Prefeito Municipal de Jaguariúna do Estado de São Paulo

JAGUARIÚNA-SP

Agente de Serviços de Alimentação

Edital Nº 006/2017.

DZ100-2017

NOVA CONCURSOS

DADOS DA OBRA

Título da obra: Prefeito Municipal de Jaguariúna do Estado de São Paulo

Cargo: Agente de Serviços de Alimentação

(Baseado no Edital Nº 006/2017)

- Português
- Matemática
- Conhecimentos Específicos

Gestão de Conteúdos
Emanuela Amaral de Souza

Diagramação
Elaine Cristina
Igor de Oliveira
Camila Lopes

Produção Editoral
Suelen Domenica Pereira

Capa
Joel Ferreira dos Santos

Editoração Eletrônica
Marlene Moreno

SUMÁRIO

Português

Matemática

Conhecimentos Específicos

MATEMÁTICA

NÚMEROS INTEIROS: OPERAÇÕES E PROPRIEDADES.

Conjunto dos Números Inteiros – Z

Definimos o conjunto dos números inteiros como a reunião do conjunto dos números naturais (N = {0, 1, 2, 3, 4,..., n,...}, o conjunto dos opostos dos números naturais e o zero. Este conjunto é denotado pela letra *Z* (Zahlen=número em alemão). Este conjunto pode ser escrito por: Z = {..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}

O conjunto dos números inteiros possui alguns subconjuntos notáveis:

- O conjunto dos números inteiros **não nulos**:
Z^* = {..., -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4,...};
Z^* = Z – {0}

- O conjunto dos números inteiros **não negativos**:
Z_+ = {0, 1, 2, 3, 4,...}
Z_+ é o próprio conjunto dos números naturais: Z_+ = N

- O conjunto dos números inteiros **positivos**:
Z^*_+ = {1, 2, 3, 4,...}

- O conjunto dos números inteiros **não positivos**:
$Z\_$ = {..., -5, -4, -3, -2, -1, 0}

- O conjunto dos números inteiros **negativos**:
$Z^*\_$ = {..., -5, -4, -3, -2, -1}

Módulo: chama-se módulo de um número inteiro a distância ou afastamento desse número até o zero, na reta numérica inteira. Representa-se o módulo por | |.
O módulo de 0 é 0 e indica-se |0| = 0
O módulo de +7 é 7 e indica-se |+7| = 7
O módulo de –9 é 9 e indica-se |–9| = 9
O módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero, é sempre positivo.

Números Opostos: Dois números inteiros são ditos opostos um do outro quando apresentam soma zero; assim, os pontos que os representam distam igualmente da origem.
Exemplo: O oposto do número 2 é -2, e o oposto de -2 é 2, pois 2 + (-2) = (-2) + 2 = 0
No geral, dizemos que o oposto, ou simétrico, de *a* é – *a*, e vice-versa; particularmente o oposto de zero é o próprio zero.

Adição de Números Inteiros

Para melhor entendimento desta operação, associaremos aos números inteiros positivos a ideia de ganhar e aos números inteiros negativos a ideia de perder.
Ganhar 5 + ganhar 3 = ganhar 8 (+5) + (+3) = (+8)
Perder 3 + perder 4 = perder 7 (-3) + (-4) = (-7)
Ganhar 8 + perder 5 = ganhar 3 (+8) + (-5) = (+3)
Perder 8 + ganhar 5 = perder 3 (-8) + (+5) = (-3)

O sinal (+) antes do número positivo pode ser dispensado, mas o sinal (–) antes do número negativo nunca pode ser dispensado.

Propriedades da adição de números inteiros: O conjunto *Z* é fechado para a adição, isto é, a soma de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

Associativa: Para todos *a*,*b*,*c* em *Z*:
a + (b + c) = (a + b) + c
2 + (3 + 7) = (2 + 3) + 7

Comutativa: Para todos *a*,*b* em *Z*:
a + b = b + a
3 + 7 = 7 + 3

Elemento Neutro: Existe 0 em *Z*, que adicionado a cada *z* em *Z*, proporciona o próprio *z*, isto é:
z + 0 = z
7 + 0 = 7

Elemento Oposto: Para todo *z* em *Z*, existe (-z) em *Z*, tal que
z + (–z) = 0
9 + (–9) = 0

Subtração de Números Inteiros

A subtração é empregada quando:
- Precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra.

