Secretaria do Planejamento, Gestão e Patrimônio do Estado de Alagoas

SEDUC-AL

Professor – Especialidade: Matemática

Edital Nº 1 – SEDUC/AL, de 28 de Dezembro de 2017

JN012-2018

NOVA CONCURSOS

DADOS DA OBRA

Título da obra: Secretaria do Planejamento, Gestão e Patrimônio do Estado de Alagoas - SEDUC-AL

Cargo: Professor – Especialidade: Matemática

(Baseado no Edital Nº 1 – Seduc/Al, de 28 de Dezembro de 2017)

• Conhecimentos Específicos

Autora
Evelise Leiko Uyeda Akashi

Gestão de Conteúdos
Emanuela Amaral de Souza

Diagramação
Elaine Cristina
Igor de Oliveira
Camila Lopes

Produção Editoral
Suelen Domenica Pereira

Capa
Joel Ferreira dos Santos

Editoração Eletrônica
Marlene Moreno

NOVA CONCURSOS

SUMÁRIO

Conhecimentos Específicos

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS
Professor – Especialidade: Matemática

PROF. EVELISE LEIKO UYEDA AKASHI

Especialista em Lean Manufacturing pela Pontifícia Universidade Católica- PUC Engenheira de Alimentos pela Universidade Estadual de Maringá – UEM. Graduanda em Matemática pelo Claretiano.

1 NÚMEROS: PROPRIEDADES E OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS COM NÚMEROS INTEIROS, RACIONAIS, IRRACIONAIS E REAIS.

Números Naturais

Os números naturais são o modelo matemático necessário para efetuar uma contagem. Começando por zero e acrescentando sempre uma unidade, obtemos o conjunto infinito dos números naturais

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots.\}$$

- Todo número natural dado tem um sucessor
a) O sucessor de 0 é 1.
b) O sucessor de 1000 é 1001.
c) O sucessor de 19 é 20.

Usamos o * para indicar o conjunto sem o zero.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots.\}$$

- Todo número natural dado N, exceto o zero, tem um antecessor (número que vem antes do número dado).

Exemplos: Se m é um número natural finito diferente de zero.
a) O antecessor do número m é m-1.
b) O antecessor de 2 é 1.
c) O antecessor de 56 é 55.
d) O antecessor de 10 é 9.

Expressões Numéricas

Nas expressões numéricas aparecem adições, subtrações, multiplicações e divisões. Todas as operações podem acontecer em uma única expressão. Para resolver as expressões numéricas utilizamos alguns procedimentos:

Se em uma expressão numérica aparecer as quatro operações, devemos resolver a multiplicação ou a divisão primeiramente, na ordem em que elas aparecerem e somente depois a adição e a subtração, também na ordem em que aparecerem e os parênteses são resolvidos primeiro.

Exemplo 1
10 + 12 – 6 + 7
22 – 6 + 7
16 + 7
23

Exemplo 2

40 – 9 x 4 + 23
40 – 36 + 23
4 + 23
27

Exemplo 3
25-(50-30)+4x5
25-20+20=25

Números Inteiros

Podemos dizer que este conjunto é composto pelos números naturais, o conjunto dos opostos dos números naturais e o zero. Este conjunto pode ser representado por:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots.\}$$

Subconjuntos do conjunto $\mathbb{Z}$:

1)
$\mathbb{Z}^* = \{\ldots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \ldots.\}$ – *Este é o conjunto dos números inteiros excluindo o zero.*

2)
$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, \ldots.\}$ – *Este é o conjuntos dos númerosinteiros não – negativos*

3)
$\mathbb{Z}_- = \{\ldots, -3, -2, -1\}$ – *Este é o conjunto dos números inteiros não – positivos*

Números Racionais

Chama-se de número racional a todo número que pode ser expresso na forma $\frac{a}{b}$, onde a e b são inteiros quaisquer, com b≠0

São exemplos de números racionais:
-12/51
-3
-(-3)
-2,333...

As dízimas periódicas podem ser representadas por fração, portanto são consideradas números racionais.

Como representar esses números?

Representação Decimal das Frações

Temos 2 possíveis casos para transformar frações em decimais

1º) Decimais exatos: quando dividirmos a fração, o número decimal terá um número finito de algarismos após a vírgula.

$$\frac{1}{2} = 0,5$$
$$\frac{1}{4} = 0,25$$
$$\frac{3}{4} = 0,75$$

2º) Terá um número infinito de algarismos após a vírgula, mas lembrando que a dízima deve ser periódica para ser número racional

OBS: período da dízima são os números que se repetem, se não repetir não é dízima periódica e assim números irracionais, que trataremos mais a frente.

$$\frac{1}{3} = 0,333\ ...$$
$$\frac{35}{99} = 0,353535\ ...$$
$$\frac{105}{9} = 11,6666\ ...$$

Representação Fracionária dos Números Decimais

1ºcaso) Se for exato, conseguimos sempre transformar com o denominador seguido de zeros.

