

Secretaria de Estado de Gestão e Planejamento do Estado do Goiás

SEDUCE-GO

Professor Nível III - Matemática

Edital Nº 002 – SEGPLAN/SEDUCE, de 5 de Abril de 2018

AB035-2018

DADOS DA OBRA

Título da obra: Secretaria de Estado de Gestão e Planejamento do Estado do Goiás - SEDUCE-GO

Cargo: Professor Nível III - Matemática

(Baseado no Edital Nº 002 – SEGPLAN/SEDUCE, de 5 de Abril de 2018)

- Conhecimentos Específicos

Gestão de Conteúdos

Emanuela Amaral de Souza

Diagramação/ Editoração Eletrônica

Elaine Cristina

Igor de Oliveira

Camila Lopes

Thais Regis

Produção Editorial

Suelen Domenica Pereira

Julia Antoneli

Karoline Dourado

Capa

Joel Ferreira dos Santos

SUMÁRIO

Conhecimentos Específicos

1 Conjuntos: noções de conjunto; operações; subconjuntos; conjunto das partes de um conjunto; relação.....	01
2 Números naturais e inteiros: divisibilidade, fatoração, MDC, MMC e congruências.	01
3 Números racionais: razões e proporções.	01
4 Números reais: representação de números por pontos na reta, representação decimal, potenciação e radiciação, percentagens, regras de três simples e composta.	01
5 Números complexos: conceituação, operações, forma trigonométrica, potências e raízes.	24
6 Álgebra.	26
6.1 Equações algébricas: equações de 1° e de 2° grau e equações redutíveis ao 2° grau.	26
6.2 Matrizes: tipos de matrizes, operações, determinantes, matriz inversa.	26
6.3 Sistemas de equações lineares: resolução de sistemas lineares por escalonamento, regra de Cramer e teorema de Rouché-Capelli.	26
6.4 Polinômios: propriedades, operações, fatoração, raízes, teorema fundamental da álgebra; inequações de 1° e de 2° grau.	26
7 Combinatória e probabilidade.	37
7.1 Cálculo combinatório: arranjo, permutação e combinações.	37
7.2 Números binomiais, binômio de Newton e suas propriedades.	37
7.3 Probabilidade de um evento.	37
7.4 Interseção e união de eventos.	37
7.5 Probabilidade condicional.	37
7.6 Lei binomial da probabilidade.	37
8 Geometria.	46
8.1 Geometria plana: elementos primitivos, semi-retas, semiplanos, segmentos e ângulo.	46
8.1.1 Retas perpendiculares e retas paralelas.	46
8.1.2 Triângulos.	46
8.1.3 Quadriláteros.	46
8.1.4 Circunferência.	46
8.1.5 Segmentos proporcionais.	46
8.1.6 Semelhança de polígonos.	46
8.1.7 Relações métricas em triângulos, círculos e polígonos regulares.	46
8.1.8 Áreas de polígonos, de círculos e de figuras circulares.	46
8.2 Geometria no espaço.	66
8.2.1 Perpendicularidade e paralelismo de retas e planos.	66
8.2.2 Noções sobre triedros.	66
8.2.3 Poliedros.	66
8.2.4 Área e volume dos prismas, cones, pirâmides e respectivos troncos.	66
8.2.5 Esferas e cilindros: áreas e volumes.	66
8.3 Geometria analítica.	73
8.3.1 Coordenadas cartesianas no plano.	73
8.3.2 Distância entre dois pontos.	73
8.3.3 Estudo analítico da reta, da circunferência, da elipse, da parábola e da hipérbole, translação e rotação de eixos.	73
8.4 Trigonometria.	81
8.4.1 Ângulos e arcos trigonométricos.	81
8.4.2 Identidades trigonométricas para adição, subtração, multiplicação e divisão de arcos.	81
8.4.3 Fórmulas trigonométricas para a transformação de somas em produtos.	81
8.4.4 Equações trigonométricas.	81
8.4.5 Aplicações da trigonometria ao cálculo de elementos de um triângulo.	81
9 Funções.	91
9.1 Conceito de função: domínio, imagem e gráficos.	91
9.2 Composição de funções, funções inversas, funções polinomiais, função modular, função exponencial, função logarítmica, funções trigonométricas e suas inversas.	91