A subtração é a operação inversa da adição.

Observe que: 9 – 5 = 4 4 + 5 = 9
diferença
subtraendo
minuendo

Considere as seguintes situações:

1- Na segunda-feira, a temperatura de Monte Sião passou de +3 graus para +6 graus. Qual foi a variação da temperatura?
Esse fato pode ser representado pela subtração: (+6) – (+3) = +3
2- Na terça-feira, a temperatura de Monte Sião, durante o dia, era de +6 graus. À Noite, a temperatura baixou de 3 graus. Qual a temperatura registrada na noite de terça-feira?
Esse fato pode ser representado pela adição: (+6) + (–3) = +3
Se compararmos as duas igualdades, verificamos que (+6) – (+3) é o mesmo que (+6) + (–3).
Temos:
(+6) – (+3) = (+6) + (–3) = +3
(+3) – (+6) = (+3) + (–6) = –3
(–6) – (–3) = (–6) + (+3) = –3
Daí podemos afirmar: Subtrair dois números inteiros é o mesmo que adicionar o primeiro com o oposto do segundo.

Multiplicação de Números Inteiros

A multiplicação funciona como uma forma simplificada de uma adição quando os números são repetidos. Poderíamos analisar tal situação como o fato de estarmos ganhando repetidamente alguma quantidade, como por exemplo, ganhar 1 objeto por 30 vezes consecutivas, significa ganhar 30 objetos e esta repetição pode ser indicada por um **x**, isto é: 1 + 1 + 1 ... + 1 + 1 = 30 x 1 = 30

Se trocarmos o número 1 pelo número 2, obteremos: 2 + 2 + 2 + ... + 2 + 2 = 30 x 2 = 60

Se trocarmos o número 2 pelo número -2, obteremos: (–2) + (–2) + ... + (–2) = 30 x (-2) = –60

Observamos que a multiplicação é um caso particular da adição onde os valores são repetidos.

Na multiplicação o produto dos números *a* e *b*, pode ser indicado por ***a* x *b***, ***a* . *b*** ou ainda ***ab*** sem nenhum sinal entre as letras.

Para realizar a multiplicação de números inteiros, devemos obedecer à seguinte regra de sinais:

(+1) x (+1) = (+1)
(+1) x (-1) = (-1)
(-1) x (+1) = (-1)
(-1) x (-1) = (+1)

Com o uso das regras acima, podemos concluir que:

Sinais dos números	Resultado do produto
Iguais	Positivo
Diferentes	Negativo

Propriedades da multiplicação de números inteiros: O conjunto *Z* é fechado para a multiplicação, isto é, a multiplicação de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

Associativa: Para todos a,b,c em *Z*:
a x (b x c) = (a x b) x c
2 x (3 x 7) = (2 x 3) x 7

Comutativa: Para todos a,b em *Z*:
a x b = b x a
3 x 7 = 7 x 3

Elemento neutro: Existe 1 em *Z*, que multiplicado por todo *z* em *Z*, proporciona o próprio *z*, isto é:
z x 1 = z
7 x 1 = 7

Elemento inverso: Para todo inteiro *z* diferente de zero, existe um inverso z^{-1}=1/z em *Z*, tal que
z x z^{-1} = z x (1/z) = 1
9 x 9^{-1} = 9 x (1/9) = 1

Distributiva: Para todos *a*,*b*,*c* em *Z*:
a x (b + c) = (a x b) + (a x c)
3 x (4+5) = (3 x 4) + (3 x 5)

Divisão de Números Inteiros

Dividendo |divisor dividendo:
Divisor = quociente 0
Quociente . divisor = dividendo

Sabemos que na divisão exata dos números naturais:

