90 + 1 = 10$$

São 19 números que possuem o algarismo 9, mas o 99 possui 2

19+1=20
RESPOSTA: "A".

38. (TJ/MT – DISTRIBUIDOR, CONTADOR E PARTIDOR– TJ/2012) Considere que, no mês de setembro, o número de e-mails recebidos por uma empresa cresceu diariamente obedecendo a uma progressão aritmética de razão 8. Se no primeiro dia a empresa recebeu 112 e-mails, quantos e-mails foram recebidos nos 30 dias de setembro?

A) 13.680
B) 8.640
C) 11.232
D) 6.840

$$a_{30} = a_1 + 29r$$
$$a_{30} = 112 + 29 \cdot 8 = 344$$
$$S_{30} = (a_1 + a_{30}) \cdot \frac{n}{2}$$
$$S_{30} = \frac{112+344}{2} \cdot 30 = 6840$$

RESPOSTA: "D".

39. (UEM/PR – AGENTE UNIVERSITÁRIO – MOTORISTA – UEM/2013) A sequência (2, a, b, 20) é uma progressão aritmética e a sequência (2, a, 32, (b + 6a + 2)) é uma progressão geométrica, com a e b números reais. Sobre a e b, é correto afirmar que

A) a é raiz da equação 2x + 5 = 17.
B) b é raiz da equação $x^2 - 4 = 32$.
C) b é menor do que 10.
D) b = a + 6.
E) b é múltiplo de a.

$$a_4 = a_1 + 3r$$
$$20 = 2 + 3r$$

r=6
portanto, b=a+6

RESPOSTA: "D".

40. (SAMU/SC – ASSISTENTE ADMINISTRATIVO – SPDM/2012) A soma dos termos de uma P.G. de primeiro termo igual a 3 e cuja razão é igual à da P.A. 2, 5/2,..., é igual a:

A) 9
B) 12
C) 6
D) 3/2

$$r = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

Soma PG infinita

$$S = \frac{a_1}{1-q}$$

$$S = \frac{3}{1-\frac{1}{2}} = 6$$

RESPOSTA: "C".

41. (CÂMARA DE CANITAR/SP – RECEPCIONISTA – INDEC/2013) Um televisor é vendido por R$ 3.900,00. Se retirássemos deste preço o valor dos impostos, este televisor custaria R$ 2.964,00. Qual a porcentagem de impostos sobre este produto?

A) 24%
B) 18%
C) 15%
D) 11%

imposto=3900-2964=936

$$P = \frac{936}{3900} \cdot 100 = 24\%$$

RESPOSTA: "A".

42. (SABESP/SP – AGENTE DE SANEAMENTO AMBIENTAL – FCC/2014) Leonardo abriu seu cofrinho, que continha apenas moedas de 25 centavos, e comprou com o dinheiro um eletrodoméstico com 10% de desconto à vista. Sabendo que Leonardo usou 828 moedas nessa compra, o preço do eletrodoméstico sem o desconto, em reais, era igual a

A) 227,70
B) 198,50
C) 220,00
D) 230,00
E) 240,25

$$828 \cdot 0{,}25 = 207$$

Com desconto ele pagou R$207,00.

Quando trabalhamos com desconto deve-se descontar a taxa de 1.

1-0,1=0,9, ou seja, o valor que pagou corresponde a 90% do produto.

207-------90%
x----------100%
x=230

O valor do eletrodoméstico era de R$230,00.

RESPOSTA: "D".