SUMÁRIO

10 Limites: propriedades, limites laterais, limites infinitos e no infinito.	91
11 Continuidade: funções contínuas e suas propriedades, teoremas do valor intermediário e dos valores extremos.	91
12 Derivada: conceito, reta tangente e reta normal ao gráfico de uma função, funções deriváveis, regras de derivação, regra da cadeia, derivada da função inversa, teoremas de Rolle e do valor médio, derivadas de ordem superior, valores de máximo e mínimo relativos e absolutos de funções, comportamento das funções, testes das derivadas primeira e segunda, aplicações da derivada.....	91
13 Integral: definida e indefinida, teorema fundamental do cálculo, técnicas de integração, áreas de regiões planas, comprimento de arco, áreas de superfícies de revolução, volumes de sólidos de revolução.	91
14 Metodologia de ensino da Matemática: organização didático-pedagógica e suas implicações na construção do conhecimento em sala de aula; organização didático-pedagógica e o ensino integrado da Matemática frente às exigências metodológicas do ensino-aprendizagem: o ensino globalizado e formação da cidadania.....	110

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS
Professor Nível III - Matemática

1 Conjuntos: noções de conjunto; operações; subconjuntos; conjunto das partes de um conjunto; relação.....	01
2 Números naturais e inteiros: divisibilidade, fatoração, MDC, MMC e congruências.	01
3 Números racionais: razões e proporções.	01
4 Números reais: representação de números por pontos na reta, representação decimal, potenciação e radiciação, percentagens, regras de três simples e composta.	01
5 Números complexos: conceituação, operações, forma trigonométrica, potências e raízes.	24
6 Álgebra.	26
6.1 Equações algébricas: equações de 1° e de 2° grau e equações redutíveis ao 2° grau.	26
6.2 Matrizes: tipos de matrizes, operações, determinantes, matriz inversa.	26
6.3 Sistemas de equações lineares: resolução de sistemas lineares por escalonamento, regra de Cramer e teorema de Rouché-Capelli.	26
6.4 Polinômios: propriedades, operações, fatoração, raízes, teorema fundamental da álgebra; inequações de 1° e de 2° graus.	26
7 Combinatória e probabilidade.	37
7.1 Cálculo combinatório: arranjo, permutação e combinações.	37
7.2 Números binomiais, binômio de Newton e suas propriedades.	37
7.3 Probabilidade de um evento.	37
7.4 Interseção e união de eventos.	37
7.5 Probabilidade condicional.	37
7.6 Lei binomial da probabilidade.	37
8 Geometria.	46
8.1 Geometria plana: elementos primitivos, semi-retas, semiplanos, segmentos e ângulo.	46
8.1.1 Retas perpendiculares e retas paralelas.....	46
8.1.2 Triângulos.	46
8.1.3 Quadriláteros.	46
8.1.4 Circunferência.	46
8.1.5 Segmentos proporcionais.	46
8.1.6 Semelhança de polígonos.	46
8.1.7 Relações métricas em triângulos, círculos e polígonos regulares.	46
8.1.8 Áreas de polígonos, de círculos e de figuras circulares.	46
8.2 Geometria no espaço.	66
8.2.1 Perpendicularidade e paralelismo de retas e planos.	66
8.2.2 Noções sobre triedros.	66
8.2.3 Poliedros.	66
8.2.4 Área e volume dos prismas, cones, pirâmides e respectivos troncos.	66
8.2.5 Esferas e cilindros: áreas e volumes.	66
8.3 Geometria analítica.	73
8.3.1 Coordenadas cartesianas no plano.....	73
8.3.2 Distância entre dois pontos.	73
8.3.3 Estudo analítico da reta, da circunferência, da elipse, da parábola e da hipérbole, translação e rotação de eixos.....	73
8.4 Trigonometria.	81
8.4.1 Ângulos e arcos trigonométricos.	81
8.4.2 Identidades trigonométricas para adição, subtração, multiplicação e divisão de arcos.	81
8.4.3 Fórmulas trigonométricas para a transformação de somas em produtos.	81
8.4.4 Equações trigonométricas.	81
8.4.5 Aplicações da trigonometria ao cálculo de elementos de um triângulo.	81
9 Funções.	91
9.1 Conceito de função: domínio, imagem e gráficos.	91
9.2 Composição de funções, funções inversas, funções polinomiais, função modular, função exponencial, função logarítmica, funções trigonométricas e suas inversas.	91
10 Limites: propriedades, limites laterais, limites infinitos e no infinito.	91
11 Continuidade: funções contínuas e suas propriedades, teoremas do valor intermediário e dos valores extremos.	91