40 : 5 = 8, pois 5 . 8 = 40
36 : 9 = 4, pois 9 . 4 = 36

Vamos aplicar esses conhecimentos para estudar a divisão exata de números inteiros. Veja o cálculo:

(–20) : (+5) = q ⇨ (+5) . q = (–20) ⇨ q = (–4)

Logo: (–20) : (+5) = - 4

Considerando os exemplos dados, concluímos que, para efetuar a divisão exata de um número inteiro por outro número inteiro, diferente de zero, dividimos o módulo do dividendo pelo módulo do divisor. Daí:

- Quando o dividendo e o divisor têm o mesmo sinal, o quociente é um número inteiro positivo.
- Quando o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número inteiro negativo.
- A divisão nem sempre pode ser realizada no conjunto *Z*. Por exemplo, (+7) : (–2) ou (–19) : (–5) são divisões que não podem ser realizadas em *Z*, pois o resultado não é um número inteiro.
- No conjunto *Z*, a divisão não é comutativa, não é associativa e não tem a propriedade da existência do elemento neutro.

1- Não existe divisão por zero.
Exemplo: (–15) : 0 não tem significado, pois não existe um número inteiro cujo produto por zero seja igual a –15.
2- Zero dividido por qualquer número inteiro, diferente de zero, é zero, pois o produto de qualquer número inteiro por zero é igual a zero.
Exemplos: a) 0 : (–10) = 0   b) 0 : (+6) = 0   c) 0 : (–1) = 0

Potenciação de Números Inteiros

A potência a^n do número inteiro *a*, é definida como um produto de *n* fatores iguais. O número a é denominado a *base* e o número *n* é o *expoente*.
a^n = a x a x a x a x ... x a
a é multiplicado por *a* *n* vezes

Exemplos:
3^3 = (3) x (3) x (3) = 27
$(-5)^5$ = (-5) x (-5) x (-5) x (-5) x (-5) = -3125
$(-7)^2$ = (-7) x (-7) = 49
$(+9)^2$ = (+9) x (+9) = 81

- Toda potência de **base positiva** é um número **inteiro positivo**.

Exemplo: $(+3)^2$ = (+3) . (+3) = +9

- Toda potência de **base negativa** e **expoente par** é um número **inteiro positivo**.

Exemplo: $(-8)^2 = (-8) \cdot (-8) = +64$

- Toda potência de **base negativa** e **expoente ímpar** é um número **inteiro negativo**.

Exemplo: $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

Propriedades da Potenciação:

Produtos de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e somam-se os expoentes. $(-7)^3 \cdot (-7)^6 = (-7)^{3+6} = (-7)^9$

Quocientes de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes. $(+13)^8 : (+13)^6 = (+13)^{8-6} = (+13)^2$

Potência de Potência: Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes. $[(+4)^5]^2 = (+4)^{5 \cdot 2} = (+4)^{10}$

Potência de expoente 1: É sempre igual à base. $(+9)^1 = +9$ $\quad (-13)^1 = -13$

Potência de expoente zero e base diferente de zero: É igual a 1. Exemplo: $(+14)^0 = 1$ $\quad (-35)^0 = 1$

Radiciação de Números Inteiros

A raiz n-ésima (de ordem *n*) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo b* que elevado à potência *n* fornece o número *a*. O número *n* é o índice da raiz enquanto que o número *a* é o radicando (que fica sob o sinal do radical).

A raiz quadrada (de ordem 2) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo* que elevado ao quadrado coincide com o número *a*.

Observação: Não existe a raiz quadrada de um número inteiro negativo no conjunto dos números inteiros.

Erro comum: Frequentemente lemos em materiais didáticos e até mesmo ocorre em algumas aulas aparecimento de:

$\sqrt{9} = \pm 3$

mas isto está errado. O certo é:

$\sqrt{9} = +3$

Observamos que não existe um número inteiro não negativo que multiplicado por ele mesmo resulte em um número negativo.

A raiz cúbica (de ordem 3) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro que elevado ao cubo seja igual ao número *a*. Aqui não restringimos os nossos cálculos somente aos números não negativos.

