Secretaria de Estado da Educação do Estado do Espírito Santo

SEDU-ES

Professor B - Matemática

Edital Nº 01/2018 - Seger/SEDU, de 11 de Janeiro de 2018

JN065-2018

NOVA CONCURSOS

DADOS DA OBRA

Título da obra: Secretaria de Estado da Educação do Estado do Espírito Santo - SEDU-ES

Cargo: Professor B - Matemática

(Baseado no Edital Nº 01/2018 - Seger/SEDU, de 11 de Janeiro de 2018)

• Conhecimentos Específicos

Gestão de Conteúdos
Emanuela Amaral de Souza

Diagramação
Elaine Cristina
Igor de Oliveira
Camila Lopes

Produção Editoral
Suelen Domenica Pereira

Capa
Joel Ferreira dos Santos

Editoração Eletrônica
Marlene Moreno

NOVA CONCURSOS

SUMÁRIO

Conhecimentos Específicos

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS
Professor B - Matemática

1. CONJUNTOS.
1.1. REPRESENTAÇÃO E RELAÇÃO: PERTINÊNCIA, INCLUSÃO E IGUALDADE.
1.2. OPERAÇÕES: UNIÃO, INTERCESSÃO.
1.3. CONJUNTOS NUMÉRICOS: NATURAIS, INTEIROS, RACIONAIS E REAIS.

Conjuntos

É uma reunião, agrupamento de pessoas, seres ou objetos. Dá a ideia de coleção.

Conjuntos Primitivos

Os conceitos de conjunto, elemento e pertinência são primitivos, ou seja, não são definidos.

Um cacho de bananas, um cardume de peixes ou uma porção de livros são todos exemplos de conjuntos.

Conjuntos, como usualmente são concebidos, têm elementos. Um elemento de um conjunto pode ser uma banana, um peixe ou um livro. Convém frisar que um conjunto pode ele mesmo ser elemento de algum outro conjunto.

Por exemplo, uma reta é um conjunto de pontos; um feixe de retas é um conjunto onde cada elemento (reta) é também conjunto (de pontos).

Em geral indicaremos os conjuntos pelas letras maiúsculas A, B, C, ..., X, e os elementos pelas letras minúsculas a, b, c, ..., x, y, ..., embora não exista essa obrigatoriedade.

Em Geometria, por exemplo, os pontos são indicados por letras maiúsculas e as retas (que são conjuntos de pontos) por letras minúsculas.

Outro conceito fundamental é o de relação de pertinência que nos dá um relacionamento entre um elemento e um conjunto.

Se x é um elemento de um conjunto A, escreveremos $x \in A$

Lê-se: x é elemento de A ou x pertence a A.

Se x não é um elemento de um conjunto A, escreveremos $x \notin A$

Lê-se x não é elemento de A ou x não pertence a A.

Como representar um conjunto

Pela designação de seus elementos: Escrevemos os elementos entre chaves, separando os por vírgula.

Exemplos

- {3, 6, 7, 8} indica o conjunto formado pelos elementos 3, 6, 7 e 8.

{a; b; m} indica o conjunto constituído pelos elementos a, b e m.

{1; {2; 3}; {3}} indica o conjunto cujos elementos são 1, {2; 3} e {3}.

Pela propriedade de seus elementos: Conhecida uma propriedade P que caracteriza os elementos de um conjunto A, este fica bem determinado.

P termo "propriedade P que caracteriza os elementos de um conjunto A" significa que, dado um elemento x qualquer temos:

Assim sendo, o conjunto dos elementos x que possuem a propriedade P é indicado por:

{x, tal que x tem a propriedade P}

Uma vez que "tal que" pode ser denotado por t.q. ou | ou ainda :, podemos indicar o mesmo conjunto por:

{x, t . q . x tem a propriedade P} ou, ainda,

{x : x tem a propriedade P}

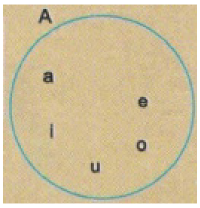
Exemplos

- { x, t.q. x é vogal } é o mesmo que {a, e, i, o, u}
- {x | x é um número natural menor que 4 } é o mesmo que {0, 1, 2, 3}
- {x : x em um número inteiro e x2 = x } é o mesmo que {0, 1}

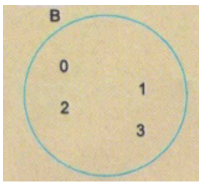
Pelo diagrama de Venn-Euler: O diagrama de Venn -Euler consiste em representar o conjunto através de um "círculo" de tal forma que seus elementos e somente eles estejam no "círculo".