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS Professor Nível III - Matemática

12 Derivada: conceito, reta tangente e reta normal ao gráfico de uma função, funções deriváveis, regras de derivação, regra da cadeia, derivada da função inversa, teoremas de Rolle e do valor médio, derivadas de ordem superior, valores de máximo e mínimo relativos e absolutos de funções, comportamento das funções, testes das derivadas primeira e segunda, aplicações da derivada.....	91
13 Integral: definida e indefinida, teorema fundamental do cálculo, técnicas de integração, áreas de regiões planas, comprimento de arco, áreas de superfícies de revolução, volumes de sólidos de revolução.	91
14 Metodologia de ensino da Matemática: organização didático-pedagógica e suas implicações na construção do conhecimento em sala de aula; organização didático-pedagógica e o ensino integrado da Matemática frente às exigências metodológicas do ensino-aprendizagem: o ensino globalizado e formação da cidadania.....	110

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS
Professor Nível III - Matemática

1 CONJUNTOS: NOÇÕES DE CONJUNTO; OPERAÇÕES; SUBCONJUNTOS; CONJUNTO DAS PARTES DE UM CONJUNTO; RELAÇÃO.
2 NÚMEROS NATURAIS E INTEIROS: DIVISIBILIDADE, FATORAÇÃO, MDC, MMC E CONGRUÊNCIAS.
3 NÚMEROS RACIONAIS: RAZÕES E PROPORÇÕES.
4 NÚMEROS REAIS: REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS POR PONTOS NA RETA, REPRESENTAÇÃO DECIMAL, POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO, PERCENTAGENS, REGRAS DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA.

Números Naturais

Os números naturais são o modelo matemático necessário para efetuar uma contagem. Começando por zero e acrescentando sempre uma unidade, obtemos o conjunto infinito dos números naturais

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

- Todo número natural dado tem um sucessor

- O sucessor de 0 é 1.
- O sucessor de 1000 é 1001.
- O sucessor de 19 é 20.

Usamos o * para indicar o conjunto sem o zero.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

- Todo número natural dado N, exceto o zero, tem um antecessor (número que vem antes do número dado).

Exemplos: Se m é um número natural finito diferente de zero.

- O antecessor do número m é m-1.
- O antecessor de 2 é 1.
- O antecessor de 56 é 55.
- O antecessor de 10 é 9.

Expressões Numéricas

Nas expressões numéricas aparecem adições, subtrações, multiplicações e divisões. Todas as operações podem acontecer em uma única expressão. Para resolver as expressões numéricas utilizamos alguns procedimentos:

Se em uma expressão numérica aparecer as quatro operações, devemos resolver a multiplicação ou a divisão primeiramente, na ordem em que elas aparecerem e somente depois a adição e a subtração, também na ordem em que aparecerem e os parênteses são resolvidos primeiro.

Exemplo 1
 $10 + 12 - 6 + 7$
 $22 - 6 + 7$
 $16 + 7$
23

Exemplo 2
 $40 - 9 \times 4 + 23$
 $40 - 36 + 23$
 $4 + 23$
27

Exemplo 3
 $25 - (50 - 30) + 4 \times 5$
 $25 - 20 + 20 = 25$

Números Inteiros

Podemos dizer que este conjunto é composto pelos números naturais, o conjunto dos opostos dos números naturais e o zero. Este conjunto pode ser representado por:

$$\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

Subconjuntos do conjunto \mathbb{Z} :

1) Conjunto dos números inteiros excluindo o zero
 $\mathbb{Z}^* = \{\dots -2, -1, 1, 2, \dots\}$

2) Conjuntos dos números inteiros não negativos
 $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$

3) Conjunto dos números inteiros não positivos
 $\mathbb{Z}_- = \{\dots -3, -2, -1\}$

Números Racionais

Chama-se de número racional a todo número que pode ser expresso na forma $\frac{a}{b}$ onde a e b são inteiros quaisquer, com $b \neq 0$

São exemplos de números racionais:

$$-12/51$$
$$-3$$
$$-(-3)$$
$$-2,333\dots$$

As dízimas periódicas podem ser representadas por fração, portanto são consideradas números racionais.

Como representar esses números?