Exemplos

(a) $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$.
(b) $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = -8$.
(c) $\sqrt[3]{27} = 3$, pois $3^3 = 27$.
(d) $\sqrt[3]{-27} = -3$, pois $(-3)^3 = -27$.

Observação: Ao obedecer à regra dos sinais para o produto de números inteiros, concluímos que:

(a) Se o índice da raiz for par, não existe raiz de número inteiro negativo.

(b) Se o índice da raiz for ímpar, é possível extrair a raiz de qualquer número inteiro.

Exercícios

1. Qual é o maior quadrado perfeito que se escreve com dois algarismos?

2. Um número inteiro é expresso por (53 – 38 + 40) – 51 + (90 – 7 + 82) + 101. Qual é esse número inteiro?

3. Calcule:
a) (+12) + (–40)
b) (+12) – (–40)
c) (+5) + (–16) – (+9) – (–20)
d) (–3) – (–6) – (+4) + (–2) + (–15)

4. Determine o valor de *x* de modo a tornar as sentenças verdadeiras:
a) x + (–12) = –5
b) x + (+9) = 0
c) x – (–2) = 6
d) x + (–9) = –12
e) –32 + x = –50
f) 0 – x = 8

5. Qual a diferença prevista entre as temperaturas no Piauí e no Rio Grande do Sul, num determinado dia, segundo as informações?
Tempo no Brasil: Instável a ensolarado no Sul.
Mínima prevista -3º no Rio Grande do Sul.
Máxima prevista 37° no Piauí.

6. Qual é o produto de três números inteiros consecutivos em que o maior deles é –10?

7. Três números inteiros são consecutivos e o menor deles é +99. Determine o produto desses três números.

8. Copie as igualdades substituindo o x por números inteiros de modo que elas se mantenham:
a) (–140) : x = –20
b) 144 : x = –4
c) (–147) : x = +21
d) x : (+13) = +12
e) x : (–93) = +45
f) x : (–12) = –36

9. Adicionando –846 a um número inteiro e multiplicando a soma por –3, obtém-se +324. Que número é esse?

10. Numa adição com duas parcelas, se somarmos 8 à primeira parcela, e subtrairmos 5 da segunda parcela, o que ocorrerá com o total?

Respostas

1) Resposta “9^2”.
Solução: Basta identificar os quadrados perfeitos.
Os números quadrados perfeitos são:
$1^2 = 1$ (menor que dois algarismos)
$2^2 = 4$
$3^2 = 9$
$4^2 = 16$ (dois algarismos)
$5^2 = 25$
$6^2 = 36$
$7^2 = 49$
$8^2 = 64$
$9^2 = 81$
$10^2 = 100$ (mais que dois algarismos)

Logo, o maior quadrado perfeito é o $9^2 = 81$
2) Resposta “270”.
Solução:
(53 – 38 + 40) – 51 + (90 – 7 + 82) + 101
55 – 51 + 165 + 101 = 270
Portanto, o número inteiro é 270.

3) Solução:
a) (+12) + (–40) = 12 – 40 = -28
b) (+12) – (–40) = 12 + 40 = 52
c) (+5) + (–16) – (+9) – (–20) = +5 -16 – 9 + 20 = 25 – 25 = 0
d) (–3) – (–6) – (+4) + (–2) + (–15) = -3 + 6 – 4 – 2 – 15 = 6 – 24 = -18

4) Solução:
a) x + (–12) = –5 → x = -5 + 12 → x = 7
b) x + (+9) = 0 → x = -9
c) x – (–2) = 6 → x = 6 – 2 → x = 4
d) x + (–9) = –12 → x = -12 + 9 → x = -3
e) –32 + x = –50 → x = -50 + 32 → x = -18
f) 0 – x = 8 → x = -8

5) Resposta “40°”.
Solução:
A diferença está entre -3º e +37º. Se formos ver... -3º, -2º, -1º, 0º, 1º, 2º, 3º, 4º, 5º, 6º, 7º... será +40º.
6) Resposta “-1320”.
Solução:
(x) . (x+1) . (x+2) = ?