O número de zeros depende da casa decimal. Para uma casa, um zero (10) para duas casas, dois zeros(100) e assim por diante.

$$0,3 = \frac{3}{10}$$
$$0,03 = \frac{3}{100}$$
$$0,003 = \frac{3}{1000}$$
$$3,3 = \frac{33}{10}$$

2ºcaso) Se dízima periódica é um número racional, então como podemos transformar em fração?

Exemplo 1

Seja a dízima 0, 333... .

Façamos x = 0,333... e multipliquemos ambos os membros por 10: 10x = 3,333

Subtraindo, membro a membro, a primeira igualdade da segunda:

10x – x = 3,333... – 0,333... → 9x = 3 → x = 3/9

Assim, a geratriz de 0,333... é a fração $\frac{3}{9}$.

Exemplo 2

Seja a dízima 5, 1717... .

Façamos x = 5,1717... e 100x = 517,1717... .
Subtraindo membro a membro, temos:
99x = 512 → x = 512/99

Assim, a geratriz de 5,1717... é a fração 512/99 .

Números Irracionais
Identificação de números irracionais

- Todas as dízimas periódicas são números racionais.
- Todos os números inteiros são racionais.
- Todas as frações ordinárias são números racionais.
- Todas as dízimas não periódicas são números irracionais.
- Todas as raízes inexatas são números irracionais.
- A soma de um número racional com um número irracional é sempre um número irracional.
- A diferença de dois números irracionais, pode ser um número racional.
-Os números irracionais não podem ser expressos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e b≠0.

Exemplo: $\sqrt{5} - \sqrt{5} = 0$ e 0 é um número racional.

- O quociente de dois números irracionais, pode ser um número racional.

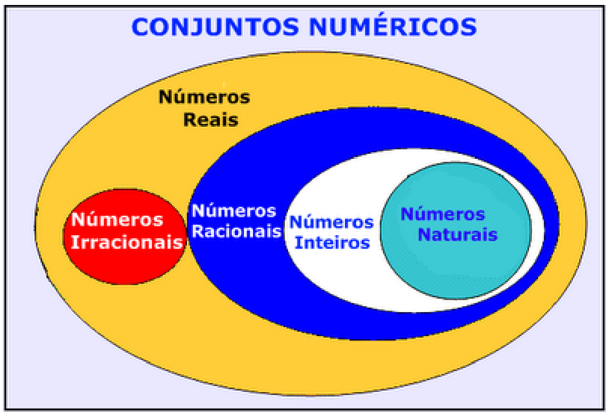
Exemplo: $\sqrt{8} : \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$ e 2 é um número racional.

- O produto de dois números irracionais, pode ser um número racional.

Exemplo: $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{25} = 5$ e 5 é um número racional.

Exemplo:radicais($\sqrt{2}, \sqrt{3}$) a raiz quadrada de um número natural, se não inteira, é irracional.

Números Reais



Fonte: www.estudokids.com.br

Representação na reta

INTERVALOS LIMITADOS

Intervalo fechado – Números reais maiores do que a ou iguais a e menores do que b ou iguais a b.

Intervalo:[a,b]
Conjunto: {x∈R|a≤x≤b}

Intervalo aberto – números reais maiores que a e menores que b.

Intervalo:]a,b[
Conjunto:{x□R|a<x<b}

Intervalo fechado à esquerda – números reais maiores que a ou iguais a a e menores do que b.

Intervalo:{a,b[
Conjunto {x∈R|a≤x<b}
Intervalo fechado à direita – números reais maiores que a e menores ou iguais a b.

Intervalo:]a,b]
Conjunto:{x∈R|a<x≤b}

INTERVALOS IIMITADOS

Semirreta esquerda, fechada de origem b- números reais menores ou iguais a b.

Intervalo:]-∞,b]
Conjunto:{x∈R|x≤b}

Semirreta esquerda, aberta de origem b – números reais menores que b.

Intervalo:]-∞,b[
Conjunto:{x∈R|x<b}

Semirreta direita, fechada de origem a – números reais maiores ou iguais a a.

Intervalo:[a,+ ∞[
Conjunto:{x∈R|x≥a}

Semirreta direita, aberta, de origem a – números reais maiores que a.

Intervalo:]a,+ ∞[
Conjunto:{x∈R|x>a}

Potenciação
Multiplicação de fatores iguais
$2^3=2\cdot2\cdot2=8$

Casos

1) Todo número elevado ao expoente 0 resulta em 1.

$1^0 = 1$
$100000^0 =$:

2) Todo número elevado ao expoente 1 é o próprio número.