Representação Decimal das Frações

Temos 2 possíveis casos para transformar frações em decimais

1º) Decimais exatos: quando dividirmos a fração, o número decimal terá um número finito de algarismos após a vírgula.

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS Professor Nível III - Matemática

2º) Terá um número infinito de algarismos após a vírgula, mas lembrando que a dízima deve ser periódica para ser número racional

OBS: período da dízima são os números que se repetem, se não repetir não é dízima periódica e assim números irracionais, que trataremos mais a frente.

$$\frac{1}{3} = 0,333...$$

$$\frac{35}{99} = 0,353535...$$

$$\frac{105}{9} = 11,6666...$$

Representação Fracionária dos Números Decimais

1º caso) Se for exato, conseguimos sempre transformar com o denominador seguido de zeros.

O número de zeros depende da casa decimal. Para uma casa, um zero (10) para duas casas, dois zeros (100) e assim por diante.

$$0,3 = \frac{3}{10}$$

$$0,03 = \frac{3}{100}$$

$$0,003 = \frac{3}{1000}$$

$$3,3 = \frac{33}{10}$$

2º caso) Se dízima periódica é um número racional, então como podemos transformar em fração?

Exemplo 1

Transforme a dízima 0,333... em fração

Sempre que precisar transformar, vamos chamar a dízima dada de x, ou seja

$$X = 0,333...$$

Se o período da dízima é de um algarismo, multiplicamos por 10.

$$10x = 3,333...$$

E então subtraímos:

$$10x - x = 3,333... - 0,333...$$

$$9x = 3$$

$$X = 3/9$$

$$X = 1/3$$

Agora, vamos fazer um exemplo com 2 algarismos de período.

Exemplo 2

Seja a dízima 1,1212...

$$\text{Façamos } x = 1,1212...$$

$$100x = 112,1212...$$

Subtraindo:

$$100x - x = 112,1212... - 1,1212...$$

$$99x = 111$$

$$X = 111/99$$

Números Irracionais

Identificação de números irracionais

- Todas as dízimas periódicas são números racionais.
- Todos os números inteiros são racionais.
- Todas as frações ordinárias são números racionais.
- Todas as dízimas não periódicas são números irracionais.
- Todas as raízes inexatas são números irracionais.
- A soma de um número racional com um número irracional é sempre um número irracional.
- A diferença de dois números irracionais, pode ser um número racional.
- Os números irracionais não podem ser expressos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$.

Exemplo: $\sqrt{5} - \sqrt{5} = 0$ e 0 é um número racional.

- O quociente de dois números irracionais, pode ser um número racional.

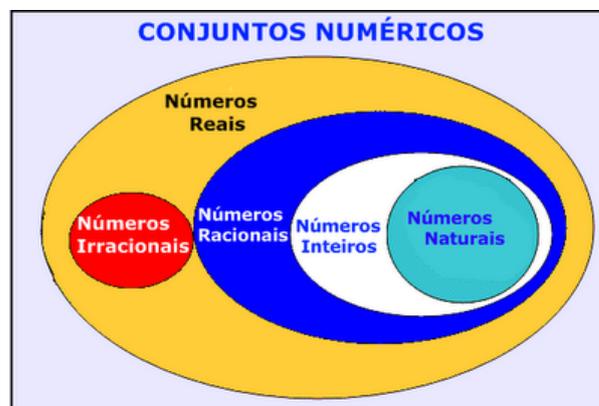
Exemplo: $\sqrt{8} : \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$ e 2 é um número racional.

- O produto de dois números irracionais, pode ser um número racional.

Exemplo: $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{49} = 7$ é um número racional.

Exemplo: radicais ($\sqrt{2}, \sqrt{3}$) a raiz quadrada de um número natural, se não inteira, é irracional.

Números Reais



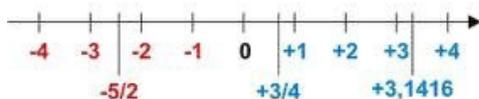
Fonte: www.estudokids.com.br

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

Professor Nível III - Matemática

Representação na reta

Conjunto dos números reais



INTERVALOS LIMITADOS

Intervalo fechado – Números reais maiores do que a ou iguais a e menores do que b ou iguais a b.



Intervalo: $[a, b]$
Conjunto: $\{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$

Intervalo aberto – números reais maiores que a e menores que b.