x+2 = -10
x= -10 -2
x = -12
(-12) . (-12+1) . (-12+2) =
-12 . -11 . -10 = - 1320

7) Resposta “999900”.
Solução:
(x) . (x+1) . (x+2) = ?

x= 99

(99) . (99+1) . (99+2) =
99 . 100 . 101 = 999900

8) Solução:
a) (–140) : x = –20
-20x = -140
x = 7

b) 144 : x = –4
-4x = 144
x = -36

c) (–147) : x = +21
21x = -147
x = -7

d) x : (+13) = +12
x = 12 . 13
x = 156

e) x : (–93) = +45
x = 45 . -93
x = -4185

f) x : (–12) = –36
x = -36 . -12
x = 432

9) Resposta “738”.
Solução:
x + (-846) . -3 = 324
x – 846 . -3 = 324
-3 (x – 846) = 324
-3x + 2538 = 324
3x = 2538 – 324
3x = 2214

$x = \frac{2214}{3}$

x = 738

10) Resposta “3”.
Solução: Seja *t* o total da adição inicial.
Ao somarmos 8 a uma parcela qualquer, o total é acrescido de 8 unidades: t + 8
Ao subtrairmos 5 de uma parcela qualquer, o total é reduzido de 5 unidades: Temos:

t + 8 - 5 = t + 3

Portanto o total ficará acrescido de 3 unidades.

NÚMEROS RACIONAIS, REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA E DECIMAL: OPERAÇÕES E PROPRIEDADES.

Conjunto dos Números Racionais – Q

Um número racional é o que pode ser escrito na forma $\frac{m}{n}$, onde *m* e *n* são números inteiros, sendo que *n* deve ser diferente de zero. Frequentemente usamos *m/n* para significar a divisão de *m* por *n*.

Como podemos observar, números racionais podem ser obtidos através da razão entre dois números inteiros, razão pela qual, o conjunto de todos os números racionais é denotado por *Q*. Assim, é comum encontrarmos na literatura a notação:

Q = { $\frac{m}{n}$ *: m e n em Z, n diferente de zero}*

No conjunto *Q* destacamos os seguintes subconjuntos:
- Q^* = conjunto dos racionais *não nulos*;
- Q_+ = conjunto dos racionais *não negativos*;
- Q^*_+ = conjunto dos racionais *positivos*;
- Q_- = conjunto dos racionais *não positivos*;
- Q^*_- = conjunto dos racionais *negativos*.

Representação Decimal das Frações

Tomemos um número racional $\frac{p}{q}$, tal que *p* não seja múltiplo de *q*. Para escrevê-lo na forma decimal, basta efetuar a divisão do numerador pelo denominador.

Nessa divisão podem ocorrer dois casos:

1º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, um número finito de algarismos. Decimais Exatos:

$\frac{2}{5} = 0{,}4$

$\frac{1}{4} = 0{,}25$

$\frac{35}{4} = 8{,}75$

$\frac{153}{50} = 3{,}06$

2º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, infinitos algarismos (nem todos nulos), repetindo-se periodicamente. Decimais Periódicos ou Dízimas Periódicas:

$\frac{1}{3} = 0{,}333...$

$\frac{1}{22} = 0{,}04545...$

$\frac{167}{66} = 2{,}53030...$

Representação Fracionária dos Números Decimais

Trata-se do problema inverso: estando o número racional escrito na forma decimal, procuremos escrevê-lo na forma de fração. Temos dois casos:

1º) Transformamos o número em uma fração cujo numerador é o número decimal sem a vírgula e o denominador é composto pelo numeral 1, seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do número decimal dado:

$0{,}9 = \frac{9}{10}$

$5{,}7 = \frac{57}{10}$

$0{,}76 = \frac{76}{100}$

$3{,}48 = \frac{348}{100}$

$0{,}005 = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$

2º) Devemos achar a fração geratriz da dízima dada; para tanto, vamos apresentar o procedimento através de alguns exemplos:

Exemplo 1
Seja a dízima 0, 333... .
Façamos x = 0,333... e multipliquemos ambos os membros por 10: 10x = 0,333
Subtraindo, membro a membro, a primeira igualdade da segunda:
$10x - x = 3{,}333... - 0{,}333... \Rightarrow 9x = 3 \Rightarrow x = 3/9$

Assim, a geratriz de 0,333... é a fração $\frac{3}{9}$.