Exemplos

- Se A = {a, e, i, o, u} então



- Se B = {0, 1, 2, 3 }, então



Conjunto Vazio

Conjunto vazio é aquele que não possui elementos. Representa-se pela letra do alfabeto norueguês $\emptyset$ ou, simplesmente { }.

Simbolicamente: $\forall$ x, $x \notin \emptyset$

Exemplos
- $\emptyset$ = {x : x é um número inteiro e 3x = 1}
- $\emptyset$ = {x | x é um número natural e 3 – x = 4}
- $\emptyset$ = {x | x ≠ x}

Subconjunto

Sejam A e B dois conjuntos. Se todo elemento de A é também elemento de B, dizemos que A é um subconjunto de B ou A é a parte de B ou, ainda, A está contido em B e indicamos por $A \subset B$.

Simbolicamente: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in \forall \Rightarrow x \in B)$

Portanto, $A \not\subset B$ significa que A não é um subconjunto de B ou A não é parte de B ou, ainda, A não está contido em B.

Por outro lado, $A \not\subset B$ se, e somente se, existe, pelo menos, um elemento de A que não é elemento de B.

Simbolicamente: $A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x)(x \in A \text{ e } x \notin B)$

Exemplos

- $\{2 . 4\} \subset \{2, 3, 4\}$, pois $2 \in \{2, 3, 4\}$ e $4 \in \{2, 3, 4\}$
- $\{2, 3, 4\} \not\subset \{2, 4\}$, pois $3 \notin \{2, 4\}$
- $\{5, 6\} \subset \{5, 6\}$, pois $5 \in \{5, 6\}$ e $6 \in \{5, 6\}$

Inclusão e pertinência

A definição de subconjunto estabelece um relacionamento entre dois conjuntos e recebe o nome de relação de inclusão ($\subset$).

A relação de pertinência ($\in$) estabelece um relacionamento entre um elemento e um conjunto e, portanto, é diferente da relação de inclusão.

Simbolicamente
$x \in A \Leftrightarrow \{x\} \subset A$
$x \notin A \Leftrightarrow \{x\} \not\subset A$

Igualdade

Sejam A e B dois conjuntos. Dizemos que A é igual a B e indicamos por A = B se, e somente se, A é subconjunto de B e B é também subconjunto de A.

Simbolicamente: $A = B \Leftrightarrow A \subset B$ e $B \subset A$

Demonstrar que dois conjuntos A e B são iguais equivale, segundo a definição, a demonstrar que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Segue da definição que dois conjuntos são iguais se, e somente se, possuem os mesmos elementos.

Portanto A ≠ B significa que A é diferente de B. Portanto A ≠ B se, e somente se, A não é subconjunto de B ou B não é subconjunto de A. Simbolicamente: $A \neq B \Leftrightarrow A \not\subset B$ ou $B \not\subset A$

Exemplos

- $\{2,4\} = \{4,2\}$, pois $\{2,4\} \subset \{4,2\}$ e $\{4,2\} \subset \{2,4\}$. Isto nos mostra que a ordem dos elementos de um conjunto não deve ser levada em consideração. Em outras palavras, um conjunto fica determinado pelos elementos que o mesmo possui e não pela ordem em que esses elementos são descritos.

- $\{2,2,2,4\} = \{2,4\}$, pois $\{2,2,2,4\} \subset \{2,4\}$ e $\{2,4\} \subset \{2,2,2,4\}$. Isto nos mostra que a repetição de elementos é desnecessária.
- {a,a} = {a}
- $\{a,b = \{a\} \Leftrightarrow a= b$
- $\{1,2\} = \{x,y\} \Leftrightarrow (x = 1 \text{ e } y = 2)$ ou $(x = 2 \text{ e } y = 1)$

Conjunto das partes

Dado um conjunto A podemos construir um novo conjunto formado por todos os subconjuntos (partes) de A. Esse novo conjunto chama-se conjunto dos subconjuntos (ou das partes) de A e é indicado por P(A).