Intervalo: $]a, b[$
Conjunto: $\{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$

Intervalo fechado à esquerda – números reais maiores que a ou iguais a a e menores do que b.



Intervalo: $]a, b]$
Conjunto: $\{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$

Intervalo fechado à direita – números reais maiores que a e menores ou iguais a b.



Intervalo: $[a, b[$
Conjunto: $\{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\}$

INTERVALOS IIMITADOS

Semirreta esquerda, fechada de origem b- números reais menores ou iguais a b.



Intervalo: $] -\infty, b]$
Conjunto: $\{x \in \mathbb{R} | x \leq b\}$

Semirreta esquerda, aberta de origem b – números reais menores que b.



Intervalo: $] -\infty, b[$
Conjunto: $\{x \in \mathbb{R} | x < b\}$

Semirreta direita, fechada de origem a – números reais maiores ou iguais a a.



Intervalo: $[a, +\infty[$
Conjunto: $\{x \in \mathbb{R} | x \geq a\}$

Semirreta direita, aberta, de origem a – números reais maiores que a.



Intervalo: $]a, +\infty[$
Conjunto: $\{x \in \mathbb{R} | x > a\}$

Potenciação

Multiplicação de fatores iguais

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Casos

1) Todo número elevado ao expoente 0 resulta em 1.

$$1^0 = 1$$

$$100000^0 = 1$$

2) Todo número elevado ao expoente 1 é o próprio número.

$$3^1 = 3$$

$$4^1 = 4$$

3) Todo número negativo, elevado ao expoente par, resulta em um número positivo.

$$(-2)^2 = 4$$

$$(-4)^2 = 16$$

4) Todo número negativo, elevado ao expoente ímpar, resulta em um número negativo.

$$(-2)^3 = -8$$

$$(-3)^3 = -27$$

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

Professor Nível III - Matemática

5) Se o sinal do expoente for negativo, devemos passar o sinal para positivo e inverter o número que está na base.

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4}$$

6) Toda vez que a base for igual a zero, não importa o valor do expoente, o resultado será igual a zero.

$$0^2 = 0$$

$$0^3 = 0$$

Propriedades

1) ($a^m \cdot a^n = a^{m+n}$) Em uma multiplicação de potências de mesma base, repete-se a base e soma os expoentes.

Exemplos:

$$2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$$

$$(2.2.2.2) \cdot (2.2.2) = 2.2.2.2.2.2.2 = 2^7$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 2^{-2} \cdot 2^{-3} = 2^{-5}$$

2) ($a^m : a^n = a^{m-n}$). Em uma divisão de potência de mesma base. Conserva-se a base e subtraem os expoentes.

Exemplos:

$$9^6 : 9^2 = 9^{6-2} = 9^4$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

3) ($(a^m)^n$) Potência de potência. Repete-se a base e multiplica-se os expoentes.

Exemplos:

$$(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$$

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)^3 = \frac{2^{12}}{3}$$

4) E uma multiplicação de dois ou mais fatores elevados a um expoente, podemos elevar cada um a esse mesmo expoente.

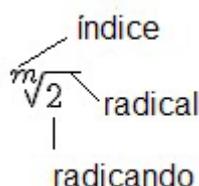
$$(4.3)^2 = 4^2 \cdot 3^2$$

5) Na divisão de dois fatores elevados a um expoente, podemos elevar separados.

$$\left(\frac{15}{7}\right)^2 = \frac{15^2}{7^2}$$

Radiciação

Radiciação é a operação inversa a potenciação



Técnica de Cálculo

A determinação da raiz quadrada de um número torna-se mais fácil quando o algarismo se encontra fatorado em números primos. Veja:

$$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ \hline 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$64 = 2.2.2.2.2.2 = 2^6$$

Como é raiz quadrada a cada dois números iguais "tira-se" um e multiplica.

$$\sqrt{64} = 2.2.2 = 8$$

$$\text{Observe: } \sqrt{3 \cdot 5} = (3 \cdot 5)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$$

De modo geral, se $a \in R_+$, $b \in R_+$, $n \in N^*$, então:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

O radical de índice inteiro e positivo de um produto indicado é igual ao produto dos radicais de mesmo índice dos fatores do radicando.

Raiz quadrada de frações ordinárias

$$\text{Observe: } \sqrt{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

De modo geral, se $a \in R_+$, $b \in R_+$, $n \in N^*$, então:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$