Exemplo 2
Seja a dízima 5, 1717...
Façamos x = 5,1717... e 100x = 517,1717... .
Subtraindo membro a membro, temos:
$99x = 512 \Rightarrow x = 512/99$
Assim, a geratriz de 5,1717... é a fração $\frac{512}{99}$.

Exemplo 3
Seja a dízima 1, 23434...
Façamos x = 1,23434... 10x = 12,3434... 1000x = 1234,34... .

Subtraindo membro a membro, temos:

$990x = 1234{,}34... - 12{,}34... \Rightarrow 990x = 1222 \Rightarrow x = 1222/990$

Simplificando, obtemos $x = \frac{611}{495}$, a fração geratriz da dízima 1, 23434...

Módulo ou valor absoluto: É a distância do ponto que representa esse número ao ponto de abscissa zero.

Exemplo: Módulo de $-\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$. Indica-se $\left|-\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right|$

Módulo de $+\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$. Indica-se $\left|+\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right|$

Números Opostos: Dizemos que $-\frac{3}{2}$ e $\frac{3}{2}$ são números racionais opostos ou simétricos e cada um deles é o oposto do outro. As distâncias dos pontos $-\frac{3}{2}$ e $\frac{3}{2}$ ao ponto zero da reta são iguais.

Soma (Adição) de Números Racionais

Como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos a adição entre os números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que a soma de frações, através de:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Propriedades da Adição de Números Racionais

O conjunto *Q* é fechado para a operação de adição, isto é, a soma de dois números racionais ainda é um número racional.

- Associativa: Para todos *a*, *b*, *c* em *Q*: $a + (b + c) = (a + b) + c$
- Comutativa: Para todos a, b em *Q*: $a + b = b + a$
- Elemento neutro: Existe 0 em *Q*, que adicionado a todo *q* em Q, proporciona o próprio *q*, isto é: $q + 0 = q$
- Elemento oposto: Para todo q em *Q*, existe -q em Q, tal que $q + (-q) = 0$

Subtração de Números Racionais

A subtração de dois números racionais *p* e *q* é a própria operação de adição do número *p* com o oposto de *q*, isto é: $p - q = p + (-q)$

Multiplicação (Produto) de Números Racionais

Como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos o produto de dois números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que o produto de frações, através de:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

O produto dos números racionais *a* e *b* também pode ser indicado por $a \times b$, *axb*, *a.b* ou ainda *ab* sem nenhum sinal entre as letras. Para realizar a multiplicação de números racionais, devemos obedecer à mesma regra de sinais que vale em toda a Matemática:

(+1) × (+1) = (+1)
(+1) × (-1) = (-1)
(-1) × (+1) = (-1)
(-1) × (-1) = (+1)

Podemos assim concluir que o produto de dois números com o mesmo sinal é positivo, mas o produto de dois números com sinais diferentes é negativo.

Propriedades da Multiplicação de Números Racionais

O conjunto *Q* é fechado para a multiplicação, isto é, o produto de dois números racionais ainda é um número racional.

- Associativa: Para todos a, b, c em *Q*: $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
- Comutativa: Para todos a, b em *Q*: $a \times b = b \times a$
- Elemento neutro: Existe 1 em *Q*, que multiplicado por todo q em *Q*, proporciona o próprio q, isto é: $q \times 1 = q$
- Elemento inverso: Para todo q = $\frac{a}{b}$ em *Q*, q diferente de zero, existe $q^{-1} = \frac{b}{a}$ em *Q*: $q \times q^{-1} = 1$ $\quad \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$
- Distributiva: Para todos a, b, c em *Q*: $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

Divisão de Números Racionais

A divisão de dois números racionais *p* e *q* é a própria operação de multiplicação do número *p* pelo inverso de *q*, isto é: $p \div q = p \times q^{-1}$

Potenciação de Números Racionais

A potência q^n do número racional *q* é um produto de *n* fatores iguais. O número *q* é denominado a base e o número *n* é o expoente.