Simbolicamente: $P(A)=\{X \mid X \subset A\}$ ou $X \subset P(A) \Leftrightarrow X \subset A$

Exemplos

a) = {2, 4, 6}
P(A) = {$\emptyset$, {2}, {4}, {6}, {2,4}, {2,6}, {4,6}, A}

b) = {3,5}
P(B) = {$\emptyset$, {3}, {5}, B}

c) = {8}
P(C) = {$\emptyset$, C}

d) = $\emptyset$
P(D) = {$\emptyset$}

Propriedades

Seja A um conjunto qualquer e $\emptyset$ o conjunto vazio. Valem as seguintes propriedades

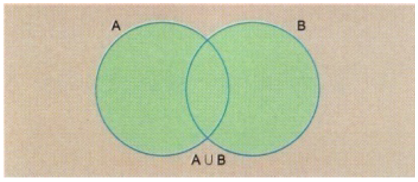
$\emptyset \neq (\emptyset)$	$\emptyset \notin \emptyset$	$\emptyset \subset \emptyset$	$\emptyset \in \{\emptyset\}$
$\emptyset \subset A \Leftrightarrow \emptyset \in P(A)$		$A \subset A \Leftrightarrow A \in P(A)$	

Se A tem n elementos então A possui 2^n subconjuntos e, portanto, P(A) possui 2^n elementos.

União de conjuntos

A união (ou reunião) dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A ou a B. Representa-se por $A \cup B$.

Simbolicamente: $A \cup B = \{X \mid X \in A \text{ ou } X \in B\}$

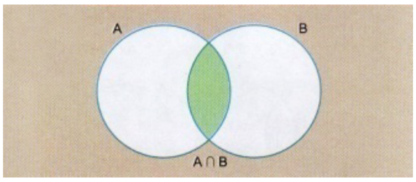


Exemplos

- $\{2,3\} \cup \{4,5,6\}=\{2,3,4,5,6\}$
- $\{2,3,4\} \cup \{3,4,5\}=\{2,3,4,5\}$
- $\{2,3\} \cup \{1,2,3,4\}=\{1,2,3,4\}$
- $\{a,b\} \cup \phi \{a,b\}$

Intersecção de conjuntos

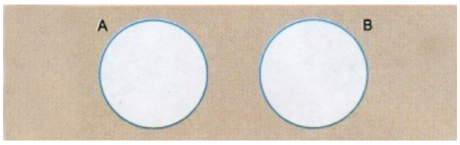
A intersecção dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem, simultaneamente, a A e a B. Representa-se por $A \cap B$. Simbolicamente: $A \cap B = \{X \mid X \in A$ ou $X \in B\}$



Exemplos

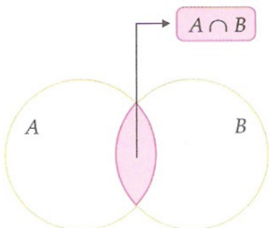
- $\{2,3,4\} \cap \{3,5\}=\{3\}$
- $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\}=\{2,3\}$
- $\{2,3\} \cap \{1,2,3,5\}=\{2,3\}$
- $\{2,4\} \cap \{3,5,7\}=\phi$

Observação: Se $A \cap B=\phi$, dizemos que A e B são conjuntos disjuntos.



Número de Elementos da União e da Intersecção de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, como vemos na figura abaixo, podemos estabelecer uma relação entre os respectivos números de elementos.



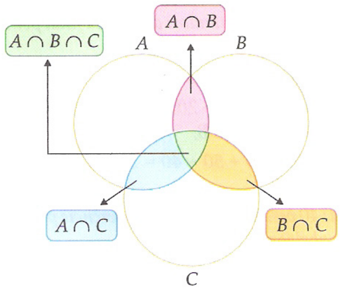
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Note que ao subtrairmos os elementos comuns $(n(A \cap B))$ evitamos que eles sejam contados duas vezes.

Observações:

a) Se os conjuntos A e B forem disjuntos ou se mesmo um deles estiver contido no outro, ainda assim a relação dada será verdadeira.
b) Podemos ampliar a relação do número de elementos para três ou mais conjuntos com a mesma eficiência.

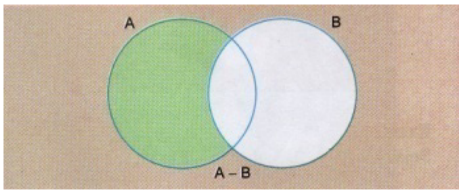
Observe o diagrama e comprove.