$3^1 = 3$
$4^1 = 4$

3) Todo número negativo, elevado ao expoente par, resulta em um número positivo.

$(-2)^2 = 4$
$(-4)^2 = 16$

4) Todo número negativo, elevado ao expoente ímpar, resulta em um número negativo.

$(-2)^3 = -8$
$(-3)^3 = -27$

5) Se o sinal do expoente for negativo, devemos passar o sinal para positivo e inverter o número que está na base.

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$
$$2^{-2} = \frac{1}{4}$$

6) Toda vez que a base for igual a zero, não importa o valor do expoente, o resultado será igual a zero.

$0^2 = 0$
$0^3 = 0$

Propriedades

1) ($a^m . a^n = a^{m+n}$) Em uma multiplicação de potências de mesma base, repete-se a base e soma os expoentes.

Exemplos:
$2^4 . 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$
(2.2.2.2) .(2.2.2)= 2.2.2. 2.2.2.2= 2^7

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 2^{-2}.2^{-3} = 2^{-5}$$

2) ($a^m : a^n = a^{m-n}$). Em uma divisão de potência de mesma base. Conserva-se a base e subtraem os expoentes.

Exemplos:
$9^6 : 9^2 = 9^{6-2} = 9^4$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

3) $(a^m)^n$ Potência de potência. Repete-se a base e multiplica-se os expoentes.
Exemplos:
$(5^2)^3 = 5^{2.3} = 5^6$

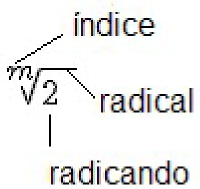
$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)^3 = \frac{2^{12}}{3}$$

4) E uma multiplicação de dois ou mais fatores elevados a um expoente, podemos elevar cada um a esse mesmo expoente.
$(4.3)^2 = 4^2.3^2$

5) Na divisão de dois fatores elevados a um expoente, podemos elevar separados.

$$\left(\frac{15}{7}\right)^2 = \frac{15^2}{7^2}$$

Radiciação
Radiciação é a operação inversa a potenciação



Técnica de Cálculo

A determinação da raiz quadrada de um número torna-se mais fácil quando o algarismo se encontra fatorado em números primos. Veja:

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

64=2.2.2.2.2.2=2^6

Como é raiz quadrada a cada dois números iguais "tira-se" um e multiplica.

Observe: $\sqrt{3.5} = (3.5)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}}.5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.\sqrt{5}$

De modo geral, se $a \in R_+, b \in R_+, n \in N^*$, então:

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$$

O radical de índice inteiro e positivo de um produto indicado é igual ao produto dos radicais de mesmo índice dos fatores do radicando.

Raiz quadrada de frações ordinárias

Observe: $\sqrt{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

De modo geral, se $a \in R_+, b \in R_+^*, n \in N^*$, então:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

O radical de índice inteiro e positivo de um quociente indicado é igual ao quociente dos radicais de mesmo índice dos termos do radicando.

Raiz quadrada números decimais

$$\sqrt{1{,}69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{100}} = \frac{13}{10} = 1{,}3$$

Operações

$$\sqrt{5{,}76} = \sqrt{\frac{576}{100}} = \frac{\sqrt{576}}{\sqrt{100}} = \frac{24}{10} = 2{,}4$$

Operações

Multiplicação

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

Exemplo

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

Divisão

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Exemplo

$$\sqrt{\frac{72}{2}} = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$$

Adição e subtração

$$\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{20}$$

Para fazer esse cálculo, devemos fatorar o 8 e o 20.

8	2	20	2
4	2	10	2
2	2	5	5
1		1	

$$\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{20} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

Caso tenha:

$$\sqrt{2} + \sqrt{5}$$

Não dá para somar, as raízes devem ficar desse modo.

Racionalização de Denominadores

Normalmente não se apresentam números irracionais com radicais no denominador. Ao processo que leva à eliminação dos radicais do denominador chama-se racionalização do denominador.

1º Caso:Denominador composto por uma só parcela

$$\frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

2º Caso: Denominador composto por duas parcelas.

$$\frac{3}{2 - \sqrt{10}}$$

Devemos multiplicar de forma que obtenha uma diferença de quadrados no denominador:

$$\frac{3}{2-\sqrt{10}} = \frac{3}{2-\sqrt{10}} \cdot \frac{2+\sqrt{10}}{2+\sqrt{10}} = \frac{6+3\sqrt{10}}{4-10} = \frac{6+3\sqrt{10}}{-6} = -1 - \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

2 FUNÇÕES. 2.1 IGUALDADE DE FUNÇÕES. 2.2 DETERMINAÇÃO DO DOMÍNIO DE UMA FUNÇÃO. 2.3 FUNÇÕES INJETIVAS, SOBREJETIVAS E BIJETIVAS. 2.4 FUNÇÃO INVERSA. 2.5 COMPOSIÇÃO DE FUNÇÕES. 2.6 FUNÇÕES CRESCENTES, DECRESCENTES, PARES E IMPARES; OS ZEROS E O SINAL DE UMA FUNÇÃO. 2.7 FUNÇÕES LINEARES, FUNÇÕES DO 2º GRAU, FUNÇÕES MODULARES, FUNÇÕES POLINOMIAIS, LOGARÍTMICAS E EXPONENCIAIS.