$q^n = q \times q \times q \times q \times ... \times q$, (*q* aparece *n* vezes)

Exemplos:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right).\left(\frac{2}{5}\right).\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{8}{125}$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

c) $(-5)^2 = (-5) . (-5) = 25$

d) $(+5)^2 = (+5) . (+5) = 25$

Propriedades da Potenciação: Toda potência com expoente 0 é igual a 1.

$$\left(+\frac{2}{5}\right)^0 = 1$$

- Toda potência com expoente 1 é igual à própria base.

$$\left(-\frac{9}{4}\right)^1 = -\frac{9}{4}$$

- Toda potência com expoente negativo de um número racional diferente de zero é igual a outra potência que tem a base igual ao inverso da base anterior e o expoente igual ao oposto do expoente anterior.

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} . \left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

- Toda potência com expoente ímpar tem o mesmo sinal da base.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right).\left(\frac{2}{3}\right).\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$$

- Toda potência com expoente par é um número positivo.

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{5}\right).\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{25}$$

- Produto de potências de mesma base. Para reduzir um produto de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e somamos os expoentes.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 . \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}.\frac{2}{5}\right).\left(\frac{2}{5}.\frac{2}{5}.\frac{2}{5}\right) = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$$

- Quociente de potências de mesma base. Para reduzir um quociente de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e subtraímos os expoentes.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{5-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

- Potência de Potência. Para reduzir uma potência de potência a uma potência de um só expoente, conservamos a base e multiplicamos os expoentes

$$\left[\left(\frac{1^2}{2}\right)\right]^3 = \frac{1^2}{2} + \frac{1^2}{2} + \frac{1^2}{2} = \frac{1^{2+2+2}}{2} = \frac{1^{3\times 2}}{2} = \frac{1^6}{2}$$

Radiciação de Números Racionais

Se um número representa um produto de dois ou mais fatores iguais, então cada fator é chamado raiz do número. Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1

4 Representa o produto 2 . 2 ou 2^2. Logo, 2 é a raiz quadrada de 4. Indica-se √4= 2.

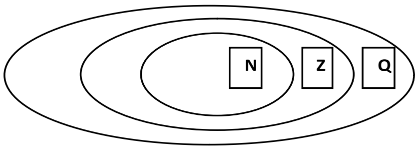
Exemplo 2

$\frac{1}{9}$ Representa o produto $\frac{1}{3} . \frac{1}{3}$ ou $\left(\frac{1}{3}\right)^2$. Logo, $\frac{1}{3}$ **é a raiz quadrada de** $\frac{1}{9}$.Indica-se $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

Exemplo 3

0,216 Representa o produto 0,6 . 0,6 . 0,6 ou $(0,6)^3$. Logo, 0,6 é a raiz cúbica de 0,216. Indica-se $\sqrt[3]{0,216}$ = 0,6.

Assim, podemos construir o diagrama:



Um número racional, quando elevado ao quadrado, dá o número zero ou um número racional positivo. Logo, os números racionais negativos não têm raiz quadrada em Q.

O número $\frac{-100}{9}$ não tem raiz quadrada em Q, pois tanto $\frac{-10}{3}$ como $\frac{+10}{3}$, quando elevados ao quadrado, dão $\frac{100}{9}$.

Um número racional positivo só tem raiz quadrada no conjunto dos números racionais se ele for um quadrado perfeito.

O número $\frac{2}{3}$ não tem raiz quadrada em Q, pois não existe número racional que elevado ao quadrado dê $\frac{2}{3}$.

Exercícios

1. Calcule o valor das expressões numéricas:

a) $\frac{7}{24} - \left[\left(\frac{5}{12} - \frac{1}{8}\right) - \left(-\frac{7}{6} + \frac{3}{4}\right)\right]$

b) $\left[\left(+\frac{3}{16}\right) : \left(-\frac{1}{12}\right) + \frac{5}{2}\right] - \left(\frac{9}{4} - \frac{7}{2}\right)$

2. Escreva o produto $\left(+\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(+\frac{2}{3}\right)^7$ como uma só potência.