$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) -$$
$$-n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Subtração

A diferença entre os conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A e não pertencem a B. Representa-se por A – B. Simbolicamente: $A - B = \{X \mid X \in A$ e $X \notin B\}$



O conjunto A – B é também chamado de conjunto complementar de B em relação a A, representado por C_AB.
Simbolicamente: $C_AB = A - B\{X \mid X \in A$ e $X \notin B\}$

Exemplos

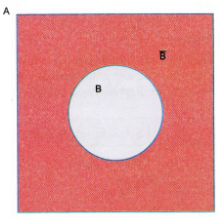
- $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 2\}$
  $C_AB = A - B = \{1,3\}$ e $C_BA = B - A = \phi$

- $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 3, 4\}$
  $C_AB = A - B = \{1\}$ e $C_BA = B - A = \{14\}$

- $A = \{0, 2, 4\}$ e $B = \{1 ,3 ,5\}$
  $C_AB = A - B = \{0,2,4\}$ e $C_BA = B - A = \{1,3,5\}$

Observações: Alguns autores preferem utilizar o conceito de completar de B em relação a A somente nos casos em que $B \subset A$.

- Se B $\subset$ A representa-se por $\overline{B}$ o conjunto complementar de B em relação a A. Simbolicamente: B$\subset$A $\Leftrightarrow$ $\overline{B}$ = A – B = C_AB`



Exemplos

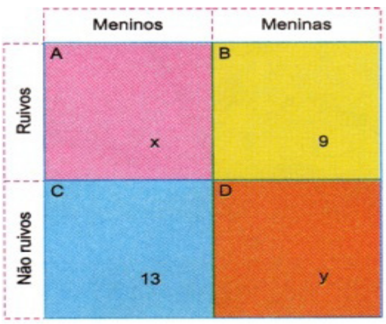
Seja S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}. Então:
a) A = {2, 3, 4} $\Rightarrow \overline{A}$ = {0, 1, 5, 6}
b) B = {3, 4, 5, 6 } $\Rightarrow \overline{B}$ = {0, 1, 2}
c) C = $\phi \Rightarrow \overline{C}$ = S

Número de elementos de um conjunto

Sendo X um conjunto com um número finito de elementos, representa-se por n(X) o número de elementos de X. Sendo, ainda, A e B dois conjuntos quaisquer, com número finito de elementos temos:
n(A$\cup$B)=n(A)+n(B)-n(A$\cap$B)
A$\cap$B=ϕ $\Rightarrow$ n(A$\cup$B)=n(A)+n(B)
n(A -B)=n(A)-n(A $\cap$B)
B$\subset$A$\Rightarrow$ n(A-B)=n(A)-n(B)

Resolução de Problemas

Exemplo:
Numa escola mista existem 42 meninas, 24 crianças ruivas, 13 meninos não ruivos e 9 meninas ruivas. Pergunta-se
a) quantas crianças existem na escola?
b) quantas crianças são meninas ou são ruivas



Sejam:
A o conjunto dos meninos ruivos e n(A) = x
B o conjunto das meninas ruivas e n(B) = 9
C o conjunto dos meninos não ruivos e n(C) = 13
D o conjunto das meninas não ruivas e n(D) = y
De acordo com o enunciado temos:

$$\begin{cases} n(B \cup D) = n(B) + n(D) = 9 + y = 42 \Leftrightarrow y = 33 \\ n(A \cup D) = n(A) + n(B) = x + 9 = 24 \Leftrightarrow x = 15 \end{cases}$$

Assim sendo
a) O número total de crianças da escola é:

$$n(A \cup B \cup C \cup D) = n(A) + n(B) + n(C) + n(D) = 15 + 9 + 13 + 33 = 70$$

b) O número de crianças que são meninas ou são ruivas é:

$$n[(A \cup B) \cup (B \cup D)] = n(A) + n(B) + n(D) = 15 + 9 + 33 = 57$$

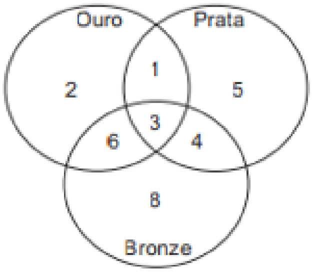
Questões

1 – (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC/2014) Dos 43 vereadores de uma cidade, 13 dele não se inscreveram nas comissões de Educação, Saúde e Saneamento Básico. Sete dos vereadores se inscreveram nas três comissões citadas. Doze deles se inscreveram apenas nas comissões de Educação e Saúde e oito deles se inscreveram apenas nas comissões de Saúde e Saneamento Básico. Nenhum dos vereadores se inscreveu em apenas uma dessas comissões. O número de vereadores inscritos na comissão de Saneamento Básico é igual a
A) 15.
B) 21.
C) 18.
D) 27.
E) 16.