Produto Cartesiano

Sejam A e B conjuntos diferentes do vazio. Chama-se "produto cartesiano de A por B", e indica-se por AXB, o conjunto cujos elementos são todos os pares ordenados(x,y), tais que x∈A e y∈B.

Em símbolo, sendo A ≠ ∅ e B ≠ ∅, temos:

AXB={(x,y)|x∈A e y∈B}.

Exemplo

Sendo A={1,2,3,} e B={4,5,6}, temos:

AXB={(1,4),(1,5),(1,6),(2,4),(2,5),(2,6),(3,4),(3,5),(3,6)}

Relação Binária

A relação binária entre dois conjuntos A e B é qualquer subconjunto de AXB.

R={(x,y)∈AXB|y=2x}

R={(2,4),(3,6)}

Representações

O produto cartesiano pode ser representado de duas maneiras:

Diagrama de Flechas

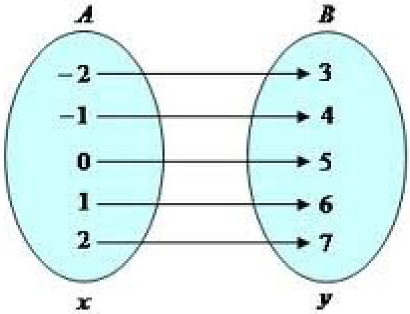
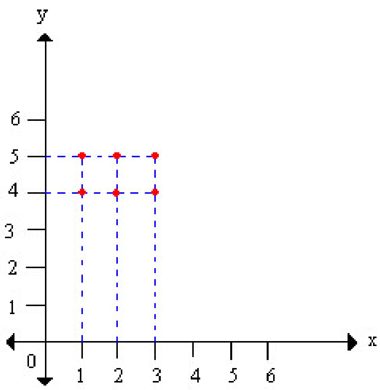


Gráfico Cartesiano



Muitas vezes nos deparamos com situações que envolvem uma relação entre grandezas. Assim, o valor a ser pago na conta de luz depende do consumo medido no período; o tempo de uma viagem de automóvel depende da velocidade no trajeto.

Como, em geral, trabalhamos com funções numéricas, o domínio e a imagem são conjuntos numéricos, e podemos definir com mais rigor o que é uma função matemática utilizando a linguagem da teoria dos conjuntos.

Definição: Sejam A e B dois conjuntos não vazios e f uma relação de A em B.

Essa relação f é uma função de A em B quando a cada elemento x do conjunto A está associado um e apenas um elemento y do conjunto B.

Notação: f:A→B (lê-se função f de A em B)

Domínio, contradomínio, imagem

O **domínio** é constituído por todos os valores que podem ser atribuídos à variável independente. Já a imagem da função é formada por todos os valores correspondentes da variável dependente.

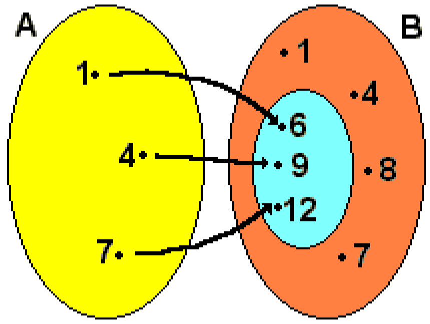
O conjunto A é denominado domínio da função, indicada por D. O domínio serve para definir em que conjunto estamos trabalhando, isto é, os valores possíveis para a variável x.

O conjunto B é denominado **contradomínio**, CD.

Cada elemento x do domínio tem um correspondente y no contradomínio. A esse valor de y damos o nome de **imagem** de x pela função f. O conjunto de todos os valores de y que são imagens de valores de x forma o conjunto imagem da função, que indicaremos por Im.

Exemplo

Com os conjuntos A={1, 4, 7} e B={1, 4, 6, 7, 8, 9, 12} criamos a função f: A —> B.definida por f(x) = x + 5 que também pode ser representada por y = x + 5. A representação, utilizando conjuntos, desta função, é:



No nosso exemplo, o domínio é D = {1, 4, 7}, o contradomínio é = {1, 4, 6, 7, 8, 9, 12} e o conjunto imagem é Im = {6, 9, 12}

Representação gráfica