3. Escreva o quociente $\left(-\frac{16}{25}\right)^{12} : \left(-\frac{16}{25}\right)^4$ como uma só potência.

4. Qual é o valor da expressão $-\frac{13}{24}-\left(-\frac{1}{2}\right)^3 : \left(+\frac{3}{4}\right)$?

5. Para encher um álbum de figurinhas, Karina contribuiu com $\frac{1}{6}$ das figurinhas, enquanto Cristina contribuiu com das figurinhas $\frac{3}{4}$. Com que fração das figurinhas as duas juntas contribuíram?

6. Ana está lendo um livro. Em um dia ela leu $\frac{1}{4}$ do livro e no dia seguinte leu $\frac{1}{6}$ do livro. Então calcule:

a) A fração do livro que ela já leu.
b) A fração do livro que falta para ela terminar a leitura.

7. Em um pacote há $\frac{4}{5}$ de 1 Kg de açúcar. Em outro pacote há $\frac{1}{3}$. Quantos quilos de açúcar o primeiro pacote tem a mais que o segundo?

8. A rua onde Cláudia mora está sendo asfaltada. Os $\frac{5}{9}$ da rua já foram asfaltados. Que fração da rua ainda resta asfaltar?

9. No dia do lançamento de um prédio de apartamentos, $\frac{1}{3}$ desses apartamentos foi vendido e $\frac{1}{6}$ foi reservado. Assim:

a) Qual a fração dos apartamentos que foi vendida e reservada?
b) Qual a fração que corresponde aos apartamentos que não foram vendidos ou reservados?

10. Transforme em fração:
a) 2,08
b) 1,4
c) 0,017
d) 32,17

Respostas

1) Solução

a)
$$\frac{7}{24}-\left[\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{8}\right)-\left(-\frac{7}{6}+\frac{3}{4}\right)\right]=\frac{7}{24}-\left[\left(\frac{10-3}{24}\right)-\left(\frac{-14+9}{12}\right)\right]$$

$$\frac{7}{24}-\left(\frac{7}{24}+\frac{5}{12}\right)=\frac{7}{24}-\left(\frac{7+10}{24}\right)=\frac{7}{24}-\frac{17}{24}=-\frac{10}{24}=-\frac{5}{12}$$

b) $\left[\left(+\frac{3}{16}\right):\left(-\frac{1}{12}\right)+\frac{5}{2}\right]-\left(\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\right)$

c) $\left[\frac{\frac{3}{16}}{-\frac{1}{12}}+\frac{5}{2}\right]-\left(\frac{9-14}{4}\right)=\left(\frac{36}{16}-\frac{5}{2}\right)-\left(-\frac{5}{4}\right)$

d) $-\frac{9}{4}+\frac{5}{2}+\frac{5}{4}=\frac{-9+10+5}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

mmc:(4;2)=4

2) Solução:
$\left(+\frac{2}{3}\right)^{10}$

3) Solução:
$\left(-\frac{16}{25}\right)^{8}$

4) Solução:
$$-\frac{13}{24}-\left(-\frac{1}{2}\right)^3:\left(+\frac{3}{4}\right)-\frac{13}{24}-\frac{1}{8}:\frac{3}{4}=-\frac{13}{24}-\frac{4}{24}=\frac{-17}{24}$$

5) Resposta $\frac{11}{12}$
Solução:

$\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{2}{12}+\frac{9}{12}=\frac{11}{12}$

6) Solução:

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{3}{12}+\frac{2}{12}=\frac{5}{12}$
b) $1-\frac{5}{12}=\frac{12}{12}-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$

7) Respostas $\frac{7}{15}$
Solução:

$\frac{4}{5}-\frac{1}{3}=\frac{12}{15}-\frac{5}{15}=\frac{7}{15}$

8) Resposta $\frac{4}{9}$
Solução:

$1-\frac{5}{9}=\frac{9}{9}-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$

9) Solução:

a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

b) $1-\frac{1}{2}=\frac{2}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$