2 – (TJ-SC) Num grupo de motoristas, há 28 que dirigem automóvel, 12 que dirigem motocicleta e 8 que dirigem automóveis e motocicleta. Quantos motoristas há no grupo?
A) 16 motoristas
B) 32 motoristas
C) 48 motoristas
D) 36 motoristas

3 – (TRT 19ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2014) Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos 15 deles também estão aptos para classificar processos e os demais estão aptos para atender ao público. Há outros 11 técnicos que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, 4 deles também são capazes de classificar processos. Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, 27 técnicos. Considerando que todos os técnicos que executam essas três tarefas foram citados anteriormente, eles somam um total de
A) 58.
B) 65.
C) 76.
D) 53.
E) 95.

4 – (METRÔ/SP – OFICIAL LOGISTICA –ALMOXARIFADO I – FCC/2014) O diagrama indica a distribuição de atletas da delegação de um país nos jogos universitários por medalha conquistada. Sabe-se que esse país conquistou medalhas apenas em modalidades individuais. Sabe-se ainda que cada atleta da delegação desse país que ganhou uma ou mais medalhas não ganhou mais de uma medalha do mesmo tipo (ouro, prata, bronze). De acordo com o diagrama, por exemplo, 2 atletas da delegação desse país ganharam, cada um, apenas uma medalha de ouro.



A análise adequada do diagrama permite concluir corretamente que o número de medalhas conquistadas por esse país nessa edição dos jogos universitários foi de

A) 15.
B) 29.
C) 52.
D) 46.
E) 40.

5 – (PREF. CAMAÇARI/BA – TÉC. VIGILÂNCIA EM SAÚDE NM – AOCP/2014) Qual é o número de elementos que formam o conjunto dos múltiplos estritamente positivos do número 3, menores que 31?

A) 9
B) 10
C) 11
D) 12
E) 13

6 - (PREF. CAMAÇARI/BA – TÉC. VIGILÂNCIA EM SAÚDE NM – AOCP/2014) Considere dois conjuntos A e B, sabendo que A ∩ B = {3}, A □ B = {0; 1; 2; 3; 5} e A – B = {1 ; 2}, assinale a alternativa que apresenta o conjunto B.

A) {1; 2; 3}
B) {0; 3}
C) {0; 1; 2; 3; 5}
D) {3; 5}
E) {0; 3; 5}

7 – (Agente Administrativo) Em uma cidade existem duas empresas de transporte coletivo, A e B. Exatamente 70% dos estudantes desta cidade utilizam a Empresa A e 50% a Empresa B. Sabendo que todo estudante da cidade é usuário de pelo menos uma das empresas, qual o % deles que utilizam as duas empresas?

A) 20%
B) 25%
C) 27%
D) 33%
E) 35%

8 – (METRÔ/SP – ENGENHEIRO SEGURANÇA DO TRABALHO – FCC/2014) Uma pesquisa, com 200 pessoas, investigou como eram utilizadas as três linhas: A, B e C do Metrô de uma cidade. Verificou-se que 92 pessoas utilizam a linha A; 94 pessoas utilizam a linha B e 110 pessoas utilizam a linha C. Utilizam as linhas A e B um total de 38 pessoas, as linhas A e C um total de 42 pessoas e as linhas B e C um total de 60 pessoas; 26 pessoas que não se utilizam dessas linhas. Desta maneira, conclui-se corretamente que o número de entrevistados que utilizam as linhas A e B e C é igual a

A) 50.
B) 26.
C) 56.
D) 10.
E) 18.

9 – TJ/RS – TÉCNICO JUDICIÁRIO – ÁREA JUDICIÁRIA E ADMINISTRATIVA – FAURGS/2012) Observando-se, durante certo período, o trabalho de 24 desenhistas do Tribunal de Justiça, verificou-se que 16 executaram desenhos arquitetônicos, 15 prepararam croquis e 3 realizaram outras atividades. O número de desenhistas que executaram desenho arquitetônico e prepararam croquis, nesse período, é de

A) 10.
B) 11.
C) 12.
D) 13.
E) 14.

10 - (TJ/RS – OFICIAL DE TRANSPORTE – CETRO/2013) Dados os conjuntos A = {x | x é vogal da palavra CARRO} e B = {x | x é letra da palavra CAMINHO}, é correto afirmar que A∩ B tem

A) 1 elemento.
B) 2 elementos.
C) 3 elementos.
D) 4 elementos.
E) 5 elementos.

Respostas

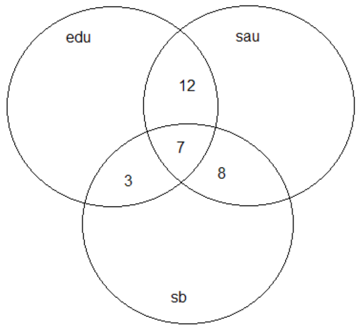
1 - **RESPOSTA: "C"**
De acordo com os dados temos:
7 vereadores se inscreveram nas 3.

APENAS 12 se inscreveram em educação e saúde (o 12 não deve ser tirado de 7 como costuma fazer nos conjuntos, pois ele já desconsidera os que se inscreveram nos três)

APENAS 8 se inscreveram em saúde e saneamento básico.
São 30 vereadores que se inscreveram nessas 3 comissões, pois 13 dos 43 não se inscreveram.

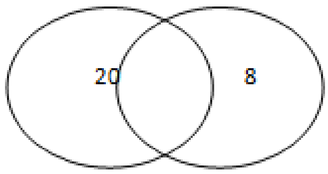
Portanto, 30-7-12-8=3

Se inscreveram em educação e saneamento 3 vereadores.



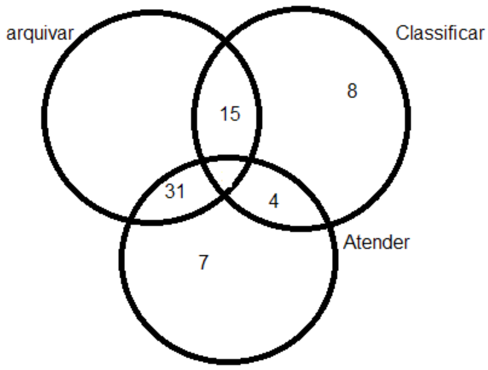
Só em saneamento se inscreveram: 3+7+8=18

2 – RESPOSTA: "B"



Os que dirigem automóveis e motocicleta: 8
Os que dirigem apenas automóvel: 28-8 = 20
Os que dirigem apenas motocicleta: 12-8= 4
A quantidade de motoristas é o somatório: 20+8+4 = 32 motoristas.

3 - RESPOSTA: "B".
Técnicos arquivam e classificam: 15
Arquivam e atendem: 46-15=31
classificam e atendem: 4
Classificam: 15+4=19 como são 27 faltam 8
Dos 11 técnicos aptos a atender ao público 4 são capazes de classificar processos, logo apenas 11-4 = 7 técnicos são aptos a atender ao público.
Somando todos os valores obtidos no diagrama teremos: 31+15+7+4+8 = 65 técnicos.



4 - RESPOSTA: "D".
O diagrama mostra o número de atletas que ganharam medalhas.
No caso das intersecções, devemos multiplicar por 2 por ser 2 medalhas e na intersecção das três medalhas multiplica-se por 3.

Intersecções:

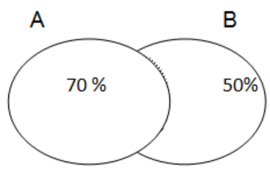
$$6 \cdot 2 = 12$$
$$1 \cdot 2 = 2$$
$$4 \cdot 2 = 8$$
$$3 \cdot 3 = 9$$

Somando as outras:
2+5+8+12+2+8+9=46

5 -**RESPOSTA: "B".**
Se nos basearmos na tabuada do 3 , teremos o seguinte conjunto
A={3,6,9,12,15,18,21,24,27,30}
10 elementos.

6 - **RESPOSTA: "E".**
A intersecção dos dois conjuntos, mostra que 3 é elemento de B.
A-B são os elementos que tem em A e não em B.
Então de A∪B, tiramos que B={0;3;5}.

7 - Resposta "A".



70 – 50 = 20.
20% utilizam as duas empresas.

8 - RESPOSTA: "E".